

高負荷 動力 伝達用  
WILDHABER-NOVIKOV GEAR의  
齒形과 強度에 對한 研究

崔 商 勳\* 朴 鏞 優\*\* 尹 甲 英\*\*\*

A Study on the, Tooth Profile and Strength of  
WILDHABER-NOVIKOV Gear for high Power Transmission

Sang-Hoon Choe. Yoong-Woo Park. Kab-Young Yoon

Abstract

The WILDHABER-NOVIKOV gear, one of the circular arc gears, has the large contact area between the convex and concave profiled mating teeth, moves from one end of the tooth to the other axially making a face contact. Hence it provides a large load capacity than the Involute gear and still satisfying the law of gearing.

In order to analyze the gear stress, a photoelastic investigation was carried out. Photoelastic model of the WILDHABER-NOVIKOV gears were made of Araldite CT200 in this investigation.

For both the many teeth gear and the few teeth gear segments, External gears of all addendum type WILDHABER-NOVIKOV gear and the INVOLUTE gear were tested.

Included were the models with various profile radii at the same pressure angle  $20^\circ$  and module 13.5. The flank stresses and fillet stresses of these gears were observed in each case and compared with those of gears.

From this investigation, the following results were obtained.

- A. In the case of having many teeth gear: As the profile radius is increased, the fillet stresses of the WILDHABER-NOVIKOV gear become the same or less than that of the INVOLUTE gear, and the flank stress becomes smaller than that of the INVOLUTE gear. Therefore the better design condition is satisfied with a large profile radius.
- B. In the case of having a few teeth gear: As the profile radius is increased the flank stress of WILDHABER-NOVIKOV gear becomes smaller than that of the INVOLUTE gear, but the fillet stresses become larger than that of the INVOLUTE gear. Therefore the larger design condition is satisfied with small profile radius.

1. 序 論

現在 動力 傳達用으로 使用되고 있는 기어의  
齒形은 대부분 Involute 齒形으로 그의 設計,

精密度, 工作등은 거의 완벽에 가깝게 발전하여 일반적으로 기어라 하면 Involute 기어로 치칭되고 있는 실정이다. 그러나, Involute 齒形은 少齒數에서는 Undercut이 생기고 凸면

\* 漢陽大學校 大學院

\*\* (株)統一

\*\*\* 漢陽大學校 教授

끼리의 물림이므로 접촉 응력이 커져서 Pitting, Scoring, Scuffing, Abrasion, Wear 등의 큰 요인이 되며 기어의 이뿌리 부분에 응력 집중이 생기는 약점을 가지고 있다.

이러한 약점을 보완하기 위해서 B. A. Shotter H. Walker<sup>(2)</sup> 등에 의해 Circular Arc 기어가 연구되었고 1955년 Soviet 연방의 M. L. Novikov<sup>(3)</sup>에 의하여 발표된 “大負荷-용량을 가진 기어장치에 대한 접 접촉 이론”으로 圓弧齒形의 高負荷 능력이 평가되었으며 1959년 Wildhaber<sup>(4)</sup>에 의해 재 확인되었다.

그후, A. Allan<sup>(5)</sup>, W. Jhon Davies<sup>(6)</sup>, R. V. Fedyakin<sup>(7)</sup>, V. A. Pyshkin<sup>(8)</sup>, Strazhinsky<sup>(9)</sup>, Dennis, P.<sup>(10)</sup>, K. Lingaiah<sup>(11)</sup>, 寺内喜男<sup>(12)</sup>등에 의해 Wildhaber - Novikov Gear가 연구되었다. 원호 치형 기어의 일종인 Wildhaber - Novikov (W-N) 기어는 凹면과 凸면의 면접 측을 이루면서 이의 한쪽 끝에서 다른 쪽으로 끝으로 접촉면이 이동하면서 운전된다. 고로 기존 Involute나 Cycloid 치형 기어보다 큰 負荷 능력을 가지므로 大動力 전달용으로 많은 연구가 발표되고 있다. 그러나 既存研究에서는 W-N 기어에 대한 齒形, 應力解析, 設計法 등이 散發的으로 發表되고 있으나 高負荷 傳達用으로서의 最適條件이 整理된 것이 없으므로, 本 研究에서는 All-addendum-type

W-N 기어와 Involute 기어에 대하여 多齒數 기어와 少齒數 기어를 대상으로 光彈性實驗을 통하여 各部應力を 測定, 比較, 檢討하여 高負荷 動力傳達用 기어로서의 W-N 기어에 대한 最適設計資料를 제공하고자 한다.

