

內接齒車の 強度에 관한 研究 (A study on Strength of Internal Gear)

鄭 泰 亨*
Tae Hyong Chong

Abstract

Bending strength of an internal gear tooth is discussed as tooth form factor taking into account the actual stress magnitude. Stress analysis was carried out by the finite element method (FEM) for the calculation of tooth form factor of an internal gear. This paper also investigated the influences of number of teeth and addendum modification coefficient of the internal gear and the influences of number of teeth, addendum modification coefficient, pressure angle, radius of rounding of tooth tip, and bottom clearance coefficient of the pinion-shaped cutter on tooth form factor of internal gear. Generalizing the resultant data, a simple formula for the tooth form factor of an internal gear was derived for the calculation of tooth bending strength of an internal gear.

記 號 說 明

- | | |
|---|---|
| <p>a : 피니언커터의 이끝둥글기반경</p> <p>b : 치폭</p> <p>c_k : 이뿌리틈새계수</p> <p>h_F : 외관보 굽힘모멘트의 팔의 길이</p> <p>K : 인장축 이뿌리에서의 응력집중계수</p> <p>k_a : 압력각 영향계수</p> <p>k_a : 피니언커터 이끝둥글기 영향계수</p> <p>k_c : 이뿌리틈새 영향계수</p> <p>m : 모듈</p> <p>P_n : 치면법선하중</p> <p>P_t : 치면접선하중</p> <p>S_F : 위험단면상의 현이두께</p> <p>x_1, x_c : 피니언커터의 전위계수</p> <p>x_2, x_i : 내접치차의 전위계수</p> | <p>y : 응력집중을 고려하지 않은 치형계수</p> <p>Y : 응력집중을 고려한 치형계수</p> <p>Y_1 : 피니언커터의 $\alpha=20^\circ, C_k=0.25, a=0.13m$을 기준한 치형계수</p> <p>$Y_B$: 응력치형계수</p> <p>z_1, z_c : 피니언커터의 잇수(齒數)</p> <p>z_2, z_i : 내접치차의 잇수</p> <p>α : 기준압력각</p> <p>α_b : 물림압력각</p> <p>Δ_c : 피니언커터의 재연마에 의한 경사면 높이의 감소도</p> <p>ρ : 위험단면 끝의 이뿌리 구석살 곡선에서의 곡률반경</p> <p>σ : 실인장 최대응력</p> <p>σ_b : 공칭굽힘응력</p> <p>$\sigma_{1,2}$: 주응력</p> |
|---|---|

- σ_x : 치형중심선에 수직인 방향의 응력
 σ_y : 치형중심선 방향의 응력
 τ_{xy} : 전단응력
 ω : 치형중심선과 치면하중선이 만드는 각의
 여자

1. 序 論

近年 齒車裝置는 원동기의 효율향상 및 경제 적 이유 등으로 고속화, 소형화되어 가는 추세에 있다. 이때문에 유성치차 및 건설기계의 선회치 차 등 내접치차를 사용한 치차장치가 증가하고 있는 상태이다.

현재까지 외접치차에 대하여는 많은 전문적이 고도 포괄적인 연구가 수행되어져 왔으나, 내접 치차에 대한 연구는 외접치차에 대한 연구에 비 하면 소수에 불과하다.⁽¹⁾⁻⁽⁷⁾ 또 내접치차의 이(齒) 의 형상이 외접치차와 서로 달라 이뿌리 부근에 서 발생하는 응력상태가 서로 다름에도 내접치 차의 굽힘강도 설계는 외접치차에 준하여 설계 하고 있는 실정이다. 이는 내접치차가 외접치차 만큼 많이 사용되어지지 않았던 점도 있을 뿐 아 니라, 외접치차와 동일재로로 제작되어질 경우 내접치차의 이뿌리 형상으로 보아 굽힘강도에 대해 외접치차보다 강한 것 같은 인상을 받게되 고, 또 사용상태에 있어서도 내접치차는 외접치 차 피니언보다 잇수(齒數)가 많아 이의 맞물림 에 있어서 반복굽힘횟수가 적기 때문에 굽힘피 로강도에 대해서도 내접치차가 외접치차보다 강 한 것처럼 생각되어져 왔다.

그러나 내외접치차의 재질이 서로 다르고 외 접치차 재료의 고급화 또는 외접치차의 열처리 에 의한 표면경화 등에 의해 맞물리는 내접치차 의 이뿌리 굽힘강도가 때때로 문제되는 경우가 있다.

