

에너지 방법을 이용한 三次元 切削力の 理論的 予測에 관한 研究

金 壯 亨*

A study on the Theoretical of
Three Dimensional Cutting Force Used Energy Method

Kim Jang-Hyung

Abstract

The purpose of this paper is to predict the cutting force, utilizing new model of double cutting edge which has normal rake angle and tool inclination angle. Changing side, back rake angle and side cutting edge angle in the new model. Three dimensional cutting force was obtained by the use of $\eta/c = i$ proposed by Stabler and energy method for three dimensional cutting force.

Theoretical results has been calculated with development of optimization algorithm which can be put into three dimensional theory, using the method of least square with orthogonal cutting data. It is proved that three dimensional cutting force is to be predicted accurately only if orthogonal cutting force by equalizing theoretical result and experimental result has been calculated.

1. 序 論

三次元 切削을 해석하려는 많은 노력이 지금까지 행하여져 왔다. 즉 oblique cutting의 解析에 (Brown, R.H. 等, 1964) 또 double cutting edge의 解析 (Armarego, E.J.A 等, 1970) 등이 그것이다. 그러나 이러한 방법은 切削力에 미치는 因子를 理論적으로 구했기 때문에 正確히 三次元 切削力을 예측하지 못했다. 여기에서 Shaw, M.C는 二次元 切削 實驗으로 實驗적으로 예측할 수 있는 三次元 切削力을 구할 수 있다고 하였다 (Shaw, M.C 等, 1952). 이러한 Shaw의 idea를 바탕으로

로 Usui, Hirota, Maskuo는 Double cutting edge의 새로운 모델을 제시하고 二次元 實驗 data만을 가지고 三次元 切削力을 理論적으로 解析한 후 실제 實驗値와 비교하여 正確함을 확인하였다. 本 研究에서는 工具경사각(i)과 수직경사각(α_n)을 가지는 Usui 등의 double cutting edge의 모델에 nose radius가 없는 工具를 形狀變化시키면서 에너지 방법을 사용하고 Stabler가 제안한 $\eta_c = i$ 를 이용하여 切削力을 구하고 理論値와 實驗値가 일치함을 보였다. 그리고 二次元 切削實驗 data를 가지고 최적화 알고리즘을 開發하여 三次元 切削力을 理論적으로 구할 때 부프로그램으로 적용가능성을 나타내었다.

* 제주대학교

2. 理 論

2 - 1. 三次元の 切削모델

Nose radius 는 Zero 이고 Nose angle ($\angle BCD$) 은 90° 도, 수직경사각 (α_n), 경사

각 (i) 으로 직사각형 切削단면 (길이 t, 폭 b) 를 자른다. 칩은 Front edge (CB) 에 대해서는 삼각형 (CEB), Main edge (CD) 에 대해서는 사다리꼴 (CEFD) 전단면이 동시에 생성되어 일정한 方向으로 流出된다.