## 2. 実驗方法

### 2-1. 實驗方法

本 研究에서 사용한 光彈性 試片의 材料는 Epoxy Resine(Araldite CT 200)을 120℃에서 용융하고 이 용융된 Epoxy Resine에 고온 경화제 (HT-903)을 혼합(중량비 3:1) 교반하여 주형에 주입한 후 동결爐에 넣고 120℃에서 30시간 硬化시켰다. 이 試片材에서 光彈性 感度係數  $\alpha$  값은  $\alpha = n/\sigma t$ 에 의해서 0.92 mm/kg로 구해졌다. 試片 加工 時의 加工 應力은 전기로에서 Annealing 하여 除去하였다.

荷重장치는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 固定軸 및 回轉軸과 支持台를 만들고 上下 - 左右로 이동이 가능하도록 하였으며 압력각을 정확하게 그리고 Pitch 점에서의 접촉을 정확하게 하기 위해서 Worm기어 장치를 하고 固定레버에 추를 달아서 回轉力을 주었다.

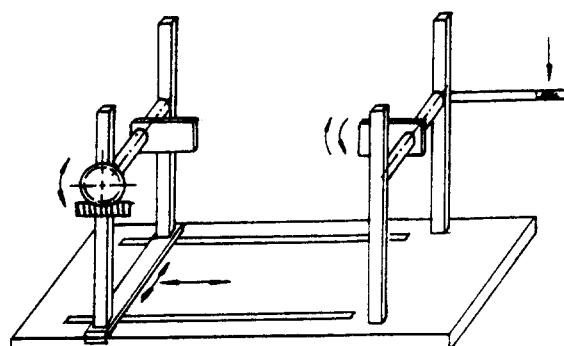


Fig. 1. Experimental apparatus

Involute 기어의 齒面上에 荷重이 작용할 때 荷重點에서의 法線은 기초원상의 한점에서의 接線과 정확히 일치되게 하였다.

그러나 Wildhaber - Novikov 기어의 이 齒에 荷重이 作用할 때 荷重點에서의 法線은 Fig. 2의 Pitch 원상의 齒面曲率 半徑의 中心點인 C點을 지나게 된다. 이런 이유로 本

實驗의 荷重點 및 하중의 크기는 Involute 기어는 Pitch 點에 Wildhaber - Novikov 기어는 접촉 구간의 中心인 A點에 각각 20 kg 을 加하였을 때 이에 나타나는 光彈性 무늬 차수에 의하여 應力を 해석하였다.

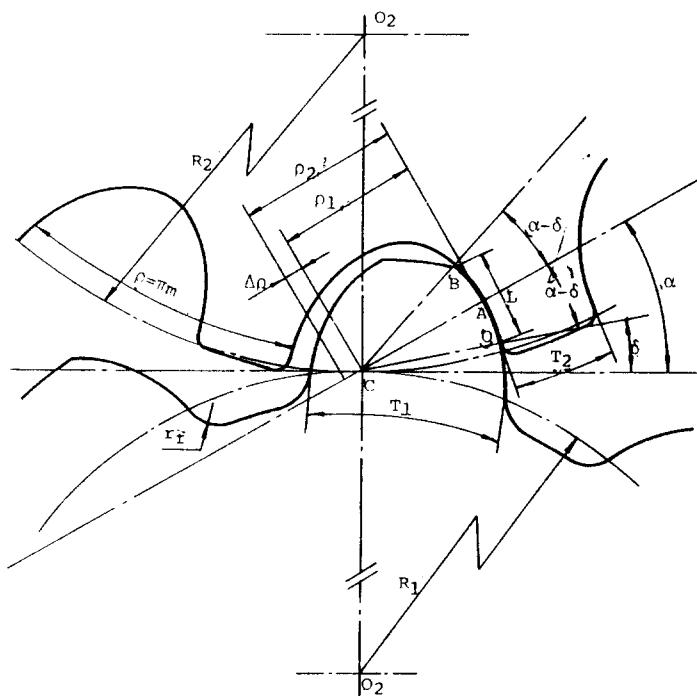


Fig. 2. All addendum type gear from of Wildhaber-Novikov gear

## 2-2. 實驗試片

實驗對象은 압력각  $20^\circ$  모듈을 13.5의 기본諸값을 갖는 기어로서 이뿌리部分에 Undercut이 발생되지 않는 多齒數인 27個와 Undercut이 발생되는 少齒數 기어인 경우와 잇수는 기어 펌프에서 실제로 사용되고 있는 最少 잇수에 맞추어 9個로 하였으며 이를 Involute 기어에 대응하는同一 압력각, 모듈을 및 잇수를 갖는 All addendum type의 Wildhaber - Novikov 기어等 4종류의 모델을 택하였다.