내접치차에 관한 연구로는 Aplyaskin과 Ustin enko,⁽¹⁾⁻⁽²⁾ Babenkova,⁽³⁾ ISO,⁽⁴⁾ Castellani,⁽⁵⁾ Faure,⁽⁶⁾ 鄭⁽⁷⁾ 등의 연구가 수행되어졌으나, 이들의 연구 는 일부 특정치형에 관한 것이 대부분이어서 현 재까지의 연구결과를 다양한 치형의 내접치차에 그대로 적용하기에는 무리가 있다. 이에 본 연구

에서는 이와 같은 결점을 없애고 어떠한 치형의 내접치차에도 적용될 수 있는 내접치차 이뿌리 굽 힘강도계산식을 작성하기로 한다. 즉, 내접치차 의 치형 형성에 영향을 미치는 내접치차의 잇 수, 전위계수, 또 치절삭공구인 피니언 커터의 잇수, 전위계수, 압력각, 이끝둥글기, 이뿌리틀 새계수 등을 변화시켜 얻어지는 수많은 내접치차 치형에 대하여 유한요소법에 의한 응력해석을 수행하고, 이러한 제인자가 내접치차의 이뿌리 응력상태에 미치는 영향을 고찰하여, 이 해석결 과 얻어지는 응력치를 치형계수로서 정리하는 방법에 의해 실제로 내접치차의 설계시에 사용 할 수 있는 간단한 형태의 실용굽힘강도계산식 을 작성하기로 한다. 단지 제약조건으로서 본 연 구에서 얻은 계산식은 내접치차의 립의 두께가 충분히 두꺼울 경우에 대한 계산식이며 립의 두께가 얇을 경우의 응력상태는⁽⁷⁾는 제외시키기로 한다.

2. 內接齒車의 強度計算式

2.1 內接齒車의 強度計算을 위한 有限要素 法 解析 및 光彈性 實驗

削成齒切削法에 의해 형성되어지는 내접치차 치형의 주요부분은 인벌류우트곡선(involute curve)과 치절삭공구(내접치차에서는 주로 피니언 커터) 이끝(齒先)의 연속적위치의 포락선에 의 해 만들어지는 이뿌리구석살곡선(tooth fillet curve)으로 구성된다. 이 이뿌리구석살곡선의 형 상이 치차의 이뿌리굽힘강도를 좌우하는 중요한 요소이다. 이러한 치형곡선의 해석적인 산출은 이미 발표되어진 문헌⁽⁸⁾을 참조하였다. 계산에 채택한 치형은 Table I에 나타난 바와 같은 제 원의 조합에 의해 얻어지는 치형을 각각의 경우 에 따라 계산하여 응력해석에 이용하였다.

내접치차의 이(齒)의 내부에서 발생하는 응력 분포는 전기 치형을 각각 완전한 하나의 치형으 로 생각, 치폭방향의 응력분포는 같은 것으로 하여 2次元 단성평면 응력문제로 취급하여 유한요 소법에 의한 응력해석을 하였다. 유한요소법 응 력해석에 대하여는 많은 전문서⁽⁹⁾에 할애하기로

Table 1. Data for calculation of internal gear tooth profiles

피니언 커터	모 두 율 m	4 mm
	기 준 압 력 각 α	20°, 14.5°, 25°
	잇 수 z_1	20, 25, 30, 40, 50, 60
	전 위 계 수 x_1	-0.2, -0.1, 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4
	이 부 리 톱 새 계 수 C_k	0.25, 0.157, 0.3
내접 치차	이 끌 등 글 기 반 경 a	0.0, 0.13m, 0.3m
	잇 수 z_2	30, 40, 50, 60, 80, 90, 100, 120, 150, 180, 200
	전 위 계 수 x_2	-0.2, 0.0, 0.2, 0.4

하고, 여기에서는 분할요소와 하중 및 지지조건에 대해서만 설명한다. 분할요소는 삼각형 분할요소를 사용하고 변위함수는 1차원함수를 채택하였다. 대표적인 분할예를 Fig. 1에 나타내고 있다. 요소분할은 이의 중심선에 대해 대칭이 되도록 하였다. 하중조건은 이끝에 단위법선하중 1 kg/mm (9.8N/mm)이 부하되어지는 것으로 하였다. 단지, 내접치차에서는 인벌류우트, 트리밍, 트로코이드 간섭이 서로 맞물리는 한 쌍의 치차의 이수관계에 따라 발생하므로 이러한 간섭이 발생할 경우에 한해 하중점을 이점으로 이동시켰다. 또한 치면상의 하중위치에 따른 응력분포 변화

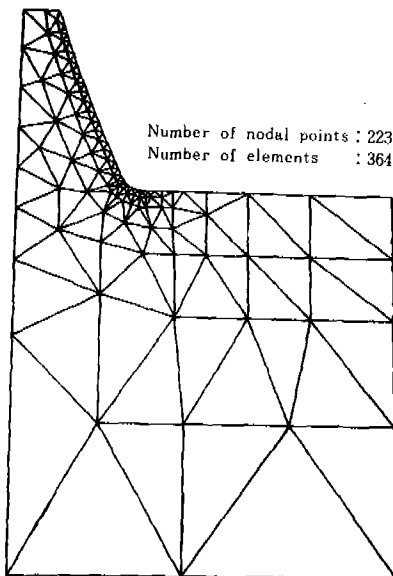


Fig. 1. Partitioned elements of a half internal gear tooth for the FEM analysis.

