

論 文

基準모델適應시스템의 構成에 관한 研究

—適應觀測子에 관하여—

正會員 張 世 勳* 正會員 李 順 榮**

On a Configuration of the Model Reference Adaptive Control Systems — Adaptive Observer —

Se Hoon CHANG* and Soon Young LEE**, *Regular Members*

ABSTRACT The motivation in this paper is in obtaining an adaptive observer with simple configuration and faster adapting speed. The identification and state estimation are separated to increase the adapting speed of the adaptive observer. The method of identification proposed by Ichikawa is modified. And the adaptive observer is constructed by using the output of state variable filters that are used in identification. Finally, the digital simulation results to the proposed system are presented.

要 約 本論文에서는 構造가 간단하며 收斂速度를 빠르게 할 수 있는 適應觀測子를 構成하는데 그 목적을 두었다. 이를 위하여 狀態推定過程과 퍼라미터推定過程을 분리시켜 설계를 꾀하였다. 먼저 Ichikawa가 제시한 퍼라미터推定法을 보완하였으며 이 때 사용된 狀態變數필터들의 出力을 이용하여 適應觀測子를 構成시켰다. 또한 여기서 도출된 방법을 적절한 事例研究系에 적용, 디지털 시뮬레이션하여 보았다.

1. 序 論

Luenberger觀測子는 系의 入-出力 및 系파라미터들을 모두 알고 있을 때 可觀測한 線型系의 狀態들을 推定하는데 사용된다.

그러나 適應觀測子는 入-出力만 알고 있으면 系의 파라미터들과 狀態들을 동시에 推定할 수 있는 잇점이 있다⁽¹⁾.

Carroll과 Lindorff⁽²⁾는 Lyapunov第 2 方法을 이

용하여 適應觀測子를 構成하는 방법을 처음으로 제안하였으며 Kudva와 Narendra⁽³⁾는 Meyer-Kalman-Yakubovich lemma를 사용하여 適應觀測子를 설계하는 기법을 제시하였다. 그 후 Kreisselmeier⁽⁴⁾는 適應觀測子를 파라미터推定過程과 狀態推定過程을 분리하여 構成하면 收斂速度를 더 빠르게 할 수 있음을 보였으며 Nuyan과 Carroll⁽⁵⁾은 狀態變數필터出力들의 線型組合으로 표현되는 代數方程式을 써서 適應觀測子를 構成할 수 있음을 보였다. 또한 Hang⁽⁶⁾등은 超安定度理論을 이용하여 適應觀測子를 構成하기도 하였으며 그의 많은 사람들에 의하여 여러 가지 방법이 연구되었다.

한편 Ichikawa⁽⁷⁾는 필터를 사용하여 構造가 보

*** 漢陽大學校工科大学電氣工學科
Dept. of Electric Engineering, Hanyang University,
Seoul, 133 Korea.

論文番號: 84-14 (接受 1984. 6. 12)

다 간단하며 適應速度가 빠른 파라미터推定方法을 제안하였다. 그러나 이 방법으로는 適應觀測子를 構成하기가 다소 불편한 점이 있다.

이에 本論文에서는 Ichikawa의 방법을 보완한 새로운 파라미터推定技法을 소개하였으며 또한 이를 이용한 狀態推定方法을 제시하였다. 이와 같이 함으로써 構造가 간단하며 適應速度가 빠른 適應觀測子를 설계할 수 있었다.

또한 여기서 제시한 방법을 디지털電算機 시뮬레이션을 통하여 확인하여 보았다.

2. 파라미터推定

다음과 같은 傳達關係式으로 주어지는 플랜트를 생각한다.

$$i_p(s) = \frac{y_p(s)}{u(s)} = \frac{b_n s^{n-1} + \dots + b_0}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{b_p(s)}{a_p(s)} \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_n]^T$, $\mathbf{b} = [b_1 \dots b_n]^T$ 는 未知 파라미터 벡터이다. 또한 $a_p(s)$ 는 $b_p(s)$ 와는 서로素 (relative coprime)인 漸近安定한 多項式이다.

이제 다음과 같은 임의의 多項式 $f(s)$ 를 가정하자.