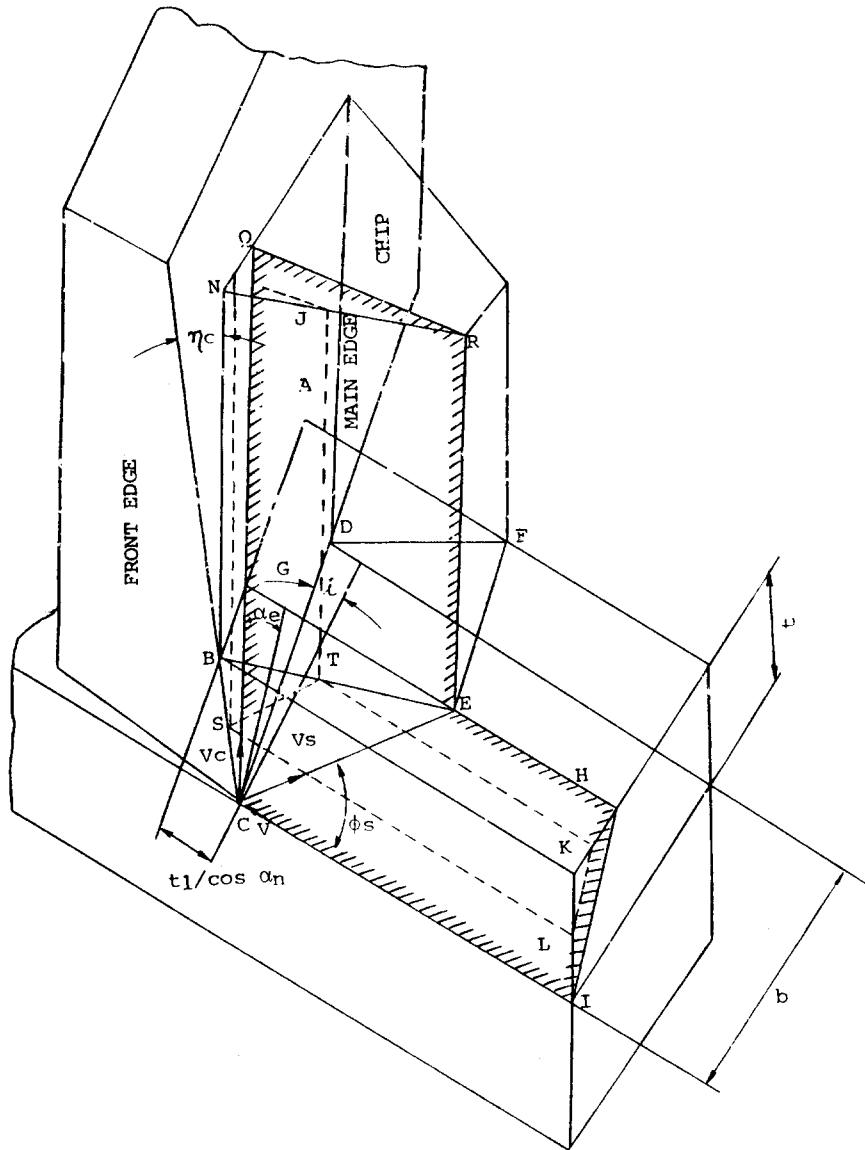


Fig. 1. Basic model of double cutting edge

Fig. 1에서는 切削速度 (V) 와 칩流出速度 (V_c) 를 포함하는 평면이 강조된다. 예를들면 임의의 형성된 평면 HERQGC 를 보면 線 CE와 HI 는 二次元切削에서 각각 선단면과 절삭길이를 고려될 수가 있다. 그러므로 Fig.

1에서의 切削은 유효전단각(φ_e) 및 유효경사각(α_e) 를 가진 二次元 切削의 同一形으로 解析되어 질 수가 있는 것이다. 유효경사각(α_e) 는 기하학적인 方法에 의해 얻어진다.

$$\sin \alpha_e = \sin \eta_c \sin i + \cos \eta_c \cdot \cos i \cdot \sin \alpha_n \dots\dots\dots (1)$$

여기에서 Stabler의 法測 η_c = i 를 적용하면

$$\sin \alpha_e = \sin^2 i + \cos^2 i \cdot \sin \alpha_n \dots\dots\dots (2)$$

그리고 Nose radius 가 없을시 옆날각(C_s) 상면경사각(α_b), 옆면경사각(α_s) 를 가진 工具는 公구경사각(i) 와 수직경사각(α_n)을 가진 工具로 나타낼 수가 있다. 즉 아래와 같은 關係式이 成立한다.(Cook, N.H. 1966).

$$\left. \begin{aligned} \tan i &= \tan \alpha_b \cdot \cos c_s - \tan \alpha_s \cdot \sin c_s \\ \tan \alpha_v &= \tan \alpha_s \cdot \cos c_s + \tan \alpha_b \cdot \sin c_s \\ \tan \alpha_n &= \tan \alpha_v \cdot \cos i \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

2 - 2. 切削力의 豫測

切削力을 決定하기 위하여 에너지方法을 使用한다. 절삭에서의 단위시간당 총 에너지는

전단에너지(U_s), 경사면 위에서의 마찰에너지(U_f), 절삭할 때 새로운 표면적의 형성으로 인한 표면에너지(U_a), 운동량의 變化에 의해서 생기는 운동에너지(U_m)의 총합과 같다. 여기에서 U_a 와 U_m은 극히 적은 값이므로 무시하면 즉,

$$U = U_s + U_f \dots\dots\dots (4)$$

전단에너지는 전단응력과 전단속도로 나타낼 수 있으므로

$$U_s = \tau_s \cdot v_s \cdot A \dots\dots\dots (5)$$

여기에서 A는 전단평면의 면적이며 삼각형 CEB의 面積 A₁ 과 사다리꼴 CEFD의 面積 A₂ 로써 Fig.1에서 나타나는 바와 같다.

$$A_1 = \frac{t_1^2}{4 \cos^2 \alpha_n} \left[\frac{4 \cos^2 \alpha_e}{\sin^2 \phi_e \cos^2 \eta_c} - \left[1 + \frac{\cos^2 \alpha_e}{\sin^2 \phi_e \cos^2 \eta_c} - \frac{1}{\cos^2 \eta_c} \{ \sin^2 \eta_c + (\sin \alpha_e + \cos \alpha_e \cot \phi_e)^2 - 2 \sin^2 \eta_c \sin i (\sin \alpha_e + \cos \alpha_e \cot \phi_e) \}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \dots\dots\dots (6)$$

$$A_2 = \frac{t_1 \left(\frac{2b}{\cos i} - \frac{t_1 \tan \eta_c}{\cos \alpha_n} \right)}{2 \sin \phi_e \cos \alpha_n \eta_c \times [\cos^2 \alpha_e - \sin^2 \phi_e \{ \sin \eta_c - (\sin \alpha_e + \cos \alpha_e \cdot \cot \phi_e) \times \sin i \}^2]^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (7)$$