를 알아보기 위해 피치점에서도 하중을 가한 계산을 수행하였다. 내접치차의 지지방법은, 내접치차의 림 두께가 충분히 두꺼울 경우를 생각하고 있으므로 림부분의 응력의 영향 및 하중을 받는 이와 이웃하는 이의 영향은 고려하지 않고, 고정지지점의 영향을 가능한 한 줄이기 위해 이끝에서 이 높이의 3배가 되는 곳과 이의 중심선으로부터 이 높이의 2배 되는 곳을 고정 지지하였다.

한편 광탄성실험은 2차원 광탄성실험에 의해 등색선을 얻는 방법을 채택하였다. 실험에는 에복시수지판(두께 6mm)을 사용하고 치형은 전술의 여러가지 치형 중 대표적인 치형 몇 개만을 골라 모듈을 10 mm로 확대하여 유한요소법 해석에서와 같은 지지조건으로 고정 지지하고, 부하는 이끝에서 이부리측으로 약 1mm 들어간 치면상에 법선하중 $P_n/m = 4.76 \text{ kg/mm}$ 을 가하였다. Fig. 2는 광탄성 실험에서 얻어진 등색선 사진의 한 예 ($\alpha=20^\circ, m=10, c_k=0.25, a=0.13m, x_1=x_2=0.0, z_1=30, z_2=120$ 치형)를 나타낸다.



Fig. 2. Isochromatic lines of an internal gear tooth.

2.2 内接齒車の強度計算式(齒形係數計算)

치차의 이부리굽힘강도에 관한 기본하중, 즉 이의 절손을 일으키지 않을 정적기본하중 계산에

는 치형의 영향을 고려한 Lewis의 식⁽¹⁰⁾이 일반적으로 많이 사용되고 있다. 본 연구에서도 기본적으로 이 Lewis의 이뿌리강도계산식⁽¹⁰⁾을 채택하였다. 즉,

$$P_t = v_o \cdot b \cdot m \cdot y \dots\dots\dots(1)$$

이고, 여기에서 y 가 치형계수이며, y 는

$$y = \frac{(S_F/m)^2 \cdot \cos \alpha_b}{6(h_F/m) \cdot \cos \omega} \dots\dots\dots(2)$$

로 표현된다. 그러나 식(1), (2)에서의 y 는 이뿌리부분에서의 응력집중을 고려하지 않았고 또 이의 최약단면(위험단면)을 내접포물선법에 의해 결정하여 이를 단순한 외팔보로 치환하여 굽힘응력만에 의거 계산한 값이다. 즉 이뿌리에 발생하는 압축응력이나 전단응력의 영향은 무시하고 순수한 굽힘응력만을 계산한 값이다. 이에 본 연구에서는, 치형 특히 이뿌리구석살 곡선이 변화하면 응력집중도 변화하는데 주목하여 응력집중을 고려한 치형계수 Y 를 구하여, 이 치형계수 Y 를 식(1)에 넣어 實應力으로 표현된 靜的實基本接線荷重計算式을 작성하기로 하였다.

즉, 식(1)을

$$P_t = \sigma \cdot b \cdot m \cdot Y \dots\dots\dots(3)$$

로 바꾸어 Y 를 구하고, 여기에서 Y 는

$$Y = y/K, \text{ 또는 } y = KY \dots\dots\dots(4)$$

로 표현된다. 본 논문에서는 계산의 간단화를 위해 식(3)을

$$\sigma = P_n / (bm) \cdot Y_B \dots\dots\dots(5)$$

로 바꾸고, $P_n = P_t / \cos \alpha_b$ 의 관계로부터

$$Y = \cos \alpha_b / Y_B \dots\dots\dots(6)$$

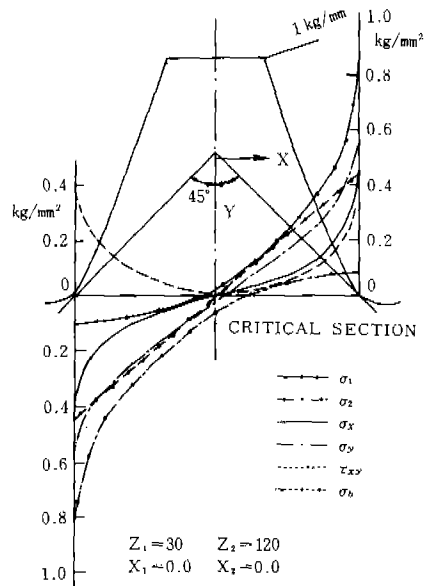
로 두어 내접치차 치형계수 Y 를 구하는 방법을 취하였다. 즉, 먼저 각각의 내접치차 치형을 해석적으로 구하여, 내접치차의 이뿌리구석살부분에서 발생하는 최대실인장응력(주응력)을 전술의 2차원평면응력문제로서의 유한요소법을 적용하여 구하고, 식(5)의 Y_B 를 계산, 식(6)으로부터 내접치차 치형계수 Y 를 구하는 방법이다.