- 1) $f(s) = s^n + f_1 s^{n-1} + \dots + f_n = \prod_{j=1}^n (s + \lambda_j)$
- 2) λ_j 는 플랜트의 極點 및 零點과는 다르다
- 3) $\lambda_i \neq \lambda_j, i \neq j, j = 1, \dots, n$
- 4) $\lambda_i > 0, i = 1, \dots, n$

위의 $f(s)$ 로 플랜트 傳達函數 $G_p(s)$ 의 分母, 分子를 나눈 후 정리하여 $y_p(s)$ 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$y_p(s) = \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i s^{n-i}}{f(s)} y_p(s) + \sum_{i=1}^n \frac{b_i s^{n-i}}{f(s)} u(s) \quad (2)$$

Ichikawa⁽⁷⁾는 部分分數를 사용하여 $y_p(s)$ 를 구하였으나 本論文에서는 式(2)와 같이 $y_p(s)$ 를 가정함으로써 계산을 간편히 할 수 있었으며 또한 뒷節에서 適應觀測子를 構成하는데 용이하게 사용할 수 있는 잇점이 있었다.

위 식의 $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_n]^T$ 는 式(1)의 \mathbf{a}^T 에 1:1로 對應된다. 그런데 u 및 y_p 만 알고 있는 값이므로 이 既知의 u 와 y_p 를 사용하여 \mathbf{a} 및 \mathbf{b} 를 推定하여야 한다. 이를 위하여 $Z_i(s)$ 와 $\omega_i(s)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$Z_i(s) = \frac{s^{n-i}}{f(s)} y_p(s), \quad i = 1, \dots, n$$

$$\omega_i(s) = \frac{s^{n-i}}{f(s)} u(s), \quad i = 1, \dots, n \quad (3)$$

그러면 플랜트의 出力 $y_p(t)$ 는 다음과 같이 閥터의 出力과 파라미터와의 곱으로 표현될 수 있다.

$$y_p(t) = \mathbf{a}^T \mathbf{Z}(t) + \mathbf{b}^T \boldsymbol{\omega}(t) + \delta(t)$$

$$\mathbf{Z}(t) = \mathbf{F} \mathbf{Z}(t) + \mathbf{h} y_p(t)$$

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \mathbf{F} \boldsymbol{\omega}(t) + \mathbf{h} u(t) \quad (4)$$

$$\text{여기서 } \mathbf{F} = \begin{bmatrix} -f_1 & -f_2 & \dots & -f_n \\ & I & & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{h}^T = [10 \dots 0]$$

이때 또한 $\delta(t)$ 는 出力의 初期値와 $\mathbf{a}^T \mathbf{Z}(0) + \mathbf{b}^T \boldsymbol{\omega}(0)$ 의 차에 의해서 발생하는 양이며 이는 시간이 지남에 따라 指數的으로 감소하여 0 값으로 된다.

式(4)에서와 마찬가지로 파라미터推定을 위한 出力의 推定値를 다음과 같이 가정한다.

$$\hat{y}(t) = \hat{a}_1 Z_1 + \dots + \hat{a}_n Z_n + \hat{b}_1 \omega_1 + \dots + \hat{b}_n \omega_n = \hat{\mathbf{a}}^T \mathbf{Z}(t) + \hat{\mathbf{b}}^T \boldsymbol{\omega}(t) \quad (5)$$

위 식에서 \mathbf{a}^T 와 \mathbf{b}^T 는 適應則에 따라 변하는 可變 파라미터 벡터이다. 이제 式(4)와 式(5)로부터 실제의 系出力과 推定된 系出力과의 誤差는 다음과 같이 구하여진다.

$$e(t) = \hat{y}(t) - y_p(t) = \boldsymbol{\phi}^T(t) \boldsymbol{\theta}(t) - \boldsymbol{\beta}^T \exp(\mathbf{F}_1 t) \boldsymbol{\theta}(0)$$

$$\boldsymbol{\theta}(t) = [\mathbf{Z}^T(t), \boldsymbol{\omega}^T(t)]^T \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\phi}(t) = [(\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a})^T (\hat{\mathbf{b}} - \mathbf{b})^T]^T, \quad \boldsymbol{\beta} = [\mathbf{a}^T \mathbf{b}^T]^T,$$

$$\exp(\mathbf{F}_1 t) = \begin{bmatrix} \exp(\mathbf{F}t) & 0 \\ 0 & \exp(\mathbf{F}t) \end{bmatrix}$$

이제 파라미터推定은 $\boldsymbol{\phi}(t) \rightarrow 0$, 즉 $\hat{\mathbf{a}}(t) \rightarrow \mathbf{a}$, $\hat{\mathbf{b}}(t) \rightarrow \mathbf{b}$ 가 되도록 하는 適應則을 찾는 문제로 집약된다. 이를 위하여 다음과 같은 評價函數를 생각한다.

$$J = \frac{1}{2} e^2 [\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\theta}]^{-1} \quad (7)$$