V와 V_c 를 포함하는 평면내에 있는 호도 graph가 二次元 切削과 같이 때문에

$$V_s = \frac{\cos \alpha_e}{\cos(\phi_e - \alpha_e)} V \dots\dots\dots (8)$$

$$U_s = \frac{\tau_s (A_1 + A_2) \cos \alpha_e}{\cos(\phi_e - \alpha_e)} V \dots\dots\dots (9)$$

로 표시되고, 工具面상의 단위시간당 마찰에너지 U_f 는

그러므로,

$$U_f = F_t \cdot V_c = F_t \frac{\sin \phi_e}{\cos(\phi_e - \alpha_e)} V \dots (10)$$

式(9)와(10)을 계산하기 위하여 다음과 같이 가정을 취한다.

(i) Fig.1에서 ϕ_e 와 τ_s 와 α_e 의 관계는 二次元 切削에서와 같은 것으로 한다.

$$\left. \begin{aligned} \phi_e &= f(\alpha_e) \\ \tau_s &= g(\alpha_e) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

(ii) 切削깊이 t 및 單位切削폭을 가진 二次元 切削에서의 마찰력 f_t 는 V 와 V_c 를 포함하는 평면내에서 비록 이 평면이 工具面에 수직이 아니라도 동일한 切削깊이 t 의 위치에서 Fig.1에 있는 工具面의 단위폭상에 作用하는 것으로 한다.

즉,

$$\beta_e = g(\alpha_e) \dots \dots \dots (12)$$

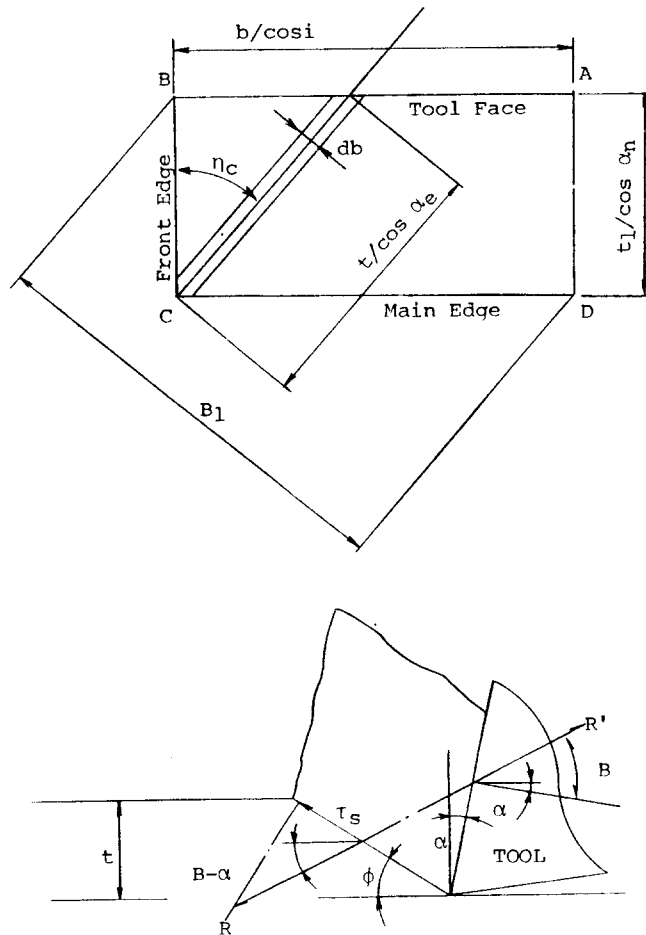


Fig. 2. Calculation of frictional force on tool face

위의 가정을 염두에 두고 Fig.2를 參照하면 단위절삭폭과 절삭깊이 t 를 가진 二次元 切削에서의 마찰력 f_t 는 다음 式으로 주어진다.

$$f_t = \frac{\tau_s \cdot t \sin \beta}{\cos(\phi + \beta - \alpha) \cdot \sin \phi}$$