3. 應力解析結果 및 考察

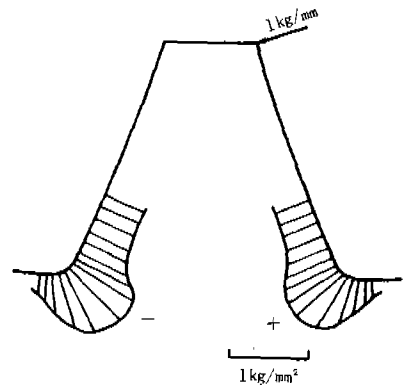
3.1 内接齒車의 應力分布

Fig. 3 - (a), (b)는 내접치차의 이뿌리부분에서의 응력분포를 대표적인 한개의 치형에 대해 나타낸 것이다. Fig. 3 - (a)는 위험단면상에서의 주응력, 축방향응력, 전단응력 및 공칭굽힘응력을 나타내고 있다.

Fig. 3 - (b)는 내접치차의 이뿌리부분에서의



(a) Stress distributions on critical section.



(b) Principal stress distribution

Fig. 3. Calculated stress distribution in an internal gear tooth; $\alpha = 20^\circ$, $C_x = 0.25$, $1 \text{ kg/mm} = 9.8 \text{ N/mm}$, $1 \text{ kg/mm}^2 = 9.8 \text{ MPa}$

주응력만을 나타낸 것으로, 부호+는 인장응력, -는 압축응력을 가르킨다. 이 주응력은 치형곡선에 의하여 나타나지만 그림에서는 알기 쉽게 치형곡선과 수직인 형태로 나타내고 있다. 이 주응력치의 최대압축치와 최대인장치의 비는 대략 1.25정도로서 압축응력이 약 25%가량 큰 것을 알 수 있다. 그러나 실제로 치차는 거의 인장측으로부터의 균열에 의해 파손되므로 앞으로의 응력치는 인장측의 주응력에 주목하기로 한다. 또 Fig. 3 - (a)로부터 실인장응력과 공칭응력과의 비, 즉 $\sigma_1/\sigma_b \approx 1.8$ 정도인 것도 알 수 있다.

한편 광탄성 실험에 의한 응력해석결과도 유한요소법에 의한 응력해석 결과와 비교적 좋은 일치율을 보였다 (Fig. 2의 경우 광탄성실험에 의한 최대인장응력치는 0.68 kg/mm^2 이고 유한요소법에 의한 최대인장응력치는 0.715 kg/mm^2 이다). 따라서 이후의 고찰에서는 주로 유한요소법에 의한 응력해석 결과만으로 논하기로 한다.

3. 2 危險斷面位置

외접치차의 위험단면위치 결정은 Hofer의 30° 접선법과 Lewis의 내접포물선법을 많이 사용하고 있으며 내접치차에 대해서도 외접치차에 준하여 위험단면을 결정하고 있는 실정이다. 그러나 Fig. 3에서도 알 수 있듯이 내접치차에서는 이의 중심선과 45° 경사선이 이뿌리구석살곡선과 접하는 위치에서 최대인장응력치가 나타나 있음이 인정된다. 이 결과는 Fig. 2의 광탄성실험 결과에서도 잘 뒷받침되어지고 있다. 이 위치는 유한요소법에 의한 주응력계산 결과 최대응력치가 발생하는 삼각형 요소위치를 나타내며, 이 위치가 45° 접점위치와 잘 일치됨을 나타낸다. 물론, 유한요소법에 의한 응력해석에는 특히 위험 단면 위치를 결정할 필요는 없으나, 공칭응력계산을 할 경우에는 위험단면의 위치에 따라 응력계산치나 응력집중계수가 약간씩 변화하기 때문에 위험 단면 위치를 결정하여 둘 필요가 있다. 수많은 치형에 대한 응력해석 결과를 종합검토하여 대개 이의 중심선과 45° 경사선이 이뿌리구석살곡선에 접하는 접점부근에서 최대인장응력이 발생하는 것이 확인되었다. 최대압축응력도 대응되는 잘

은 위치에서 발생한다. 따라서 내접치차의 위험 단면위치를 30° 접선법이나 내접포물선법에 의해 결정하는 것보다는 45° 접선법에 의해 결정함이 보다 타당하다고 제안하고 싶다. 이 결과는 Castellani⁽⁸⁾나 Faure⁽⁹⁾의 연구결과와도 잘 일치되는 점이다. 실제로 내접포물선법에 의해 내접치차의 위험단면을 결정할 경우 내접치차에서는 이뿌리구석살곡선보다는 이 끝쪽으로 더욱 가까운 쪽(인벌류우트곡선부분쪽)이 위험단면으로 된다. 이것은 응력집중을 고려치 않고, 이를 단순한 균일강도의 포물선 외팔보로 생각하여 압축, 전단 응력을 고려하지 않고 굽힘응력만을 고려한데 기인한 것이다.

