

軸對稱 靜水壓 벌징의 有限要素 解析

白南柱* · 姜大敏** · 韓圭澤**

Finite Element Analysis of Axisymmetric Hydrostatic Bulging

Nam Ju Baek, Dae Min Kang and Kyu Taek Han

Abstract

This paper examined strain distribution and radius of curvature of the bulge by finite element method and investigated limit polar thickness strain to predict the formability of sheet metal as we substituted effective strain and the radius of curvature obtained by FEM into instability condition equation successively.

In experiment, the radius of curvature and limit polar thickness strain were obtained by Moiré method. Also, a concentric set of photogrid circles was used to measure the strain of arbitrary point and mild steel was used as material.

The results obtained are as follows:

- 1) The radius of curvature obtained by FEM is in good agreement with the Moiré experimental value.
- 2) The polar thickness strain is getting larger as the inside is approached from the edge. This means that fracture occurred near the pole.
- 3) The circumferential strains agree closely with the meridian strains and the polar thickness strain is about twice the circumferential (or meridian) strain.

This result agrees with the fact that anisotropy coefficient (R-value) obtained by tensile test is about one.

- 4) The theoretical results of limit polar thickness strain obtained by authors' method are better agreement with experimental results than other theoretical results.

Therefore, we can better predict the formability of sheet metal with authors' method.

* 부산대학교 공과대학 생산기계과 교수

** 부산대학교 대학원 기계공학과

기호설명

C, H, F, N : 이방성 매개변수	t' : 국부좌표계	\bar{p} : 기준격자선의 피치
$\bar{\sigma}$: 등가응력	ρ : 곡률반경	N : 형상함수
d $\bar{\epsilon}$: 등가 변형도 증분	p : 압력	n' : 모아래의 차수
f : 이방성 항복 함수	a : 원호다이의 반경	θ_0 : 변형전의 상태에서 모델 격자선과 기준 격자선 사이의 각
T : 표면응력	R : 이방성 계수	λ : 미스매취 양
U : 변위증분	A : 실험상수	δ : 두개의 간섭무늬 사이의 거리
s ₀ , s : 변형 전후의 요소길이	K : 강도계수	h : 가공 경화율
r ₀ , r : 변형 전후의 반경	n : 가공경화 지수	
dv ₁ , dv ₂ : 반경방향 변위증분	i : 입사각	
dw ₁ , dw ₂ : 수직방향 변위증분	g : 모델 격자선의 피치	

I. 서 론

유체압 벌지시험은 이축인장시험으로서 단축인장시험에서 보다 더 큰 변형도를 얻을 수 있으며 판재금속의 연성, 가공경화특성, 소성불안정등을 검토할 수 있을 뿐만 아니라 시편의 파괴점까지 응력과 변형도를 결정할 수 있는 장점이 있다. 유한차분법을 이용한 수치해석에 관한 연구로서 N.M.Wang, M.R Shammamy¹⁾ (1969)는 total strain theory에 근거한 평형방정식은 계산시간은 단축시킬 수 있으나 어떤 변형도 값에서 특이해를 가지기 때문에 수학적 어려움이 있어 증분이론을 이용하여 불안정 상태에서의 해를 구하였으나 클램핑 부분에서의 경계조건을 만족하는데는 어려움이 있었다.

A. Parmar, P.B.Mellor²⁾ (1981)는 성형모양을 가정한 후 이 가해진 변위로부터 변형율을 구하고 소성이론식과 재료특성식을 사용하여 응력을 구한 뒤 이 응력이 평형방정식을 만족시키도록 계속 성형모양을 가정하는 반복해법을 사용하여 클램핑부분에서의 경계조건을 만족시켜 최대압력까지 구하고 최대압력 이후의 계산은 압력을 감소시켜 해를 구했다. 최근에는 유한요소법으로 J.H. Kim³⁾ (1978)은

벌지의 정상변형에 대해서 해석하고 해가 발산하는 단계를 최대압력에 도달한 것으로 생각했으며 E.Nakamachi⁴⁾ (1982) 등은 어떤 변형단계에서 변형도가 급증할 때 불안정 상태에 가까워진 것으로 생각하였으나 아직까지 불안정상태에서의 명확한 해는 구하지 못했다. 그래서 본연구에서는 해가 발산하는 이전 단계에서 변형도와 곡률반경을 선형적으로 증감시켜 유효변형도와 곡률반경을 구한다음 W.P.Roop의 가정을 고려한 불안정 조건식에 대입하여 불안정상태에서의 극두께 변형도를 구하여 Moiré 법에 의한 실험결과와 서로 비교검토하여 보다 더 정확한 판재금속의 성형성을 예측하고자 한다.

II. 이론해석

2-1. Hill의 이방성 이론⁵⁾

가정 : ① 이방성 주축을 좌표축으로 정한다.

② 항복조건은 응력성분의 이차 함수이다.

③ 판재는 평면응력상태에 있다.

위의 가정에서 아래의 관계식을 얻는다.