Fig.1 의 모델에서 마찰력 F_t 는 Fig.2 를 參照하면,

$$F_t = \frac{\tau_s \sin \beta_e}{\cos(\phi_e + \beta_e - \alpha_e) \sin \phi_e} \int_0^{B_1} t \, db = \frac{\tau_s \sin \beta_e}{\cos(\phi_e + \beta_e - \alpha_e)} \frac{\cos \alpha_e}{\cos i \cos \alpha_n} bt_1 \dots (13)$$

여기에서 마찰에너지 U_f 는

$$U_f = \frac{\tau_s \sin \beta_e \cos \alpha_e}{\cos(\phi_e + \beta_e - \alpha_e) \cos(\phi_e - \alpha_e) \cos i \cos \alpha_n} bt_1 V \dots (14)$$

즉, 式(10) 과 (14) 는 아래와 같은 關係式이 成立한다.

$$U = U_s + U_f = F(\eta_c, \alpha_n, i, b, t_1, v)$$

여기에서 α_n, i, b, t_1, v 는 tool Geometry 와 切削條件으로 η_c 는 Stabler 의 式을 代

入하면 구할 수 있다. 그리고 칩形態를 나타내어 주는 $\phi_e, \alpha_e, \tau_s, \beta_e$ 를 式(1), (11), (12) 를 使用하여 구할 수 있다. 切削力의 基本成分인 F_H 는 $VF_H = U_s + U_f$ 를 計算하여 얻을 수 있다. 즉, 式(5) 와 (11) 을 使用하면

$$F_H = \left[\frac{\tau_s \cos \alpha_e}{\cos(\phi_e - \alpha_e)} \{(A_1 + A_2) + \frac{bt_1 \cdot \sin \beta_e \cdot \sin \beta_e}{\cos(\phi_e + \beta_e - \alpha_e) \cos i \cdot \cos \alpha_n}\} \right] \dots (15)$$

式(15) 에서 구한 主분력 F_H 는 工具경사면상의 수직분력 N_t 와 式(13) 의 마찰력 F_t 의 切削速度方向의 分력이므로

$$F_H = N_t \cos \alpha_n \cos i + F_t \sin \alpha_e \dots (16)$$

N_t 가 이 式으로 결정되고 F_v 와 F_T 가 각각 N_t 및 F_t 의 수직분력 및 切削速度方向의 分력으로서 얻어진다.

$$\begin{aligned} F_v &= -N_t \sin \alpha_n + F_t \cos \eta_c \cdot \cos \alpha_n \\ F_T &= -N_t \cos \alpha_n \cdot \sin i + F_t \sin \eta_c \cdot \cos i \\ &\quad - F_t \cos \eta_c \cdot \cos \alpha_n \cdot \sin i \dots (17) \end{aligned}$$

여기에서 式(3) 을 代入하면 옆날각(C_s), 상면경사각(α_b), 옆면경사각(α_s) 을 가진 工具에 적용시킬 수가 있다. 그러나 실제 使用한

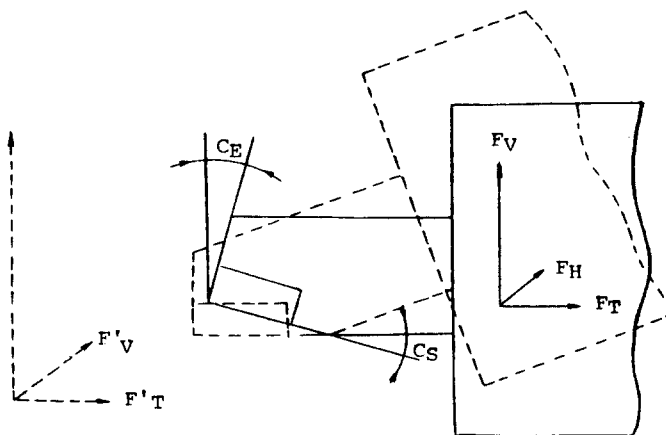


Fig. 3. Rotation of main cutting edge and positive directions of force components

工具와 Fig.1 을 비교하면 main cutting edge 를 Fig.3 과 같이 切削速度에 수직인 平面과 각 C_s 만큼 회전시킨 결과가 되므로

$$\left. \begin{aligned} F_H &= F_H' \\ F_V &= F_V' \cos C_s + F_T' \sin C_s \\ F_T &= F_T' \cos C_s - F_V' \sin C_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

로 된다.