3. 3 응력집중계수

내접치차의 이뿌리부근에서의 응력집중계수를 구하기 위하여 위험단면위치는 3.2에서 결정한 45° 접점위치에서의 이뿌리단면으로 하였다. 따라서 응력집중계수는 수많은 치형에 대해 유한요소법에 의한 응력해석으로부터 얻은 값 중에서 각각 45° 접점위치에서의 삼각형요소의 인장응력치와 이를 단순한 외팔보로 보아 계산한 굽힘응력치와의 비로 정의하여 구하였다. 즉,

$$K = \sigma / \sigma_b \text{ 또는 } \sigma = K \sigma_b \dots \dots \dots (7)$$

로 표현할 수 있고, 여기서 σ 는 유한요소법에 의해 계산한 45° 접점위치에서의 인장응력치로서 최대인장응력치와 거의 차이가 없는 값이며, σ_b 는

$$\sigma_b = \frac{6P_n h_F \cos \omega}{b S_F} \dots \dots \dots (8)$$

로 구해지는 값이다.

한편 응력집중계수 K는 하중작용위치, 이뿌리구석살곡선 곡률반경, 위험단면상의 이두께, 압력각의 함수로 나타낼 수 있으나, 압력각은 가장 일반적인 20° , 하중작용점은 이뿌리에서의 최대 굽힘응력을 발생시킬 수 있는 위치인 이끝으로 택하여, 응력집중계수 K를 이뿌리구석살곡선의 곡률반경 ρ 와 위험단면상의 현이두께 S_F 의 함수로 나타내었다. 즉, 수많은 치형에 대해 S_F 와 ρ 의 값을 넣어 최소자승법에 의해 K를

$$K = 1.258 (S_F / \rho)^{0.18} \dots \dots \dots (9)$$

과 같은 내접치차 응력집중계수를 구하였다.

Fig. 4는 이 관계를 보여주고 있으며 그림 가운데의 검은 동그라미는 식(7)에 의해 얻어진 계산치들이다.

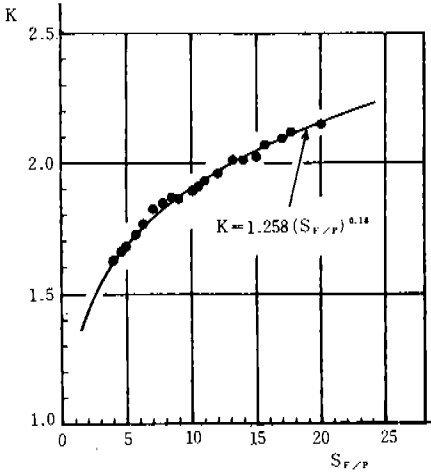


Fig. 4. Stress concentration factor K at tooth fillet of internal gear.

4. 齒形係數 考察

Fig. 5는 치형계수와 내접치차의 잇수와의 관계를 피니언커터의 잇수와 전위계수를 달리하여 나타낸 것이다. 그림에서 동그라미는 유한요소법에 의한 계산치를 나타내고 선은 알기쉽게 계산치를 연결한 것이다. 또 ϕ 등은 간섭이 일어났을 때를 가르킨다. 그림으로부터 잇수가 일정한 피니언커터로 내접치차를 치절삭할 때에는, 내접치차와의 간섭을 일으키지 않는 한, 내접치차의 잇수에 관계없이 치형계수는 거의 일정함이 인정된다. 또 같은 잇수의 내접치차를 치절삭할 경우 잇수가 많은 피니언커터로 절삭하면 치형계수는 작아진다. 즉, 큰 응력이 발생한다. 이러한 것은 피니언커터를 전위한 경우에도 치형계수의 절대치는 달라지나 그 경향은 같음을 알 수 있다.

Fig. 6, 7, 8은 치형계수에 미치는 전위계수의 영향을 나타낸다. Fig. 6은 피니언커터의 전위계수의 변화에 따라 치형계수도 크게 변화함을 보여주며, 전위계수를 크게 하면(負전위에서 正전위하면) 내접치차의 치형계수는 크게 됨을

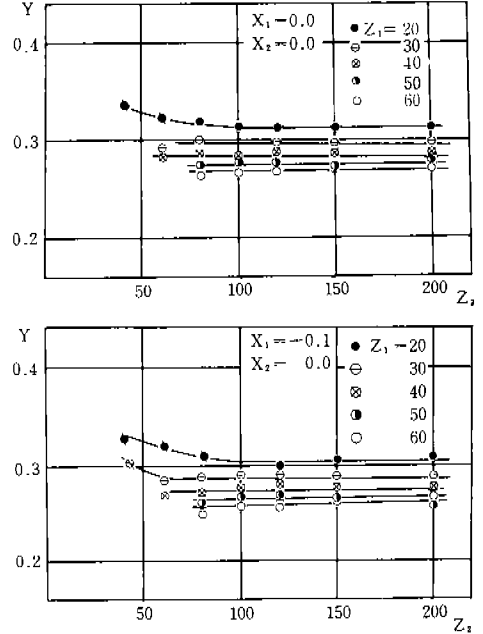


Fig. 5. Tooth form factor of internal gear Y; $\alpha = 20^\circ$, $C_k = 0.25$, $a = 0.13$ m. * shows the cases when interferences exist.