Wildhaber - Novikov 기어의 이의 크기는 齒面곡률 반경에 따라 变화함으로 치면곡률반경을 모듈의 1. 1.5, 1.75 2倍까지 변화시키고 각각의 경우에 Wheel의 齒面곡률반경 ( $\rho_2$ )을 파니언의 齒面곡률반경 ( $\rho_1$ )의 1.1倍로 하였고 파니언의 이 두께는 모듈의 1.85倍로 하였다. 그리고 속도비는 1로 하였다.

치형 및 잇수에 따라 잇수 27個인 多齒數 기어인 경우의 諸값은 Table. 1과 같고 잇수가 9個인 少齒數 기어인 경우는 Table. 2와 같다.

**Tab. 1. Dimensions of the gear models (Many teeth gear z=27)**

Parameter	Gear Type	Model 1 ( Involute Gear )	Model 2 ( Wildhaber - Novikov Gear )			
			$\rho_1 = 1 \text{ m}$	$\rho_1 = 1.5 \text{ m}$	$\rho_1 = 1.75 \text{ m}$	$\rho_1 = 2 \text{ m}$
Module	m	13.5	13.5	13.5	13.5	13.5
Pressure Angle	$\alpha$	20	20	20	20	20
Pitch Circle Dia(Pinion)	D <sub>1</sub>	364.5	364.5	364.5	364.5	364.5
Pitch Circle Dia(Wheel)	D <sub>2</sub>	364.5	364.5	364.5	364.5	364.5
Profile Radius(Pinion)	$\rho_1$	—	13.5	20.25	23.625	27
Profile Radius(Wheel)	$\rho_2$	—	14.85	22.275	25.985	29.7
Tooth Thickness(Pinion)	T <sub>1</sub>	23	24.975	24.975	24.975	24.975
Tooth Thickness(Wheel)	T <sub>2</sub>	23	16.65	16.65	16.65	16.65
Addendum(Pinion)	ha <sub>1</sub>	13.5	13	18	20.5	22
Addendum(Wheel)	ha <sub>2</sub>	13.5	—	—	—	—
Dedendum(Pinion)	hf <sub>1</sub>	17.5	—	—	—	—
Dedendum(Wheel)	hf <sub>2</sub>	17.5	15	18.5	22	25
Face With	b	6	6	6	6	6
Fillet Radius	rf	4	4	4	4	4

**Tab. 2. Dimensions of the gear models (A few teeth gear z=9)**

Parameter	Gear Type	Model 3 ( Involute Gear )	Model 4 ( Wildhaber - Novikov Gear )			
			$\rho_1 = 1 \text{ m}$	$\rho_1 = 1.5 \text{ m}$	$\rho_1 = 1.75 \text{ m}$	$\rho_1 = 2 \text{ m}$
Module	m	13.5	13.5	13.5	13.5	13.5
Pressure Angle	$\alpha$	20	20	20	20	20
Pitch Circle Dia(Pinion)	D <sub>1</sub>	121.5	121.5	121.5	121.5	121.5
Pitch Circle Dia(Wheel)	D <sub>2</sub>	121.5	121.5	121.5	121.5	121.5
Profile Radius(Pinion)	$\rho_1$	—	13.5	20.25	23.625	27
Profile Radius(Wheel)	$\rho_2$	—	14.85	22.275	25.987	29.7
Tooth Thickness(Pinion)	T <sub>1</sub>	23	24.975	24.975	24.975	24.975
Tooth Thickness(Wheel)	T <sub>2</sub>	23	16.65	16.65	16.65	16.65
Addendum(Pinion)	ha <sub>1</sub>	13.5	13	18	20.5	22
Addendum(Wheel)	ha <sub>2</sub>	13.5	—	—	—	—
Dedendum(Pinion)	hf <sub>1</sub>	17.5	—	—	—	—
Dedendum(Wheel)	hf <sub>2</sub>	17.5	15	18.5	22	25
Face With	b	6	6	6	6	6
Fillet Radius	rf	4	4	4	4	4