2 - 3. 三次元の 切削데이터

에너지 方法을 利用하기 위하여 式 (11), (12) 에 對한 二次元 切削 data 가 同一 切削條件下에서 이루어지는 것이 要望된다. Fig. 4 에는 切削에서 얻어진 data 를 나타낸다. 이들 data 를 式 (11), (12) 로 나타내기 위하여 最小자승법을 使用하면 아래와 같다. 실제 data $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots (x_i, y_i) \dots (x_n, y_n)$ 의 n 개의 data 를 $y = a + bx$ 로 表現하여 가장 오차를 작게 할 수 있는 계수 a, b 를 구하는 것이 最小자승법이다. 여기에서

$$\text{오차} = (a + bx_i) - y_i \dots\dots\dots(19)$$

따라서 目的함수는

F 의 最小값은

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial b} = 0 \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$\frac{\partial F}{\partial a} = \frac{\partial \sum_{i=1}^n (a + bx_i - y_i)^2}{\partial a} = \sum_{i=1}^n 2(a + bx_i - y_i) = 0 \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$\frac{\partial F}{\partial b} = \frac{\partial \sum_{i=1}^n (a + bx_i - y_i)^2}{\partial b} = \sum_{i=1}^n 2(a + bx_i - y_i)x_i = 0$$

이를 정리하면

$$\left. \begin{aligned} na + b \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i \end{aligned} \right\} (23)$$

$$F = \sum_{i=1}^n \{(a + bx_i) - y_i\}^2 \quad \dots\dots\dots(20)$$

이 F 를 最小로 하는 계수 a, b 를 定하는 것이 된다.

α (deg)	0	5	10	20
F_p (kg)	86.2	75.8	66.8	54.9
F_q (kg)	66.14	52.1	40.6	24.95
ϕ (deg)	12.925	15.04	17.5	21.8
β (deg)	37.499	39.502	41.291	44.44
τ_s (kg/mm ²)	55.297	55.313	55.308	55.318

Fig. 4. Experimental results in two dimensional cutting

[cutting condition]

material : SM 20c
cutting tool : KTP 20(o, var, 0, 7, 0, 0, 0)
width of cut : 2 mm
feed : 0.14 mm / rev
cutting speed : 1.54 mm / sec
cutting fluid : dry

이 연립方程式을 풀면

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \\ b &= \frac{\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \end{aligned} \right\} (24)$$

와 같이 된다. 式(24)를 利用하면 Fig.4에 나타낸 data는 式(25)와 같다. 여기서 각도

는 radian으로 표시된 것이다.

$$\left. \begin{aligned} \phi &= 0.2253394128 + 0.4463142857 \times \alpha \\ \beta &= 0.6574664768 + 0.3443140030 \times \alpha \\ \tau_s &= 55.3015091685 + 0.0496429114 \times \alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

3. 实 験

3-1. 实验装置

二次元, 三次元 切削實驗을 위하여 사용된 선반은 TAKISAWA Model TAL 510이며 피삭재는 기계구조용 탄소강 SM20C, 절삭공구는 KTP 20을 使用하였으며 절삭력 측정을 위하여 Shinkoh社의 Tool Dynamometer를 使用하였다. 그리고 計算處理는 한국과학기술원 大型컴퓨터 CYBER 170-835에 의해 이루어졌다.

3-2. 实验結果 및 檢討

式(25)를 利用하여 式(11), (12)의 形態로 만들면

$$\left. \begin{aligned} \phi_e &= 0.2253394128 + 0.4463142857 \times \alpha_e \\ \beta_e &= 0.6574664768 + 0.3443140030 \times \alpha_e \\ \tau_s &= 55.3015091685 + 0.0496429114 \times \alpha_e \end{aligned} \right\} (26)$$

式(26)을 利用하여 式(17), (18)에 代入하면 三次元切削力 F_H, F_V, F_T 를 구할 수 있다. Fig.5, 6, 7은 α_b, α_s, c_s 의 變化에 따른 理論的인 切削力을 實際 實驗値와 비교한 것이다. 그리고 二次元 切削 data를 가지고 最小자승법을 使用하여 式(26)과 같이 나타낼 수 있는 Flow chart와 프로그램을 부록에 삽입하였다.

그림 5, 6, 7에서 보는 바와 같이 理論値와 實驗値가 거의 일치하고 있다. Fig.5는 α_b 變化에 따른 切削力 變化를 나타내며 α_b 가 증가함에 따라 主분력 F_H , 이송분력 F_V 는 거의 같은 경향을 보이며 Fig.6은 α_s 變化에 따른 切削力 變化를 나타내며 主분력 F_H , 이동분력 F_V 는 급격히 감소하며 이것은 二次元實驗에서의 F_p 와 F_Q 의 變化와 비슷하다. Fig.7은 C_s 變化에 따른 切削力의 變化를 나타낸 것이다. F_H 는 거의 變하지 않고 F_V