알 수 있다. 그림에서의 선은 단순한 치형계수의 변화폭을 나타낸다. Fig. 7은 내접치차의 전위계수를 변화시켜 치형계수에 미치는 그 영향을 나타낸 것으로서 이 경우에 치형계수는 거의 변화하지 않음이 인정된다. Fig. 8은 본 연구에서 계산한 $-0.2 \leq x_1 \leq 0.4$ 범위에서 치형계수와 피니언커터 전위계수와의 관계를 정리한 것으로, 피니언커터의 전위계수가 커짐에 따라 내접치차의 치형계수는 거의 선형적으로 증가함을 보여

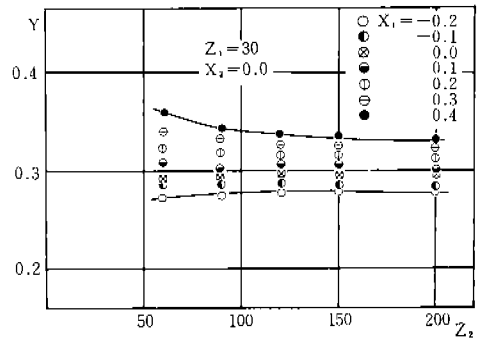


Fig. 6. Influence of addendum modification coefficient of pinion-shaped cutter on Y; $\alpha = 20^\circ$, $C_k = 0.25$, $a = 0.13$ m

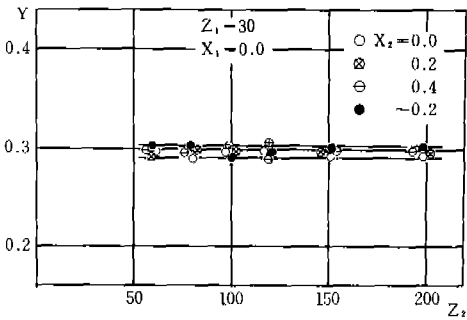


Fig. 7. Influence of addendum modification coefficient of internal gear on Y ; $\alpha=20^\circ$, $c_k=0.25$, $a=0.13$ m

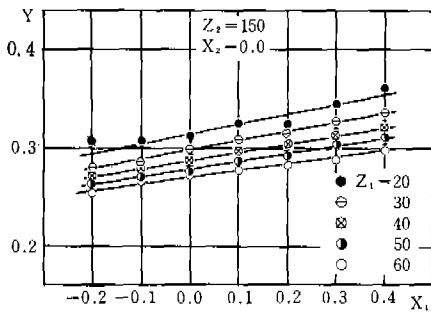


Fig. 8. Influence of number of teeth and addendum modification coefficient of pinion-shaped cutter on Y ; $\alpha=20^\circ$, $c_k=0.25$, $a=0.13$ m

준다. 이와 같은 특징들은 다른 종류의 치형에서도 같은 결과를 보여주었다.

Fig. 9는 압력각이 치형계수에 미치는 영향을 나타낸 것으로서, 피니언커터 압력각이 크게 되면 치형계수는 커짐을 보여준다. 이것은 압력각이 커짐에 따라 위험단면상의 이두께가 크게 증가하여 이뿌리에서의 응력이 작아지기 때문으로

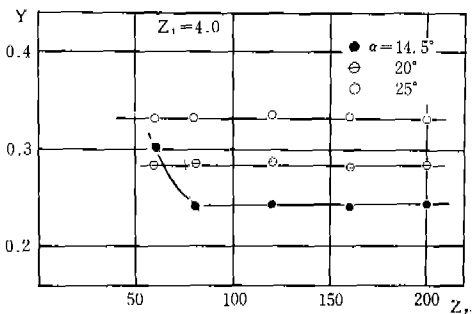


Fig. 9. Influence of pressure angle on Y ; $c_k=0.25$, $a=0.13$ m, $x_1=x_2=0.0$

생각된다. 이에 따라 굽힘부하능력만으로 평가한다면 고압력각의 치차가 우수하다는 것을 알 수 있다.

피니언커터의 이끝(齒先) 둥글기 반경 a 는 피니언커터의 기하학적 형상으로부터 결정되어지나, 이크기가 치형계수에 미치는 영향을 나타내는 것이 Fig. 10이다. 피니언커터의 이끝 둥글기 반경이 클수록 치형계수는 커져 이뿌리응력은 작게 발생함을 알 수 있다. 또 이경향은 다른 치형에서도 같은 경향을 나타내며, 치형계수 Y 는 $a=0.0, 0.13$ m, 0.3 m에 대해 거의 일차적으로 변화함을 알 수 있다. 여기서 $a=0.0$ 은 피니언커터의 이끝둥글기가 전혀 없이 角이 지어져있는 피니언커터를 말한다. 치형계수에 미치는 이러한 이끝둥글기의 영향은 외접치차에서도 같은 현상을 볼 수 있으며, 강한 이(齒)를 얻으려면 공구의 이끝이 완전히 둥근 공구로 치절삭해야 하는 이유가 여기에 있다.