### 3. 実験結果

多齒數기어인 잇수 27個인 경우의 모델에서 Involute 기어에는 Pitch 點에, Wildhaber-Novikov 기어인 경우는 접촉 구간의中央에 20 kg의 하중을作用시켰을 때 각모델의 各部位에 나타나는 光彈性 무늬는 모델 1인 경우는 Fig. 3과 같이 나타나고 모델 2인

경우는 Fig. 4와 같이 나타났다.

이때의 各部位의 무늬차수를 해석하면 Table 3과 같다. 또 少齒數기어인 잇수 9個인 모델 3, 4에 20 kg 하중을作用시켰을 때의各部位에 나타나는 光彈性 무늬는 모델 3인 경우는 Fig. 5와 같이 나타나고, 모델 4인 경우는 Fig. 6과 같이 나타났다.

이때의 各部位의 무늬 차수를 해석하면 Table 4와 같다.

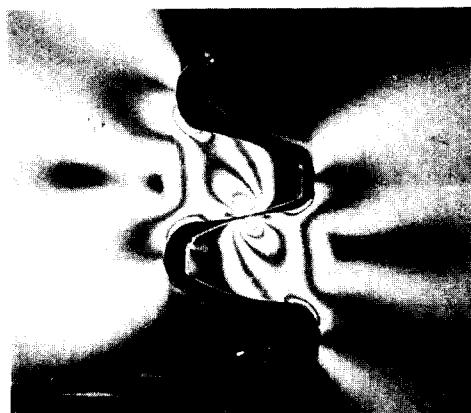


Fig. 3. Fringe pattern of model 1

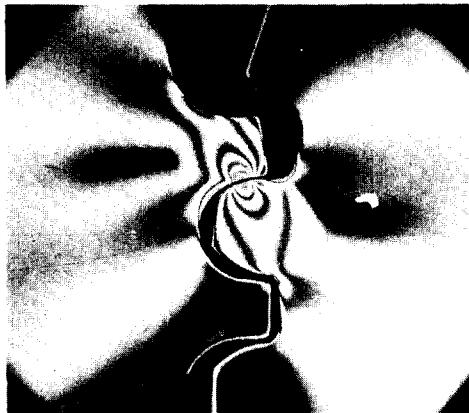


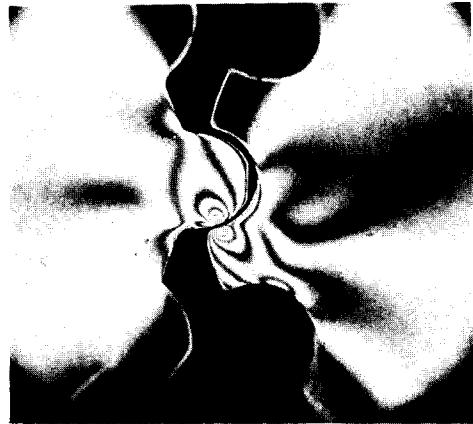
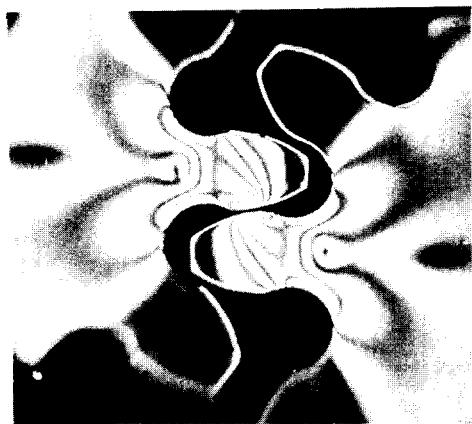
Fig. 4. Fringe pattern of model 2

Tab. 3. Fringe order of the each part of the involute and Wildhaber-Novikov gear in many teeth gear ( $z=27$ )

Model No.	Module Profile Radius	Fringe Order					
		Pinion		Wheel		Contact	
Tension	Compressive	Tension	Compressive				
Model 1 (Involute)	$M = 13.5$	3	3.5	3	3.5	11	
Model 2 (W-N)	$\rho_1 = 1 \text{ m}$	2	1.5	2.5	1.5	5	
	$\rho_1 = 1.5 \text{ m}$	3	2	3.5	2.5	4	
	$\rho_1 = 1.75 \text{ m}$	3	2.5	3.	2.5	3.5	
	$\rho_1 = 2 \text{ m}$	3.25	3.5	2.5	2	3	