$\boldsymbol{\phi}$ 에 대한 gradient를 구하면

$$\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\phi}} = [\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\beta}^T \exp(\mathbf{F}_1 t) \boldsymbol{\theta}(0)] [\boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\theta}]^{-1} \quad (8)$$

따라서 適應則은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= -k \frac{\partial J}{\partial \phi}, \quad k > 0 \\ &= [-k\theta\theta^T\phi + k\theta\beta^T \exp(F_1 t)\theta(0)](\theta^T\theta)^{-1} \quad (9) \\ &= -kC(t)\theta e \quad (10) \end{aligned}$$

단, 여기서 $C(t) = (\theta^T\theta)^{-1}$

安定度證明을 위해서 式(9)의 비제차항은 指數의므로 감소하므로 다음과 같은 제차항만 생각한다.

$$\dot{\phi}_1 = -k\theta\theta^T\phi_1(\theta^T\theta)^{-1} = -kC(t)\theta e_1 \quad (11)$$

이제 다음과 같은 시험 Lyapunov함수를 가정한다.

$$V = \frac{1}{2}\phi_1^T\phi_1 \quad (12)$$

式(11)과 式(12)로부터 $\dot{V} = -kC(t)\theta^T e_1^T(t) \leq 0$ 가 되므로 $e_1(t)$ 는 시간이 지남에 따라 0이 된다. 따라서 $\dot{\phi}_1(t)$ 는 0에 수렴하게 되며 $\phi_1(t)$ 는 상수 벡터가 된다. 즉

$$\theta^T(t)\dot{\phi}_1(t) = -k e_1(t)$$

또는

$$\theta^T(t)[\dot{\phi}_1(t) + k\phi_1(t)] = 0$$

위 식에서 만일 $\theta(t)$ 가 sufficiently rich⁽⁸⁾하다면 $\dot{\phi}_1(t) + k\phi_1(t) = 0$ 이 되므로 $\dot{\phi}_1(t) = -k\phi_1(t) = 0$ 이 된다. 따라서 $\hat{a}(t) \rightarrow a$, $\hat{b}(t) \rightarrow b$ 가 되어 式(9)에 의하여 a 와 b 를 推定할 수 있게 된다.

3. 觀測子の 構成

이節에서는 앞에서 推定된 파라미터들을 가지고 適應觀測子를 構成하여 본다.

式(1)의 플랜트는 다음과 같은 可觀測標準型으로 實現될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -a & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + bu \quad (13) \\ y_p &= h^T x = x_1 \end{aligned}$$

여기서 $x(t)$ 는 n 次的 狀態벡터이며 u 와 y 는 각각 入力와 出力이다. 또한 $a = [a_1 \dots a_n]^T$ 와 $b = [b_1 \dots b_n]^T$ 는 未知파라미터 벡터이다.

위의 플랜트에서 알고 있는 값은 u 및 y 뿐이

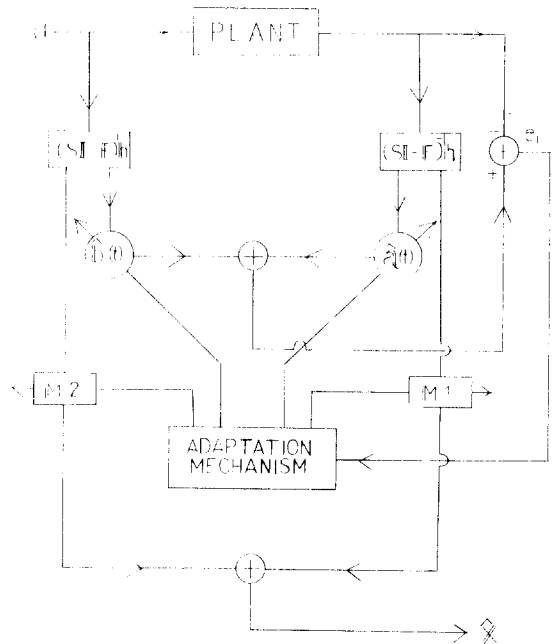


그림 1. 適應觀測子の 構成図
Configuration of the adaptive observer.

므로 u 및 y 만을 이용해서 狀態 x 를 推定하여야 한다. 式(13)의 플랜트는 다음과 같은 Luenberger 觀測子꼴로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} -f & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + gy_p + bu \\ &= F'x + gy_p + bu \quad (14) \end{aligned}$$

여기서 $f = [f_1 \dots f_n]^T$ 로서 앞에서 정의한 $f(s)$ 의 係數벡터이므로 알고 있는 값이며 g 는 a 와 같은 값을 갖는 미지의 파라미터 벡터이다.