① 이방성 항복함수 관계식

$$2f(\sigma_{ij}) = (G + H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (H + F)\sigma_y^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \dots\dots\dots (1)$$

② 등가응력 관계식

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \frac{(G+H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (H+F)\sigma_y^2 + 2N\tau_{xy}^2}{F+G+H} \right\}^{1/2}$$

$$= \sqrt{\frac{3(1+R)}{2(2+R)}} \sqrt{\sigma_x^2 - 2\frac{R}{1+R}\sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2} \dots\dots\dots (2)$$

③ 등가 변형도증분 관계식

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2(2+R)(1+R)}{3(1+2R)^2}} \sqrt{d\epsilon_x^2 + \frac{2R}{1+R}d\epsilon_x d\epsilon_y + d\epsilon_y^2} \dots\dots\dots (3)$$

2-2. 감소성 유한요소법의 적용

2-2-1. 해의 유일성과 형상변화

a) 해의 유일성 (Uniqueness)

강소성체의 준정적 변형을 생각하면 정해 (true solution)는 동적가용 변형도율장 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 중에서 변분원리를 만족시키는 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 인데 일반 변분원리식에 의하면 같은 경계조건하에서도 유일하게 해를 구할 수가 없기 때문에 벌징과 같은 박판성형에서는 해의 유일성이 문제시 되므로 같은 경계조건에서 유일한 해를 얻기 위해서는 변분식을 유도할 때 힘의 변화율과 재료의 가공경화율을 반드시 고려해야 한다.

b) 형상변화 (Geometry change)

박판성형에서는 큰변형이 생기므로 식유도에 유한변형도와 유한변형도율을 사용해야하는데 이것은 식유도 과정을 복잡하게 한다. 그런데 재료를 강소성체로 가정하고 변형된 모양을 다음 변형을 위한 기준상태로하여 변형을 미소하

게 진행시키면 유한변형도와 유한변형도율을 대수변형도와 대수변형도율로 대치할 수 있으며 이는 박판성형에서 중요한 회전을 고려하는 것이된다. 또한 위와같은 성형모양을 사용하면 식유도에 편리한 응력과 응력변화율을 사용할 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 Levy-Mises 식을 구성법칙으로 하여 변형된 모양을 다음 변형을 위한 기준상태로 정한다.

2-2-2. 식유도를 위한 가정

축대칭 벌지성형을 유한요소법으로 풀기위해 다음과 같은 가정을 한다.

- 1) 시편의 곡률반경에 비해 두께가 매우 작으므로 굽힘 모우먼트나 전단력을 무시한다.
- 2) 시편반경에 비해 두께가 매우 작으므로 평면응력 상태로 가정한다.
- 3) 시편에 작용하는 모든 외력은 시편의 중립면에 작용한다고 가정한다.

2-2-3. 축대칭정수압벌징의 모델화

모든 가용증분 변위장중에서 정해는 다음의 범함수 Φ 를 최소화시키는 것이다.

$$\Phi = \int \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} dA + \frac{1}{2} \int h d\bar{\epsilon}^2 dA - \int \underline{T}^T \underline{U} dA \dots\dots\dots (4)$$

요소의 분할은 링 (ring) 요소로 나누었으며 벌지성형된 모양을 Fig.1과 같이 원추대 (conical frustra)의 연속으로 근사시켰다.

변위증분 \underline{U} 는 각 요소의 절점변위로 나타낼 수 있다. 그래서 요소 m 의 변위증분은 다음과 같이 표시된다.

$$\underline{U} = \left\{ \begin{matrix} dv \\ dw \end{matrix} \right\} = \begin{vmatrix} \frac{1+t'}{2} & 0 & \frac{1-t'}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1+t'}{2} & 0 & \frac{1-t'}{2} \end{vmatrix} \left\{ \begin{matrix} dv_1 \\ dw_1 \\ dv_2 \\ dw_2 \end{matrix} \right\} = \underline{N} \underline{U}^{(m)} \dots\dots\dots (5)$$

여기서, t' 은 절점 1 에서 + 1, 절점 2 에서 - 1 로 변화하는 국부좌표다. 변형전의 요

소길이 s_0 및 변형후의 요소길이 s 는 아래와 같이 표시된다.

$$S_0 = \sqrt{(r_{o1} - r_{o2})^2 + (Z_{o1} - Z_{o2})^2}$$

$$S = \sqrt{(r_{o1} + v_1 - r_{o2} - v_2)^2 + (Z_{o1} + w_1 - Z_{o2} - w_2)^2} \dots\dots (6)$$

또한 변형전의 입자의 위치 r_0 와 변형후의 입자의 위치 r 은 다음과 같이 표시된다.

$$\left. \begin{aligned} r_0 &= \frac{1+t'}{2} r_{o1} + \frac{1-t'}{2} r_{o2} \\ r &= r_0 + \frac{1+t'}{2} r_{o1} + \frac{1-t'}{2} r_{o2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

그러므로 미소변위를 생각하면 Fig.1 에서 관재의 주변형도는

$$d\underline{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} d\varepsilon_r \\ d\varepsilon_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} I_{ns}/s_0 \\ I_{nr}/r_0 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

이다.

Hill 의 이방성 이론에서 유효응력 $\bar{\sigma}$ 를

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma_0^2 - \frac{2R}{1+R} \sigma_r \sigma_\theta + \sigma_r^2} \dots\dots\dots (9)$$

로 정의하면 소성일의 개념에서 유효증분변형도 $d\bar{\varepsilon}$ 는

$$d\bar{\varepsilon} = \frac{1+R}{\sqrt{1+2R}} \sqrt{d\varepsilon_r^2 + \frac{2R}{1+R} d\varepsilon_r d\varepsilon_\theta + d\varepsilon_\theta^2} \dots\dots (10)$$

이 된다. $d\bar{\varepsilon}$ 를 매트릭스 형태로 쓰면

$$d\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}} [d\underline{\varepsilon}^T \underline{D} d\underline{\varepsilon}]^{1/2} \dots\dots\dots (11)$$

여기서,

$$\underline{D} = \frac{3(1+R)}{2(1+2R)} \begin{vmatrix} 1+R & R \\ R & 1+R \end{vmatrix} \text{ 이다.}$$

m 번째 요소에 대한 범함수 $\Phi^{(m)}$ 은 다음과같이 표시된다.