한편, Involute 기어와 W-N 기어의 치형에 따라서 생기는 應力分布는 Fig. 7에서 Involute인 경우는 접촉부의 응력이 하중 작용점에서 線 접촉으로 인한 應力集中이 큽을

알 수 있고 Fig. 8에서 面접촉을 이루는 W-N 기어는 접촉부의 응력이 넓게 分布됨을 알 수 있다.



Tab. 4. Fringe order of the each part of the involute and Wildhaber-Novikov gear in a few teeth gear ( $Z=9$ )

Specimen		Fringe Order					
Model No.	Module Profile Radius	Pinion		Wheel		Contact	
		Tension	Compressive	Tension	Compressive		
Model 1 (Involute)	$M = 13.5$	6	5	6	5	12	
Model 2 (W-N)	$\rho_1 = 1 \text{ m}$	2	1.5	3	2.5	5	
	$\rho_1 = 1.5 \text{ m}$	2.5	2.5	4.5	3	4	
	$\rho_1 = 1.75 \text{ m}$	3	3.5	6	5	3.5	
	$\rho_1 = 2 \text{ m}$	3.5	4.5	9	7	3	

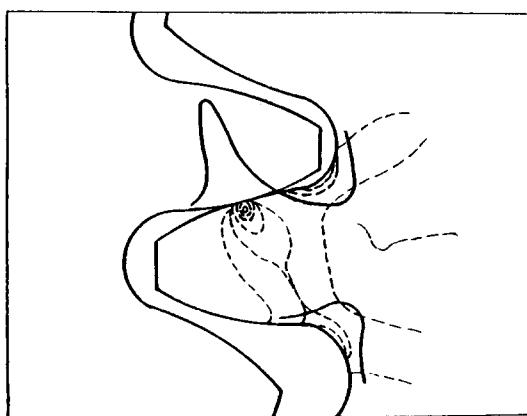


Fig. 7. Contour stress in the pinion of involute ( $Z=27$ )

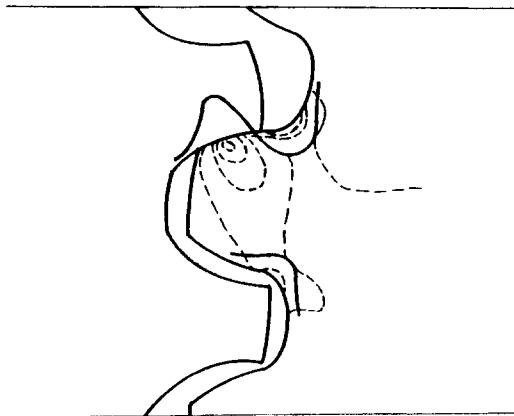


Fig. 8. Contour stress in the pinion of Wildhaber-Novikov gear ( $Z=9$ , Profile radius  $\rho_1=1.5\text{m}$ )

#### 4. 考 察

Fig. 9는 잇수 27개의 경우인 모델 1과 2에서의 각부의 무늬차수에 의한 응력값을 나타낸다. 접촉부의應力은 Involute 기어는 11개의 무늬차수로應力集中이 큰 반면 面 접촉을 이루는 W-N 기어는齒面曲률반경이 모듈율이 1~2倍로 증가함에 따라 무늬

차수가 5개에서 3개로 감소됨으로 접촉부의應力集中은 크게 완화됨을 알 수 있다.

이뿌리部의應力은 W-N 기어의齒面曲률반경이 증가함에 따라 피니언의이뿌리應力은 점차 증가하며 피동차(Wheel)의應力은  $\rho_1 = 1.5m$  일때 피니언과 피동차(Wheel) 및 Involute齒形기어의이뿌리部의인장응력값은 모두同一값을 갖는다.