이제 다음과 같은 代數方程式에 의해 플랜트의 狀態를 推定한다고 가정한다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = M_1 Z(t) + M_2 \omega(t) \quad (15)$$

여기서 M_1 와 M_2 는 나중에 구해질 常數行列이며 Z 와 ω 는 앞節의 式(4)에서 정의된 信號이다. 따라서

$$\hat{x}(s) = M_1(sI - F)^{-1} h y_p(s) + M_2(sI - F)^{-1} h u(s) + \delta(s) \quad (16)$$

여기서 $\delta(t)$ 는 初期值에 의한 것이며 F 가 安定한 行列이므로 시간이 지남에 따라 指數의므로 0에 수렴되어 간다. 또 式(14)의 플랜트의 狀態 $X(s)$ 는 다음처럼 표시된다.

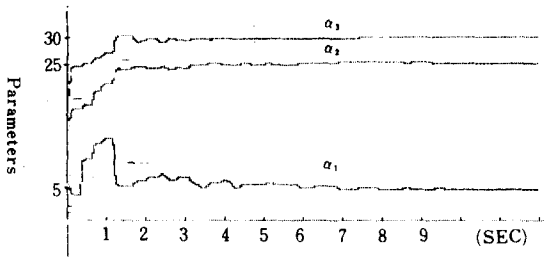


그림 2 a. 파라미터 a 의 推定
Identified values of parameters a .

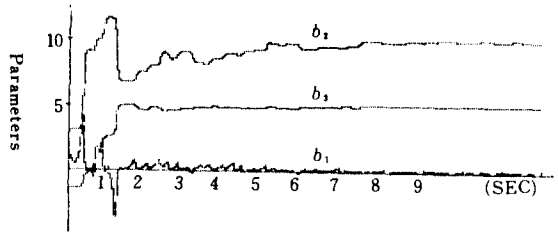


그림 2 b. 파라미터 b 의 推定
Identified values of parameters b .

$$X(s) = \frac{(sI - F') g y_p(s) + (sI - F')^{-1} b u(s) + \delta(s)}{b u(s) + \delta(s)} \quad (17)$$

그런데 g 는 a 와 같으므로 다른 計算없이 바로 a 의 推定值 \hat{a} 로 代치할 수 있으며 b 는 \hat{b} 로 代치할 수 있다. 式(16)과 式(17)은 定常狀態에서 같은 값을 가져야 한다. 즉

$$\begin{aligned} M_1 (sI - F)^{-1} h &= (sI - F')^{-1} \hat{a} \\ M_2 (sI - F)^{-1} h &= (sI - F')^{-1} \hat{b} \end{aligned} \quad (18)$$

M_1 과 M_2 를 구하기 위하여 다음과 같은 관계식을 사용하여 s 의 次數를 비교하여 보면¹⁰⁾

$$(sI - F)^{-1} = \frac{R_0 s^{n-1} + R_1 s^{n-2} + \dots + R_{n-1}}{f(s)}$$

$$\begin{aligned} R_0 &= I \\ R_i &= F R_{i-1} + f_i I, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (19)$$

그런데 $\det(F) = \det(F')$ 이므로 M_1 과 M_2 는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} M_1 &= (\hat{a} F' \hat{a} \dots F'^{n-1} \hat{a}) (h F h \dots F^{n-1} h)^{-1} \\ M_2 &= (\hat{b} F' \hat{b} \dots F'^{n-1} \hat{b}) (h F h \dots F^{n-1} h)^{-1} \end{aligned} \quad (20)$$

위에서 $\det(h F h \dots F^{n-1} h)$ 는 항상 1이므로 M_1 과 M_2 의 계산을 간편하게 할 수 있으며 또한 특별한 變換이 없이도 파라미터 推定時에 사용되었던 Z 와 ω 信號를 직접 觀測子構成에 사용되는 信號들로 사용할 수 있으므로 觀測子の 構造를 간단히 할 수 있다. 이러한 방법에 따른 파라미터 推定 및 狀態觀測子の 設計결과를 나타내는 構成圖는 그림 1과 같다.