$$\Phi^{(m)} = \int (\bar{\sigma} d\bar{\varepsilon} + \frac{1}{2} h d\bar{\varepsilon}^2) t \, dA - \int \underline{T}^T \underline{U} \, dA$$

$$= \int \bar{\sigma} \sqrt{\frac{2}{3}} (d\underline{\varepsilon}^T \underline{D} d\underline{\varepsilon})^{1/2} t \, dA + \frac{1}{2} \int h \frac{2}{3} (d\underline{\varepsilon}^T \underline{D} d\underline{\varepsilon}) t \, dA - \int \underline{T}^T \underline{N} \underline{U}^{(m)} \, dA \dots\dots\dots (12)$$

여기서, $\underline{T} = \begin{vmatrix} T_1 + dT_1 \\ T_2 + dT_2 \end{vmatrix}$

식 (12) 의 $\Phi^{(m)}$ 을 최소화시키면

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi^{(m)}}{\partial \underline{U}^{(m)}} &= \int \left(\frac{2}{3} t \right) \bar{\sigma} \left[\frac{2}{3} d\underline{\varepsilon}^T \underline{D} d\underline{\varepsilon} \right]^{-1/2} \underline{Q} \cdot \underline{D} \cdot d\underline{\varepsilon} \cdot dA \\ &\quad + \int \left(\frac{2}{3} t \right) h \underline{Q} \cdot \underline{D} \cdot d\underline{\varepsilon} \cdot dA - \int \underline{N}^T \cdot \underline{T} \, dA \\ &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

$$\text{여기서, } \underline{Q} = \frac{\partial(d\bar{\epsilon})}{\partial \underline{U}^{(m)}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial(d\epsilon_1)}{\partial U_1} & \frac{\partial(d\epsilon_2)}{\partial U_1} \\ \frac{\partial(d\epsilon_1)}{\partial U_2} & \frac{\partial(d\epsilon_2)}{\partial U_2} \\ \frac{\partial(d\epsilon_1)}{\partial U_3} & \frac{\partial(d\epsilon_2)}{\partial U_3} \\ \frac{\partial(d\epsilon_1)}{\partial U_4} & \frac{\partial(d\epsilon_2)}{\partial U_4} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{r_1 - r_2}{s^2} & \frac{1+t'}{2r} \\ \frac{-(z_2 - z_1)}{s^2} & 0 \\ \frac{-(r_1 - r_2)}{s^2} & \frac{1-t'}{2r} \\ \frac{(z_2 - z_1)}{s^2} & 0 \end{vmatrix}$$

전체에 적용되는 식은 각 요소에 대한 합으로 표시하면 된다.

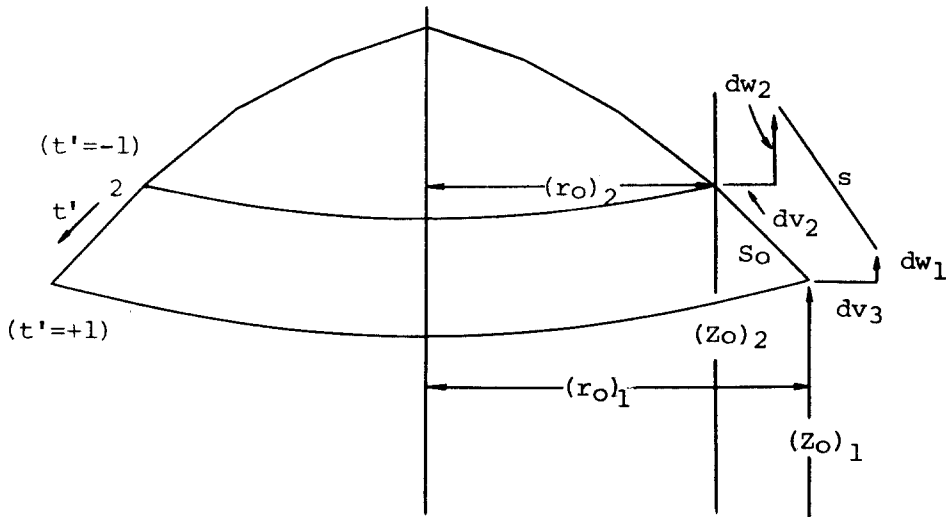


Fig. 1. Approximation of the sheet geometry into a series of conical frustra

Rapson 법을 이용해서 선형화하여 근사해를 구한다. 즉, 초기 추정해를 정해에 가깝게 취하여 고차항을 무시하고 선형화시키면 최종적으로 다음과 같은 선형연립방정식을 얻게 된다.

$$\underline{P}^*(\Delta \underline{U}) = \underline{F} - \underline{H}^* \dots \dots \dots (14)$$

2-2-4. 선형화
식 (13) 은 $\underline{U}^{(m)}$ 에 관한 비선형식이므로 해를 구하기가 매우 어렵다. 그래서 Newton-

$$\begin{aligned} \underline{P}^* &= \sum P^{(m)} = \sum \frac{\partial^2 \Phi^{(m)}}{\partial U_i^{(m)} \partial U_j^{(m)}} \\ &= \sum \frac{2}{3} \int \frac{1}{d\bar{\epsilon}} \{ (\bar{\sigma} + h d\bar{\epsilon}) (K - \frac{2}{3} \frac{\underline{b} \cdot \underline{b}^T}{d\bar{\epsilon}}) + \frac{2}{3} \cdot \frac{h \underline{b} \cdot \underline{b}^T}{d\bar{\epsilon}} \} t dA \\ \underline{H}^* &= \sum H^{(m)} = \sum \left(- \frac{\partial \Phi^{(m)}}{\partial U_i^{(m)}} \right) \end{aligned}$$

$$= \sum \left\{ \frac{2}{3} \int \frac{1}{d\varepsilon} (\bar{\sigma} + h d\bar{\varepsilon}) b t dA \right\}$$

$$\underline{F} = \sum F^{(m)} = \sum \left\{ \int N^T \cdot T dA \right\}$$

$$\underline{b} = \underline{Q} \cdot \underline{D} \cdot d\varepsilon, \quad K = \underline{Q} \cdot \underline{D} \cdot \underline{Q}^T$$

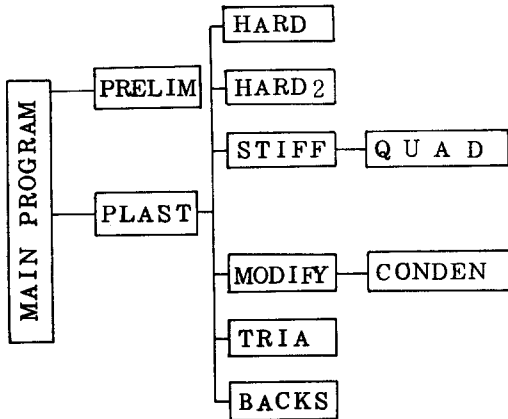
2-2-5. 계산과정 및 프로그램의 구성

a) 계산과정

해를 구하는 순서는 다음과 같다.