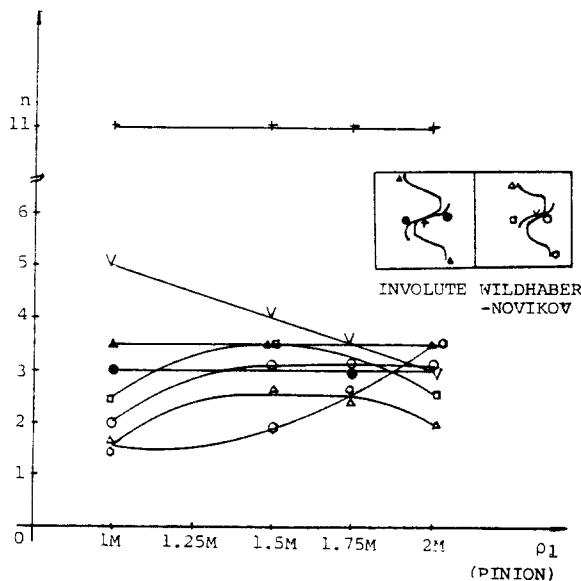


Fig. 9. Variation of the each part stress of the involute and Wildhaber-Novikov gear ( $Z=27$ )

Fig. 10은 잇수 9개인 모델 3과 4에서의 각부의 무늬차수이다.

Fig. 10으로부터 접촉부인 경우에 Involute 기어의 무늬차수는 12개로應力集中이 심한 반면 W-N 기어의 경우는 무늬차수가 치면곡률반경이 모듈율의 1에서 2배로 증가함에 따라 5에서 3개로 점차 감소함으로應力이 크게 완화한다.

이뿌리部의 응력은 W-N 기어의 치면곡률반경이 증가됨에 따라 피니언의이뿌리應力은 점차 증가하나 피동기어(Wheel)의이뿌리응력은  $\rho_1 = 1.5m$  이상에서 급격히 증가한다.

이것은少齒數에서는 Involute 기어는 Undercut이 생기지만 W-N 기어는 치면곡

률반경이 증가됨에 따라서 피동차(Wheel)의이뿌리部두께가 점차 작아지기 때문이다.

齒面의접촉응력( $\sigma_f$ )과이뿌리응력( $\sigma_c$ )이 같은값을가질때가바람직한조건이라 하겠는데 Fig. 11에서잇수27개의W-N 기어의경우에치면곡률반경 $\rho_1 = m$ 에서 $\sigma_c/\sigma_f$ 값은2~2.3으로큰값을갖지만 $\rho_1 = 1.75m$ 일때1.16~1.4로급격히감소하여 $\rho_1$ 의증가에따라 $\sigma_c/\sigma_f$ 값이1에가까워지는것을알수있다.

Fig. 12에서잇수9개의W-N기어인경우에 $\rho_1 = m$ 에서1.5~3.33으로비교적 $\sigma_c/\sigma_f$ 값이큰값을갖지만 $\rho_1$ 의증가함에따라 $\rho_1 = 2m$ 에서0.333~0.666으로감소함을알수있다.

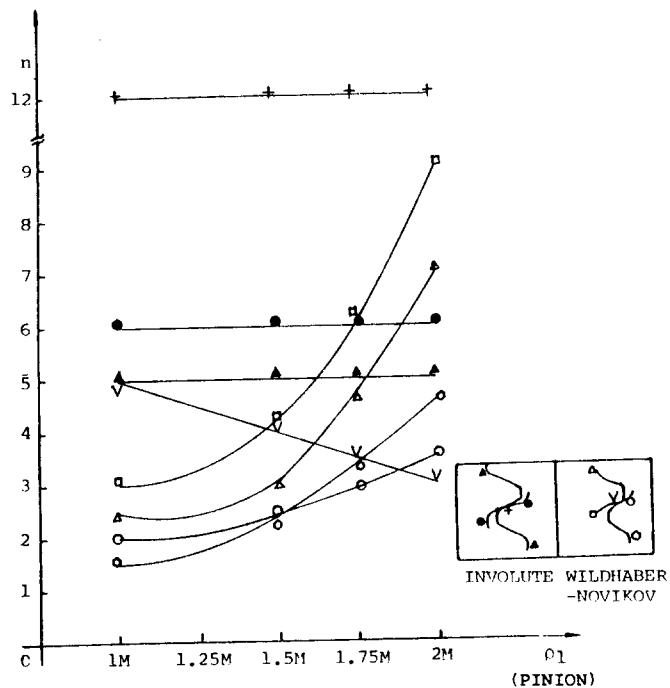


Fig.10. Variation of the each part stress of the involute and Wildhaber-Novikov gear ( $Z=9$ )