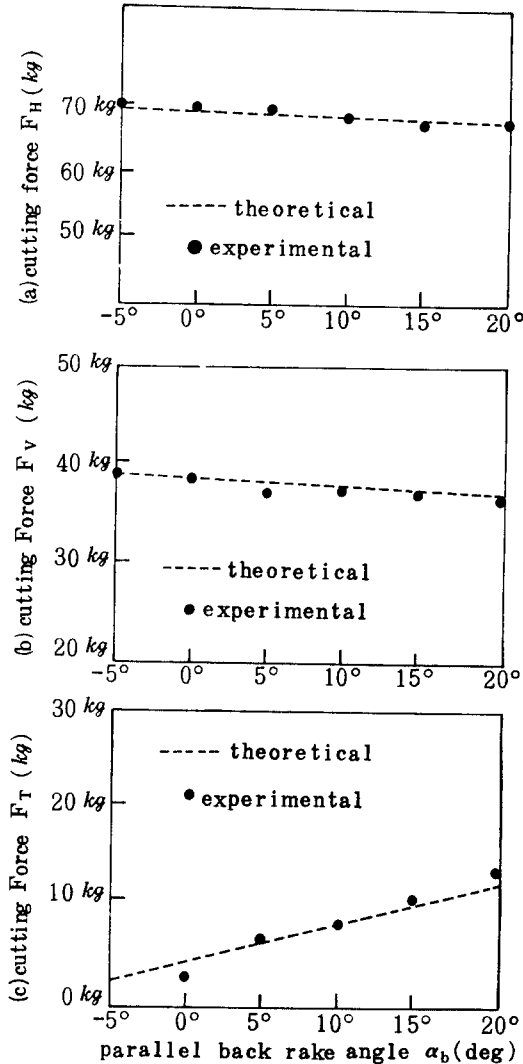


Fig. 5. Variation of three components of cutting force in oblique cutting with parallel back rake angle. Cutting conditions are same as Fig.4. excepting tool geometry (var, 10,7,7,7,7, 0)
 (a): Principal component.
 (b): Vertical component
 (c): Transverse component.

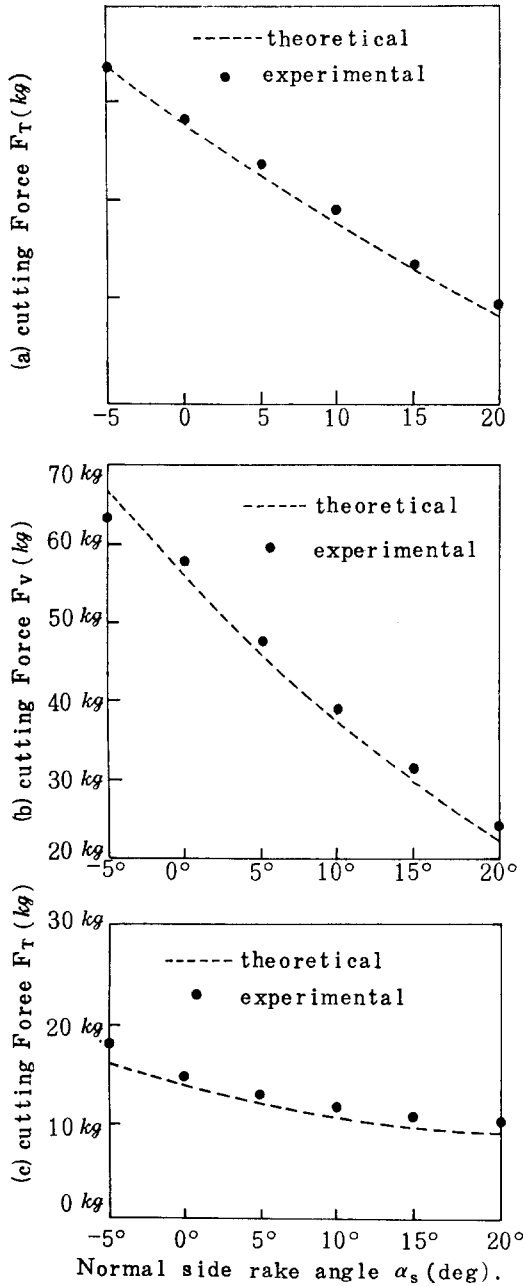


Fig. 6. Variation of three components of cutting force in oblique with normal side rake angle. Cutting conditions are same as Fig. 4, excepting tool geometry (15, var, 7, 7,7,7,0)
 (a): Principal component.
 (b): Vertical component
 (c): Transverse component.

는 감소, F_T 는 증가하고 있다. 이것들은 Brown, Usui 등의 結果와 같은 結果를 나타내고 있다.