- ① 초기 추정변위 U_0 를 가정하고 변위 U_0 에 상응하는 P^*, H^*, F 를 계산한다.
 - ② 식 (14) 를 풀어서 ΔU 를 구한다.
 - ③ 새로운 변위 $U' = U_0 + \Delta U$ 를 가정한다.
- 위의 ①, ②, ③ 과정을 계속 반복하여 수렴판별식 $\|\Delta U\| / \|U\|$ 의 값이 10^{-6} 보다 작아지면 정해 U 가 얻어진다.

b) 프로그램의 구성 및 기능



각 부프로그램의 기능은 다음과 같다.

- ① PRELIM : 제어할 정보와 재료성질을 읽어들이고 읽어들이는 데이터를 인쇄한다.
- ② PLAST : 각 부프로그램의 제어 및 벌지의 성형모양, 변형도, 응력등을 계산하며 해의 수렴성 여부를 판별한다.
- ③ HARD : 가공경화 특성식에서 항복응력을 계산한다.
- ④ HARD 2 : 가공경화율을 계산한다.
- ⑤ STIFF, QUAD : 시스템 전체의 강성매트릭스를 계산한다.
- ⑥ MODIFY, CONDEN : 경계조건에 따라서 매트릭스를 축소하여 계산한다.
- ⑦ TRIA : 가우스 소거법으로 매트릭스를 삼각형화 한다.
- ⑧ BACKS : 가우스 소거법에 의하여 삼각형화된 매트릭스를 후치대입하여 대칭매트릭스의 해를 구한다.

2-3. 불안정 조건식

불안정은 가장 큰 변형도가 발생하는 막의 극점에서 국부적으로 일어난다. 극점에서의 곡률반경을 ρ 라하면 벌지의 형상에 의하여

$$p = \frac{2 t \sigma_1}{\rho} \dots \dots \dots (15)$$

식 (15) 를 전미분하면

$$\frac{dp}{p} = \frac{dt}{t} + \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} - \frac{d\rho}{\rho} \dots \dots \dots (16)$$

불안정에서는 $dp = 0$ 이므로

$$\frac{dt}{t} + \frac{d\sigma_1}{\sigma_1} - \frac{d\rho}{\rho} = 0 \dots \dots \dots (17)$$

응력 - 변형도 관계식에서

$$\frac{d\sigma_1}{\sigma_1} = \frac{nd\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}} \dots\dots\dots (18)$$

체적불변조건에서

$$\frac{dt}{t} = - \left(\frac{2}{1+R}\right)^{1/2} d\bar{\epsilon} \dots\dots\dots (19)$$

식 (18), (19) 를 식 (17) 에 대입하면

$$\left(\frac{2}{1+R}\right)^{1/2} - \frac{n}{\bar{\epsilon}} = - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\bar{\epsilon}} \dots\dots\dots (20)$$

(20) 식에 W·P·Roop 에 의해서 가정된 관계식 $\epsilon_1 = \frac{a^2}{4\rho^2}$ 을 대입하고 유한요소법 및 외삽법에 의해서 구한 곡률반경과 유효변형도를 (20) 식의 좌변과 우변에 각각 대입하여 Fig. 10 에서 보는 바와같이 두 곡선이 만나는 점의 유효변형도를 구하면 불안정점에서의 극두께변형도를 구할 수 있다. 이때 수치계산은 좌변과 우변의 차가 무시할 수 있는 값에 도달할 때까지 계속한다.

III. 실험

벌지 시험은 다이직경이 100 mm, 다이형상반경이 4.5 mm인 Torsee hydraulic bulge testing M/C (HB-100) 장치에서 클램핑 압력을 60 kg/cm² 으로 하고 압력을 5 kg/cm² 씩 증가하여 실험했다. 실험에 사용된 시편은 연강판으로 치수가 150 × 150 mm가 되도록 가공했다. 이것을 아세톤과 산화크롬을 이용하여 정면으로 만들고 곡률반경과 극점에서의 변형도를 모아레법으로 다음 식에서 구했다.

a. 곡률반경 측정식

$$\rho = \frac{\tan i(x^2 + y^2)}{(2n'-1)P} + \frac{(2n'-1)\bar{p}}{4 \tan i}$$

여기서 $\sqrt{x^2 + y^2}$ 은 모아레 무늬반경

b. 변형도 측정식

$$e = 1 - (1 + \bar{\lambda}) \cos \theta_0 + g/\delta'$$

여기서 모아레 무늬가 좌표축에 대하여 45° 부근에 나타나도록 하면 $\delta' = \sqrt{2} \delta$ 가 된다. 임의의 점에서의 변형도는 모아레법으로 측정하기가 곤란하여 격자선의 간격이 2.5 mm인 동심원 격자선을 이용한 광격자법 (photo-grid

technique) 으로 구했다. 인장시험은 액압으로 작동되는 최대용량 25 톤인 만능재료시험기를 사용했다. Crosshead 속도는 1mm/min 으로 하고 하중 500 kg 하에서 표점거리가 50 mm가 되도록 신장계를 부착하여 실온에서 행