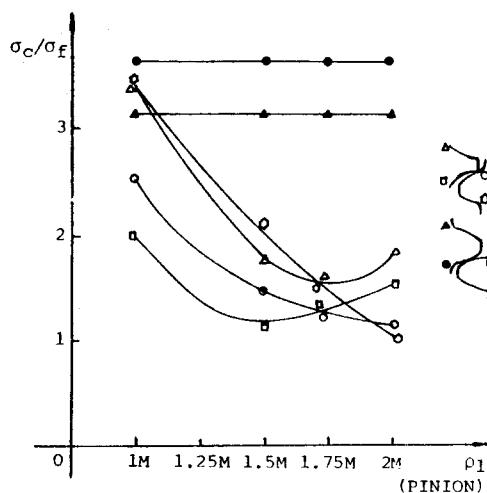


Fig.11. Variation of  $\sigma_c/\sigma_f$  according to the profile radius ( $Z=27$ )

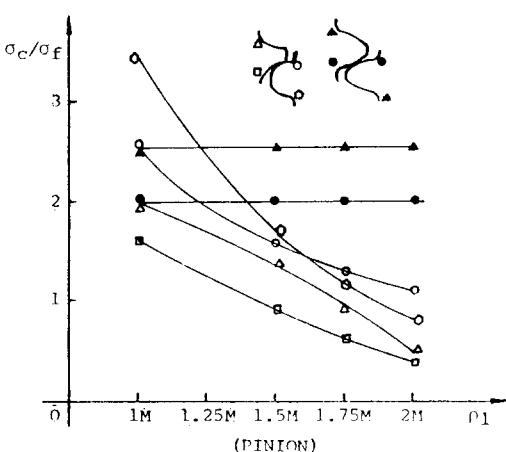


Fig. 12. Variation of  $\sigma_c/\sigma_f$  according to the profile radius ( $Z=9$ )

이들 결과로부터  $\sigma_c/\sigma_f$  값은 多齒數 기어에 비해서 少齒數 기어 때의 값이 더욱 급격히 감소함을 알 수 있다.

上記結果들을 종합하면 W-N 기어는 齒面곡률반경이 증가되면 접촉부 응력은 감소하고 Involute Gear의 접촉면의 최대 응력은 多齒數에서 W-N 기어 應力의 2.2 ~ 3.67 배이며 少齒數에서 2.2 ~ 4 배의 큰 값을 갖는다.

Wildhaber - Novikov 기어의 이뿌리 응력은 치면곡률반경이 多齒數인 경우는 모듈율의 1.5 배 일때 피니언 및 피동차의 응력이 Involute 기어인 경우와 같고, 少齒數인 경우는 1.75 배 일때 피동차의 응력과 Involute 기어의 이뿌리 응력과同一한 값을 갖고 치면곡률반경이 증가하면 이뿌리 응력과 접촉응력의 比의 값은 감소한다.

以上과 같은 결과로부터 多齒數 기어인 경우 치면곡률반경이 증가함에 따라 이뿌리 응력은 Involute 기어에 비해 작거나 같게 되며 접촉부의 응력은 Involute 기어보다 작아지므로 최적 조건은 치면곡률반경이 1.75 m ~ 2 m 일때이고 少齒數 기어인 경우 치면곡률반경이 증가하면 접촉부의 응력은 Involute 보다 점점 더 작게 되지만 치면곡률반경이 모듈율의 2 배가 될때 이뿌리 응력은 훨씬 더 크게 된다.

고로 최적 조건은 치면곡률반경이 1 ~ 1.5 m 일때 만족한다.

## 5. 結 果

All addendum type의 Wildhaber - Novikov 치형 기어에서 압력각이  $20^\circ$ 이고 모듈율이 13.5인 경우에 치면곡률반경을 변화시키면서 多齒數와 少齒數를 對象으로하여 光彈性 實驗方法으로 각부의 應力を 測定하여 Involute 치형과 비교하여 高負荷動力 傳達用 기어로서의 Wildhaber - Novikov 기어에 대한 最適 設計資料를 実明하고자 행한 本研究의 結果는 다음과 같다.

1. Wildhaber - Novikov 기어에서 齒面곡률반경이 증가하면 접촉부의 應력이 감소하며 이뿌리 응력과 접촉응력의 비 ( $\sigma_c/\sigma_f$ ) 도 多

齒數나 少齒數 다같이 감소한다.