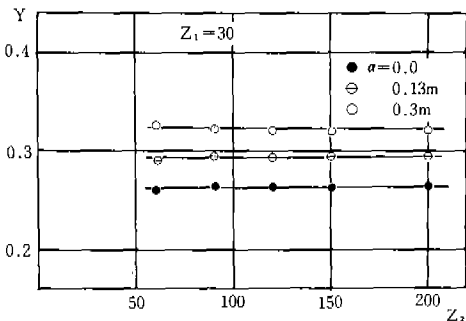


Fig. 10. Influence of radius of rounding of tooth tip of pinion-shaped cutter on Y ; $\alpha=20^\circ$, $c_k=0.25$, $x_1=x_2=0.0$

Fig. 11은 치형계수에 미치는 이뿌리틈새의 영향을 나타낸 것으로서, 이뿌리틈새계수가 커지면 치형계수는 커짐을 알 수 있으나, 그 절매치는 지금까지 보아온 피니언커터의 잇수, 압력각, 이끝둥글기의 영향에 비해 크게 영향받지 않고 있음을 동시에 나타내주고 있다.

Fig. 12는 치면상의 하중위치점이 치형계수에 미치는 영향을 알아보기 위해 이끝에 부하하였을 때와 피치점에 부하하였을 때의 치형계수를 비교하고 있다. 그림 (a)와 (b)를 비교하여 보면 하중작용점이 이끝에서 피치점으로 이동함에 따라

약 60%정도 치형계수가 크게 되었음을 보여주고 있다.

이상의 결과를 종합 분석하여 보면 내접치차의 치형계수는 치절삭하는 피니언 커터의 잇수, 전위계수, 압력각, 이끝동글기에 의해 크게 영향을 받으나, 이뿌리틈새계수, 내접치차의 잇수, 전위계수에는 크게 영향받지 않음을 알 수 있다. 또 같은 피니언커터로 잇수가 다른 내접치차를

치절삭할 경우의 치형계수는 같음을 알 수 있다. 따라서 굽힘강도가 강한 이를 가진 내접치차를 얻기 위해서는 잇수가 적고 정전위한 고압력각의 이끝이 동글게 되어 있는 피니언커터로 내접치차를 치절삭함이 좋은 것으로 밝혀졌다.

5. 內接齒車設計에의 適用

지금까지의 치형계수 계산 및 고찰결과로부터 설계자가 설계단계에서 내접치차의 굽힘강도를 대략 계산할 수 있도록 치형계수에 대한 실용식을 유도하였다. 통상 피니언커터는 신폴을 어느 정도 사용하여 마모가 일어나면 재연마하여 사용하는데, 이는 정전위에서 부전위로 되는 것과 마찬가지로 볼 수 있다(신폴을 정전위시켜 제작한 경우라고 생각한다).

이에 이 실용식은 본래의 피니언커터의 경사면의 높이로부터 재연마에 의한 높이감소도 Δc (전위량으로 환산한 값)를 고려하고, 피니언커터의 잇수가 치형계수에 큰 영향을 주는 점(Fig. 5, 6, 8 참조)을 고려하여, 피니언커터 잇수 z_c 를 파라메타로 하여 식을 유도하였다(압력각, 하중점, 이뿌리틈새계수, 피니언커터의 이끝동글기 반경 일정한 경우).

Fig. 13-(a)는 피니언커터의 압력각 20° , 이뿌리틈새계수 0.25, 이끝동글기반경 0.13 m, 내접치차 전위계수 0인 경우의 신폴피니언커터를 사용한계까지 사용했을 때의 재연마에 따른 높이감소도를 전위량으로 고쳐 치형계수를 구한 것이다. 이 그림의 피니언커터에 대한 데이터⁽¹¹⁾는 모두 4 mm, 잇수 25의 디스크형 피니언커터의 표준사용한계를 경사면의 높이감소 10 mm로 하고, 신폴을 정전위, 사용한계까지 사용했을때 부전위로 되었다고 생각하고, 마모에 의한 전위량은 정전위량과 부전위량이 꼭 같다고 생각한 것이다. 즉 $\Delta c = 0$ 은 신폴 피니언커터가 사용할 수 없을 만큼 재연마하여 사용했을 때까지의 중간상태를 표시하고, $\Delta c = \pm 0.12$ 는 이 $\Delta c = 0$ 평면경사면으로부터의 신구품의 경사면까지의 거리(전위량으로 환산)가 ± 1.25 mm과 동등한 상태(신폴일 때 $\Delta c = 0.12$)를 나타낸다.