했다. 이 실험에 사용된 시편의 형상 및 치수는 ASTM 표준시편 규격에 준했다. 이방성계수 R값은 15% 신장위치에서 하중을 제거한 후 두께와 폭의 변화를 측정하여 구했다. 그리고 가공정화지수 n 및 강도계수 k는 $\sigma = k\epsilon^n$ 에서 유도되는 대수 그래프상에서 구했다. 위와같은 방법으로 구한 재료의 기계적성질을 Table.1에 표시했다. Table.1에 정리한 모든 값들은 시편의 압연방향을 고려한 아래 식에서 구했다.

$$\bar{A} = \frac{1}{4} (A_0 + 2A_{45} + A_{90})$$

Table. 1. Material Properties of spc-1

Yield stress (kg/mm ²)	R	K	n
22.704	1.184	57.112	0.193

Table. 2. Material Properties (Modification)

Yield stress (kg/mm ²)	R	K	n	α
21.749	1.184	56.845	0.199	0.008

IV. 결과 및 고찰

4-1. 벌지의 수치해석 결과

초기 압력을 0으로 두고 매 변형단계마다 일정한 크기의 압력을 증분시켰는데 압력증분의 크기에는 관계없이 해는 정확하였다. 절점의 수는 21~41개가 적당하였으며 절점수가 너무 많을 경우는 반복계산 횟수가 많아져서 수렴에 문제가 있었다. 첫 단계의 변형에 대한 초기 가정으로서 반경 방향의 변위는 가장 자리와 극점에서는 0이므로 극점에 가까운 변위를 가장 크게 하고 그 사이를 직선적으로 가정하였으며 높이 방향의 변위는 극점에서 가장 크고 가장자리에서는 0이 되므로 그 사이를 직선적으로 가정하였다. 감속계수는 해의 수렴속도를 조정하는 계수로서 0~1.0의 값을 가지며 값이 작을수록 수렴속도를 빠르게 하는데 본 논문에서는 1.0으로 하였으며 수렴판별식 $\| \Delta U \| / \| U \|$ 의 값은 10^{-6} 으로 하

였다. 그 결과 각 변형단계마다 수렴성은 좋았으며 첫 단계를 제외하곤 4~5회의 반복계산으로 충분히 만족되었다.

4-2. 실험결과 및 고찰

Fig.2는 진 응력-진 변형도 곡선을 나타낸 것이다. 여기서 평균치는 인장방향의 45°의 값에 가깝고 동일 변형도에서 인장방향에 대한 90°, 45°, 0°의 순으로 진 응력이 높음을 알 수 있다. Fig.3은 벌지된 시편을 나타내는 것으로 변형된 동심원의 격자는 거의 원이다. 이것으로 유한 요소법에서 가정되었듯이 동일 원주상의 변형도는 거의 일정함을 알 수 있다. Fig.4는 극높이가 각각 5.5 mm, 7.5 mm, 10 mm, 15.5 mm, 20 mm일 때의 시편을 반으로 가른후 변형된 모양을 알기 위해서 촬영한 사진이다. 이 사진에서 단면 형상은 거의 원의 일부이고 유한요소해석으로는 벌지 성형된 모양을 원추대의 연속으로 생각했었다.

Fig.5는 극높이가 7.5 mm, 10 mm, 15.5 mm, 20 mm일때 point micrometer로써 두께를 측정해서 $\epsilon_t = \ln(t/t_0)$ 에서 구한 두께방향의 변형도를 나타낸 것이다. 여기서 보편현 재반경이 커짐에 따라서 변형도가 작아지는 경향을 나타내며 이것으로 극점에 가까울수록 두께가 얇아져 결국에는 극점 부근에서 파괴가 일어남을 알 수 있다. 그리고 변형초기에는 이 론치와 잘 일치하나 변형이 커짐에 따라서 약간의 차이를 보이는 것은 실험에 있어서 다이가 형상반경 4.5 mm의 곡면부를 가지지만 이론해석에서는 이 다이 곡면부가 무시되기 때문인 것으로 생각된다. Fig.6은 극높이가 7.5 mm, 10 mm, 15.5 mm, 20 mm일때의 원주방향 변형도 성분을 나타낸 것으로 이 그림과 Fig.5와 Fig.9를 비교해 볼때 원주변형도와 자오선 변형도는 거의 같고 두께변형도는 원주 변형도와 자오선 변형도의 두배임을 알 수 있다. 이것은 Table1에서 보는 바와같이 본 실험에 사용된 연강의 이방성 계수 R값이 등방성의 조건 R=1에 가까운 값이기 때문이라고 추측된다. 한편, Table2는 수치해석에 사용한 강소성체 재료로 수정한 값들을 나타낸다. 그 결과 실험치들과 더욱 잘 일치함을 알 수 있었다. 여기서 원주방향의 변형도는 광경자 법으로 Fig.3의 사진에서 $\epsilon_\theta = \ln(r/s)$ 에 의하여 구했다.(s, r : 변형전후의 동심원 격자의

반경).