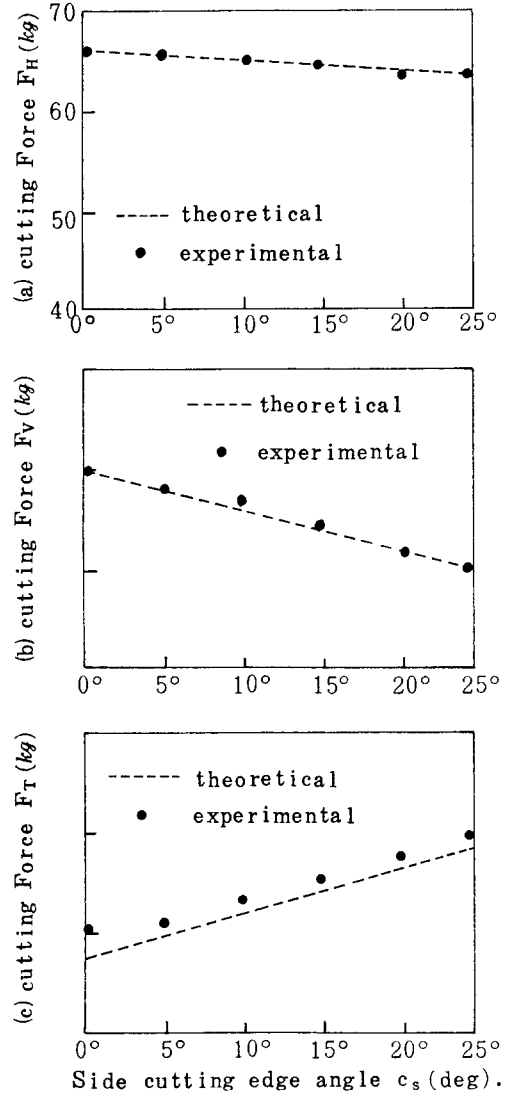


Fig. 7. Variation of three components of cutting force in oblique cutting with side cutting edge angle. Cutting conditions are same as Fig. 4, excepting tool geometry (15,10,7,7,7, var,0)
 (a): Principal component.
 (b): Vertical component
 (c): Transverse component.

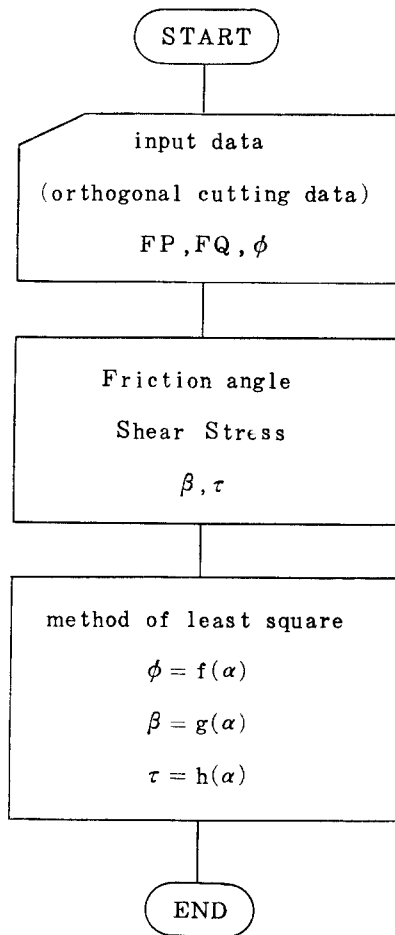
4. 結 論

(1) 단순한 수직경사각 (α_n), 공구경사각 (i) 을 가지는 工具에 對해 nose radius 가 없이 옆날각 (c_s), 상면경사각 (α_b), 옆면경사각 (α_s) 을 가진 工具를 Usui 의 double cutting edge 의 모델에 적용시킬 수가 있다.

(2) 二次元 切削實驗 data 를 가지고 최소자승 법을 사용하여 최적화 알고리즘을 開發하고 三次元 切削實驗 結果를 理論的으로 구할 때 부 프로그램으로 적용가능성을 나타내었다.

(3) 二次元 切削實驗 結果만 주어진다면 에너지 方法과 Stabler 가 제안한 $\eta_c = i$ 를 代 入하여 正確히 三次元 切削力을 理論的으로 豫測할 수가 있다.

< Flow chart >



(Computational algorithm)