4. 事例研究

파라미터 推定 및 適應觀測子の 構成이 올바르게 되었는가를 검토하기 위하여 다음과 같은 事例研究 대상系에 이를 적용시켜 보았다.

$$G_p(s) = \frac{10s + 5}{s^3 + 5.5s^2 + 9s + 4.5}$$

여기서 多項式 $f(s) = s^3 + 10.5s^2 + 34.5s + 35$ 로 가정하였다. 따라서 推定되어야 하는 파라미터 값들은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} [a_1, a_2, a_3] &= [5, 25.5, 30.5] \\ [b_1, b_2, b_3] &= [0, 10, 5] \end{aligned}$$

初期値는 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} [a_1(0), a_2(0), a_3(0)] &= [7, 15, 20] \\ [b_1(0), b_2(0), b_3(0)] &= [-1, 1, 3] \end{aligned}$$

또 入力 $u = 2 \sin t + 4 \sin 2t + 8 \sin 4t + 20 \sin 10t$ 로 주었으며 適應利得常數 $k = 30$ 으로 가정하였다. 앞에서 제안한 방법에 따라 최종系를 디지털 시뮬레이션한 결과 위 경우에 대한 파라미터 推定值 및 觀測子和 플랜트 사이의 狀態誤差는 그림 2 및 그림 3과 같다.

5. 結 論

本論文에서는 應答速度를 빠르게 하기 위하여 狀態推定過程과 파라미터 推定過程을 분리하여 適應觀測子を 構成하였다. 이를 위하여 Ichikawa가 제안한 파라미터 推定法을 개선하여 觀測子を 보

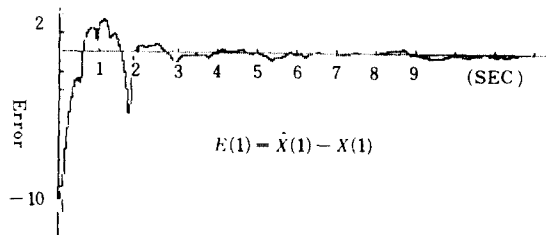


그림 3. 觀測子和 플랜트 사이의 狀態誤差 $E(1)$
State error $E(1)$ of the observer and plant.

다 용이하게 설계할 수 있게끔 수정하였으며 이때 사용된 狀態變數필터의 出力들을 이용하여 適應觀測子를 간편하게 構成시킬 수 있음을 보였다.

이와 같이 함으로써 適應觀測子の 構造를 간단히 할 수 있었으며 또한 收斂速度를 빠르게 할 수 있었다.

본 연구는 한국과학재단의 연구보조비로 이루어졌음을 밝히며 귀 재단에 감사를 드린다.

參 考 文 獻

(1) Y. D. Landau, "Adaptive control-the model reference approach," Marcel Dekker Inc., 1979.
 (2) R. L. Carrol and D. P. Lindorff, "An adaptive observer for SISO linear systems," IEEE Trans. Automat. Contr. vol. AC-18, pp. 428~435, Oct. 1973.

(3) K. S. Narendra and P. Kudava, "Stable adaptive schemes for system identification and control-part II," IEEE Trans. Automat. Contr. System, Man, and Cybernetics, vol. SMC-4, Nov. 1974.
 (4) G. Kresselmeir, "Adaptive observers with exponential rate of convergence," IEEE Trans. Automat. Contr. vol. AC-22 Feb. 1977.
 (5) S. Nuyan and R. L. Carrol, "An adaptive observer and identifier with an arbitrarily fast rate of convergence," IEEE conf. on Decision and Cont. 15th Symp. Dec. 1976.
 (6) C. C. Hang, "A new form of stable adaptive observer," IEEE Trans. Automat. Contr. Aug. 1976.
 (7) K. Ichikawa, "Continuous time adaptive identification and control algorithms via newly developed adaptive laws," Int. J. Control, vol-36, pp. 819-831, 1982.
 (8) A. P. Morgan and K. S. Narendra, "On the stability of non-autonomous differential equations $X = A + B(t)X$ with skew symmetric matrix $B(t)$," SIAM, J. Control and Optimijation, Jan. 1977.
 (9) P. M. Lion, "Rapid identification of linear & nonlinear system," AIAA J. vol. 5, #10, pp. 1835-1842, 1967.
 (10) C. T. Chen, "Introduction to linear system theory," Holt, Rinehart & Winston, Inc., 1970.



張世勳 (Se Hoon CHANG) 正會員
 1931年12月23日生
 1953年-1957年: 서울大學校工科大学電氣工學科
 1959年-1962年: 美國N. C. 州立大學 大學院電氣工學科
 1965年-1969年: 瀋陽大學校工科大学電氣工學科教授
 1969年-1970年: 美國Colo. 州立大學大學院電氣工學科(交換教授)

1970年-現在: 瀋陽大學校工科大学電氣工學科教授(工博)



李順榮 (Soon Young LEE) 正會員
 1958年12月27日生
 1980年: 瀋陽大學校工科大学電氣工學科 卒業
 1982年: 瀋陽大學校大學院電氣工學科 (工學碩士)
 現在: 瀋陽大學校大學院電氣工學科博士 課程