Fig.7은 모아레법으로 곡률반경을 구하여 극높이에 대한 곡률반경을 나타낸 것으로 이론치와 실험치는 대체로 잘 일치하나 변형초기에는 약간의 차이가 있는데 이는 벌지의 초기형상이 구의 일부라고 한 가정에 의한 것이라 생각된다. Fig.8은 압력에 따른 극두께 변형도를 나타내며 처음에는 계산치와 실험치가 거의 일치하다가 압력이 100 kg/cm에 가까운 곳부터는 계산치가 실험에서 구한 불안정압력 99 kg/cm보다 약간 크게 나타났다. 100 kg/cm보다 약간 큰점(x)에서 유한요소해는 발산하였으며 J.H.Kim은 이 점을 최대압력점으로 생각했다. 그러나 실험에 의하면 실험에서 구한 극한변형도가 J.H.Kim이 판정한 최대압력에서의 변형도보다 크게 나타났다. 그래서 계산에 의하여 극한 변형도를 구하기 위해 x 표에 상당하는 변형도에서 변형도를 선형적으로 증가시켜 W. P. Roop의 가정

을 고려한 불안정 조건식에 의하여 극한변형도를 구했다. Table3는 불안정 상태하에서의 한계 극 두께변형도를 다른 이론치들 및 실험치와 함께 비교한 것이다. 여기에서 저자들의 방법에 의해 구한 극한 변형도는 다른 이론치들보다 실험치에 더 잘 일치했다.

한편 Fig.10은 불안정점에서 극점의 유효 변형도를 계산한 것을 나타내는 것으로 (15)식에 유한요소법에 의해서 구한 곡률반경과 유효 변형도를 대입하여 두 곡선이 만나는 점의 유효 변형도를 구하면 불안정 점에서의 극두께 변형도가 얻어진다. Fig.11은 모아레 사진으로, 원으로 된 모아레 무늬의 직경을 측정하여 정점 부근의 곡률반경을 구하고 정점 부근의 모아레 무늬간격을 측정하여 변형도를 구했다. Fig.12는 불안정 상태에서의 모아레 무늬이다. 이들 모아레 무늬의 직경은 극높이가 증가할수록 작아진다.

Table 3. The comparison of experimental value with theoretical value for ϵ_t^*

	Swift	Hill	Alexander	Wang	Experiment	Author's method
ϵ_t^*	0.403	0.504	0.452	0.521	0.481	0.465

<불안정 조건>

Swift : $\epsilon_t^* = 1/2 \{3.3 + n - (7.29 - 0.6n + n^2)^{1/2}\}$

Hill : $\epsilon_t^* = 4/11 (1 + 2n)$

Alexander : $\epsilon_t^* = \frac{2(2-n)(1+2n)}{11-4n}$

Wang : $\epsilon_t^* = \frac{\{1 + n(1 + 2R)\}}{(1+R)^{1/2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2(1+2R)}}$
Polar effective strain

확히 구할 수 있는 요소가 된다.

2. 원주변형도와 자오선 변형도는 거의 비슷하고 극 두께 변형도는 원주변형도 및 자오선 변형도의 약 2배이다. 이것은 인장시험에서 얻은 이방성 계수 R값이 거의 1에 가까움으로 나타난 것과 잘 부합된다.

3. 극점에 가까울수록 극 두께 변형도가 커져 이것으로 극점 부근에서 파괴가 일어남을 알 수 있다.

4. 저자들의 방법에 의해서 구한 한계 변형도는 다른 이론치들보다 실험치에 더 잘 일치하여 이것으로 판재금속의 성형 한계치를 보다 더 정확히 예측할 수 있다.

V. 결 론

저자들의 방법에 의해서 구한 극한 변형도를 연장으로 실험하여 구한 실험치와 서로 비교해본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 유한요소법에 의한 곡률반경은 모아레 실험치와 잘 일치하고 이것은 극한 변형도를 정