2. 面접촉을 이루는 Wildhaber - Novikov 기어의 접촉부의 응력은 齒面곡률반경의 크기가 1 ~ 2 m로 증가할 때, 多齒數인 경우는 Involute의 45.46 ~ 27.27 %이며, 少齒數인 경우는 41.67 ~ 25 %이다.

3. Involute 기어와同一한 이뿌리 應력을 갖는 경우의 Wildhaber - Novikov 기어의 齒面強度는 Involute 기어보다 약 3倍의 크기를 갖는다.

4. Wildhaber - Novikov 기어의 최적 설계 조건은 多齒數인 경우는 피니언의 치면곡률반경이 1.75 ~ 2 m 일때이며 少齒數인 경우는 1 ~ 1.5 m 일때 만족한다.

## References

1. B.A. Shotter: Experiences with conformal W-N gearing, Mach and Prod Eng (G.B), Vol. 131, No. 3381, pp. 322-326, October 1977.
2. H. Walker: A Critical look at the Novikov gear, Engineer (London), pp. 725-729, April 29, 1960.
3. M.L. Novikov: USSR. Patent. No 109750 1956.
4. E. Wildhaber: Gears with circular Tooth Profile Similar to the NOVIKOV system. VDI. Berichte No 47, 19. 1961.
5. T. Allan : Some aspects of the design and performance of Wildhaber-Novikov gearing, Proc Inst Mech Engrs, Vol. 179, No. 30, pp. 931-937.
6. W. John Davies: Novikov gearing, Machinery, Vol. 96, pp. 64-73, January 13, 1960.
7. R.V. Fedyakin and V.A. Chesnokov: Selection of basic profiles of all-addendum type gearing for Novikov transmissions with very hard tooth working sur-

- faces, Russian Eng, J. Vol. 56, No. 7, pp. 19-25, 1976.
8. V.A. Pyshkin and Yu. P. Saigin: Increasing the fatigue strength of the teeth of high-speed reducer gears with Novikov gearing, Vol. 14, No 11-12, pp. 1032-1035, 1979.
9. Starzhinsky, V.E : Notes on an assessment of the were rate of plastic gears with Novikov tooth profile, Russian Engineering Journal, Vol. 59, No. 3, pp. 28-30, 1979.
10. Dennis P. Townsend and Berl B. Baber: Evaluation of high contact ratio super gears with profile Modification, NASA. TP 1458, pp. 1-23, 1979.
11. Dr K Lingaiah and K. Ramachandra: Finite element method for the analysis of stresses in Wildhaber-Novikov circular arc gears, Inst Eng (india) Mech Eng DIV, Vol. 56, No. 4, pp. 156-9, 1976.
12. 寺内喜男, ノビコフ歯車の設計(1),(2), 機械の研究, 19巻10號, p.1299 ~ 1302, p.1451 ~ 1458(1968).
13. 寺内喜男, ノビコフ歯車の設計(3), 機械の研究, 19巻12號 p.1577 ~ 1582 (1968)
14. 寺内喜男, ノビコフ歯車の設計(4), 機械の研究, 20巻1號 p.39 ~ 46 (1969)
15. 寺内喜男, ノビコフ歯車の歯形, 機械設計 8巻11號 p.27 ~ 34.
16. K. Ramachandra and K. Lingaiah, Photoelastic Investigation of the Load-Carrying Capacity of Wildhaber-Novikov Circular Arc Gear, J. Inst Engrs (India), Vol. 53, p. 313-321, July (1973).
17. K. Lingaiah and K. Ramachandra, Photo elastic Optimization of the Profiles of Wildhaber-Novikov Gears, Experimental Mechanics, Vol. 16, p. 116-120, March (1976).
18. K. Lingaiah and K. Ramachandra, Three-dimentional Photoelastic Study of the Load-Carrying Capacity/Face with Ratio of Wildhaber-Novikov Gears for Automotive Applications, Experimental Mechanics, p. 392-297, October (1977).
19. R.P. Wallington and Fritz Hirschfeld, Computer-Designed Gearing, Mechanical Engineering, Vol. 101, No.6, p. 32-33 (1979).
20. M.A. Guseinov and T.M. Verdiev: Helical reducers with a Novikov gear for rocking machines, Chem and Pet Eng (U.S.A.), Vol. 11, No. 11, pp. 1048-1049, 1975.