PROGRAM

```

5      PROGRAM SIMUL, INPUT, GLTPUT, TAPE5, TAPE6=OUTPUT)
      DIMENSION FP(4), FQ(4), PHY(4)
      DIMENSION ALPHA(4), BETA(4), TOWER(4)
      DIMENSION RPHY(4), RBETA(4), RALPHA(4)
      T=0.14
10     B=2.0
      DO 1=0, I=1, 4
      READ (5, 100) FP(I), FQ(I), PHY(I), ALPHA(I)
100    FORMAT(4F6.3)
      RPHY(I)=PHY(I)*3.141592/180.0
15     RALPHA(I)=ALPHA(I)*3.141592/180.0
      FPG=FQ(I)/FP(I)
      RBETA(I)=ATAN(FPG)+RALPHA(I)
      BETA(I)=180./3.141592*RBETA(I)
      CC=PBETA(I)-RALPHA(I)
20     DD=RPHY(I)+RBETA(I)-RALPHA(I)
      EE=RPHY(I)
      TOWER(I)=FQ(I)/(T*B*SIN(CC))*SIN(EE)*COS(DD)
150    CONTINUE
25     PAA=C.0
      PBB=C.0
      PCC=C.0
      PDD=C.0
      PEE=C.0
      PAA=C.0
      BAA=C.0
30     BBB=C.0
      BCC=C.0
      BDD=C.0
      BEE=C.0
      TAA=C.0
35     TBB=C.0
      TCC=C.0
      TDD=C.0
      TEE=C.0
      YBA=C.0
40     PYBA=C.0
      BYBA=C.0
      TYBA=C.0
      DO 350 I=1, 4
      PAA=PAA+(RALPHA(I)*RPHY(I))
45     PBB=PBB+RALPHA(I)
      PCC=PCC+RPHY(I)
      PDD=PDD+(RALPHA(I)**2)
      PEE=PBB
      BAA=BAA+(RALPHA(I)*RBETA(I))
50     BBB=PBB
      PCC=BCC+PBETA(I)
      BDD=PDD
      BEE=PEE
      TAA=TAA+(RALPHA(I)*TOWER(I))
55     TBB=PBB
      TCC=TCC+TCWER(I)
      TDD=PDD
      TEE=PEE
      PYBA=PYBA+RPHY(I)/4.0
60     BYBA=BYBA+RBETA(I)/4.0
      TYBA=TYBA+TOWER(I)/4.0
      XBA=YBA+RALPHA(I)/4.0
350    CONTINUE
400    B1=(4*PAA-PBB*PCC)/(4*PDD-PEE**2)
65     B2=(4*BAA-BBB*BCC)/(4*BDD-BEE**2)
      B3=(4*TAA-TBB*TCC)/(4*TDD-TEE**2)
      A1=PYBA-B1*XBA
      A2=BYBA-B2*XBA
      A3=TYBA-B3*XBA
70     WRITE (6, 500) FP
500    FORMAT(11H1, '//////////, 11X, #FP = #, 4(E7.3, 5X1, /)
      WRITE (6, 500) FQ
550    FORMAT(11X, #FQ = #, 4(F7.3, 5X1, /)
      WRITE (6, 500) ALPHA
75     560 FORMAT(11X, #ALPHA = #, 4(E7.3, 5X1, /)
      WRITE (6, 570) PHY
570    FORMAT(11X, #PHY = #, 4(E7.3, 5X1, /)
      WRITE (6, 580) BETA
80     580 FORMAT(11X, #BETA = #, 4(F7.3, 5X1, /)
      WRITE (6, 590) TOWER
590    FORMAT(11X, #TOWER = #, 4(F7.3, 5X1, /)
      WRITE (6, 600)
600    FORMAT(//)
      WRITE (6, 610) B1, A1
85     610 FORMAT(10X, #PHY = #, F14.10, ##ALPHA + #, F14.10)
      WRITE (6, 620) B2, A2
620    FORMAT(10X, #BETA = #, F14.10, ##ALPHA + #, F14.10)
      WRITE (6, 630) B3, A3
630    FORMAT(10X, #TOWER = #, F14.10, ##ALPHA + #, F14.10)
90     STOP
      END

```

References

1. Merchant, M.E., "Basic Mechanics of the metal cutting process," Trans. ASME, J. of Applied Mechanics, Vol 66, pp. 168-175, 1944.
2. Stabler, G.V. "The fundamental Geometry of cutting tools," Proceedings of the institute of Mechanical Engineers, vol. 165, pp. 1055-1064, 1951.
3. Cook, N.H, Shaw, M.C. and Smith, P.A., "The mechanics of three Dimensional Cutting Operations," Trans. ASME, Vol. 74, pp 1055-1064, 1952.
4. Armarego, E.J. A and Brown, R.H. "Oblique Machining with a single cutting edge," International Journal of machine tool design and research, Vol. 4, pp. 9-25, 1964.
5. Armarego, E.J.A., "Machining with double cutting edge tools symmetrical triangle cuts," International Journal of machine tool design and research, vol. 7, pp. 23-37, 1967.
6. Cook, N.H., "Manufacturing analysis," addition-Wesley reading Mass. pp. 31-75, 1966.
7. Usui, B.E. and Hirota, A. Mascuo, M. "Analytical prediction of three dimensional cutting part I, II," TRANS. ASME, Vol. 100, pp. 222-228, pp. 229-235, 1978.