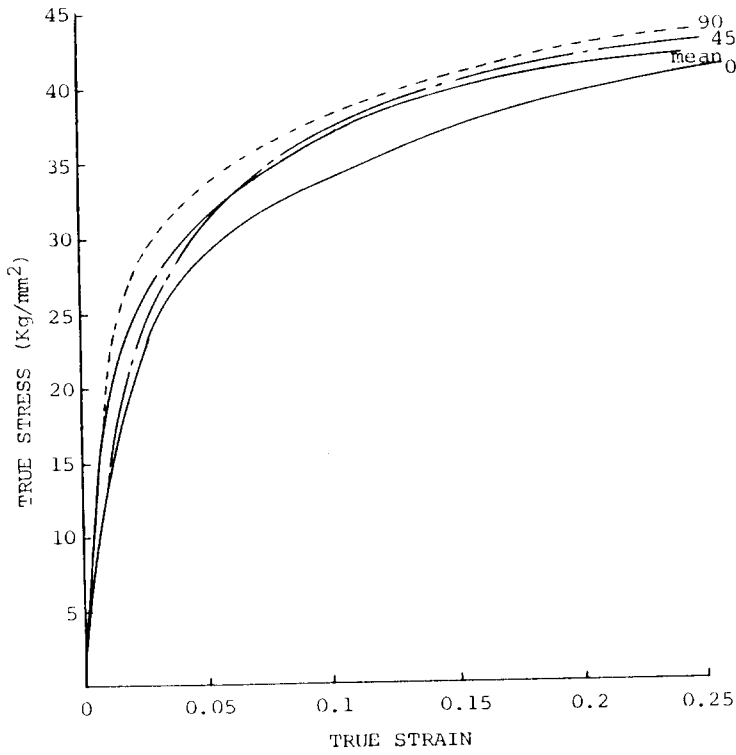


Fig. 2. True stress vs . strain



Fig. 3. Bulged specimens showing a conric set of photogrid circles

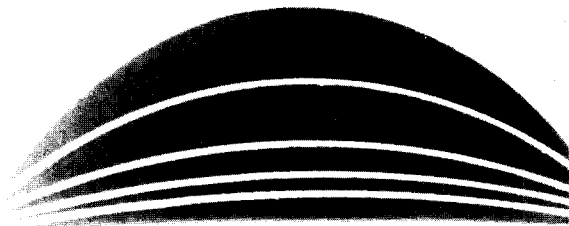


Fig. 4. Cross sections of bulged specimens

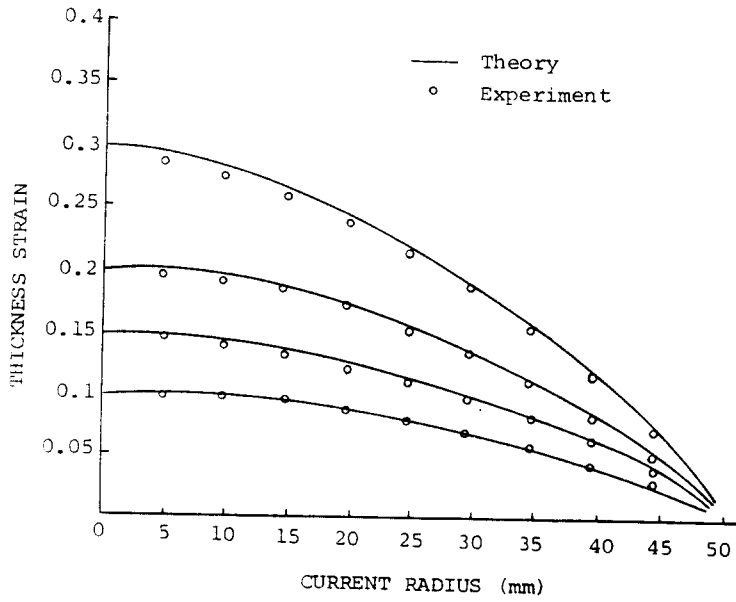


Fig. 5. Thickness strain distribution

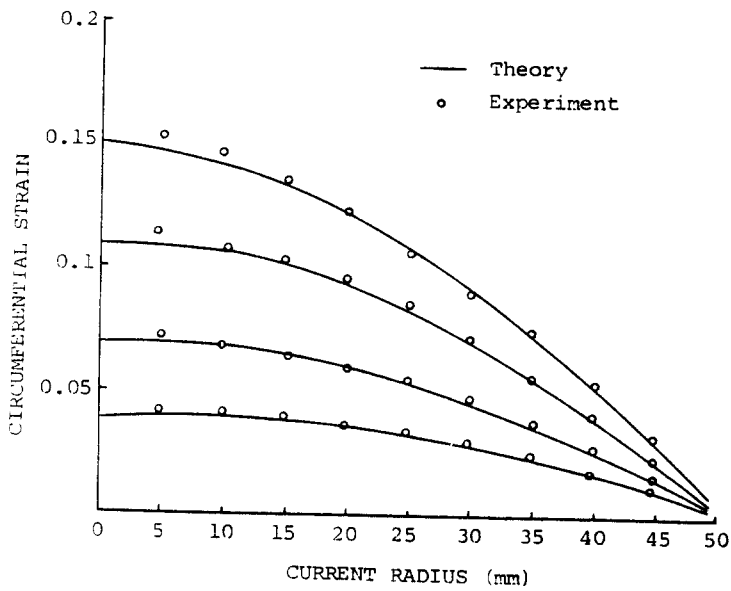


Fig. 6. Circumferential strain distribution

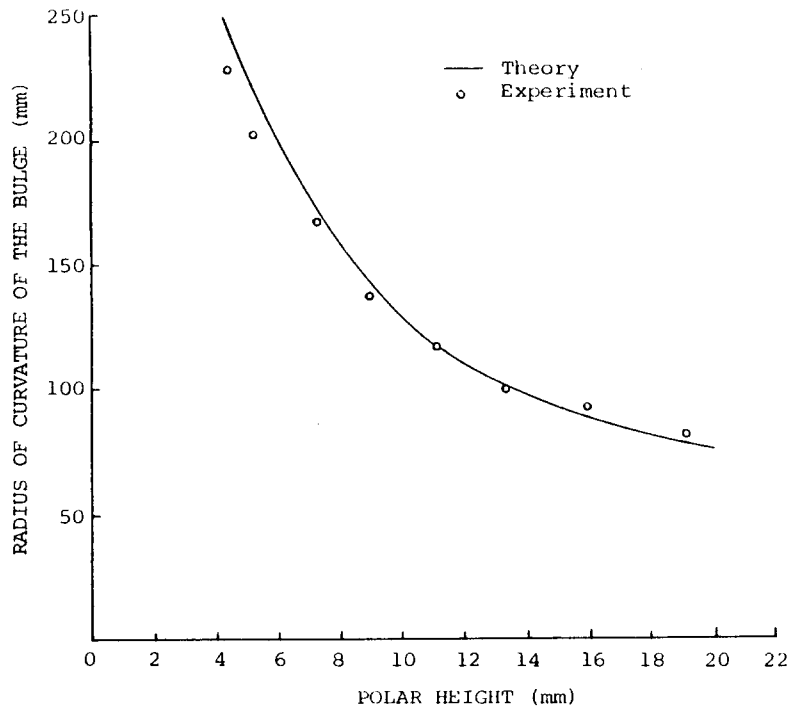


Fig. 7. Variation of radius of curvature of the bulge with polar height

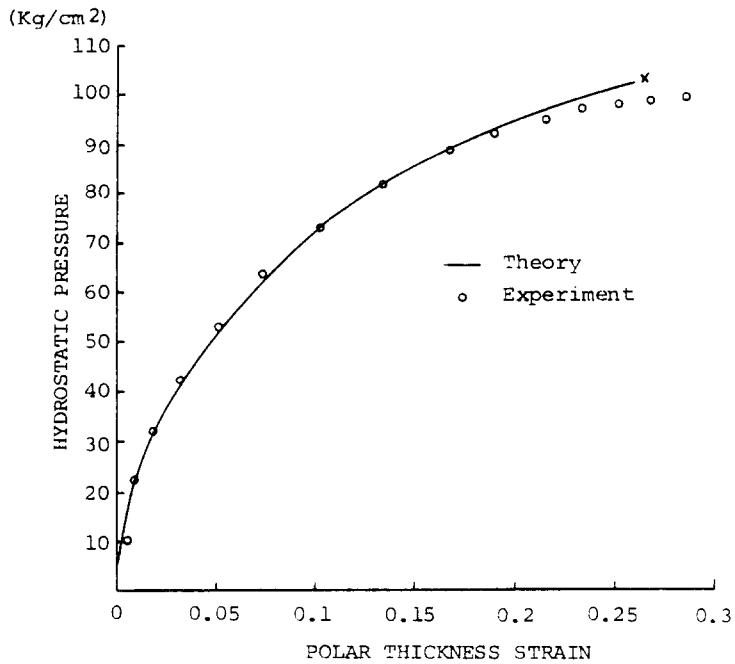


Fig. 8. Hydrostatic pressure VS. Polar thickness Strain

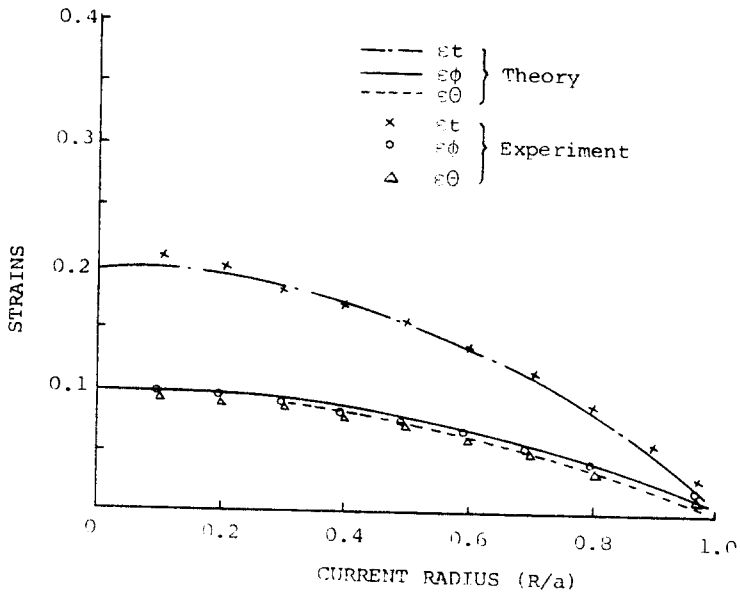


Fig. 9. Distribution of strains

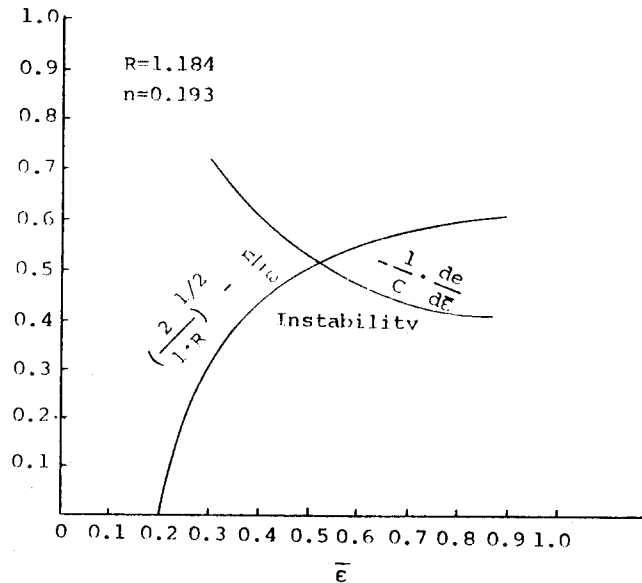


Fig. 10. Polar effective strains at industry

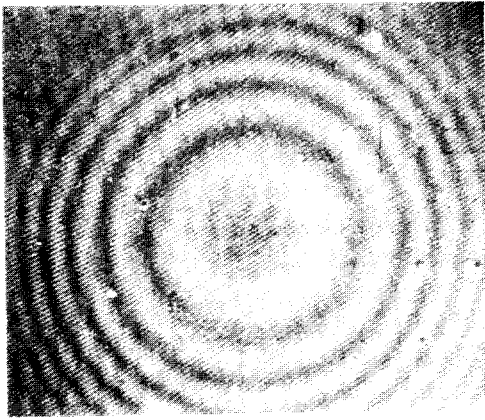


Fig. 11 Mild Steel at the $h = 7\text{mm}$

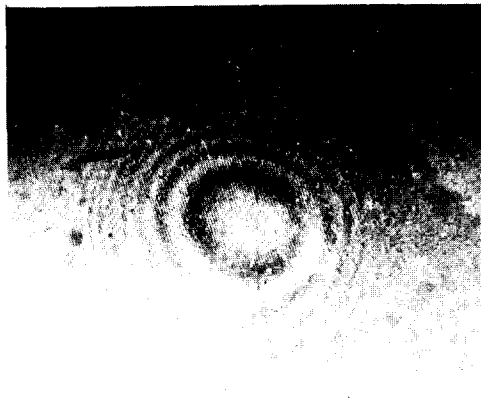


Fig. 12 Mild steel at the instability condition

参 考 文 献

1. N.M. Wang and M.R. Shammamy: J. Mech. Phys. Solids, Vol. 17, PP. 43-66, 1969.
2. A. Parmar and P.B. Mellor: Int. J. Mech. Sci. Vol. 23, PP. 221-227, 1981.
3. S. Kobayashi and J.H. Kim : Proc. Symp. on Mechanics of Sheet Metal Forming, Plenum Press, New York, 1978.
4. E. Nakamachi and S. Takezono: J. Appl. Mech., Vol. 49, PP 501-506, 1982.
5. R. Hill : The mathematical theory of Plasticity, Clarendon Press, 1967.
6. 山田, 花井, 西本 : 제 18 회 소성가공연합회 (소화 42 년)
7. 山田, 花井, 西本 : 금속재료, pp.159, 7-5(1967)