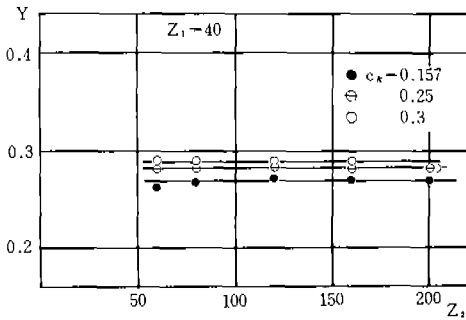
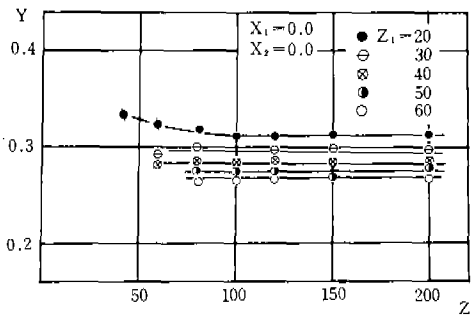
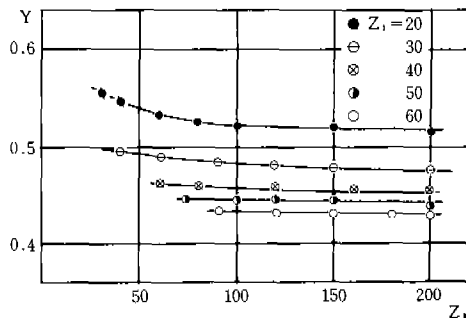


Fig. 11. Influence of bottom clearance coefficient on Y, $\alpha = 20^\circ$, $a = 0.13$ m, $x_1 = x_2 = 0.0$



(a) Load acts on tip of internal gear tooth



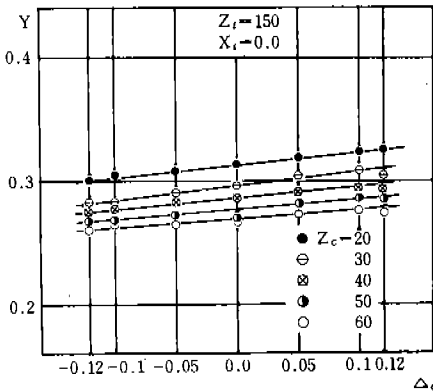
(b) Load acts on pitch point of internal gear tooth.

Fig. 12. Influence of loading position on tooth flank on Y; $\alpha = 20^\circ$, $c_k = 0.25$, $a = 0.13$ m, $x_1 = x_2 = 0.0$

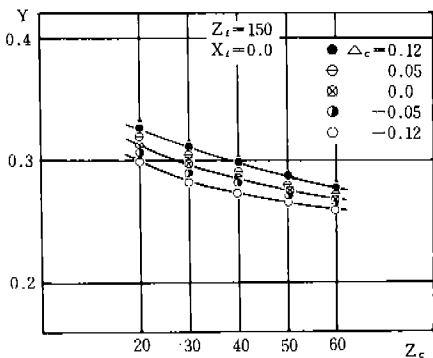
Fig. 13-(b)는 Fig. 13-(a)를 z_c 에 대해 Δ_c 를 파라메타로 하여 정리한 것으로, 여기로부터 치형계수는 피니언커터의 잇수에 대하여 2次式의 곡선으로 가정하여 곡선맞춤방법을 사용하여

$$Y_1 = 0.00001357 z_c^2 - 0.002216 z_c + 0.3536 \pm (0.0156 - 0.000012 z_c) \dots \dots \dots (10)$$

와 같은 내접치차 치형계수 근사식을 얻었다. 식 (10)의 괄호안은 피니언커터의 사용상태를 고려한 것으로 $\Delta_c = 0$ 일 경우에는 괄호안의 값은 고려치 않으며, 또 +부호는 신품의 피니언커터 (Δ_c 가 正), -부호는 Δ_c 가 負일 경우이다. 환언



(a) Relation between tooth form factor Y and degree of re-sharpening of ordinary pinion-shaped cutter Δ_c with parameter of number of teeth in pinion-shaped cutter.



(b) Relation between tooth form factor Y and number of teeth in ordinary pinion-shaped cutter Z_c with parameter of degree of re-sharpening of pinion-shaped cutter.

Fig. 13. Influence of re-sharpening of ordinary pinion-shaped cutter on Y; $\alpha = 20^\circ$, $c_x = 0.25$, $a = 0.13m$

하면 괄호안 값은 설계자가 피니언커터의 사용상태를 잘 알 수 없는 경우에 피니언커터의 잇수에 의해 어느정도 치형계수를 산출할 수 있도록 고려한 값이다. 즉, Fig. 13의 $z_c = 20$ 때와 $z_c = 60$ 때의 $\Delta_c = \pm 0.12$ 사이의 Y_1 값의 변화량을 고려한 것이다.

또는 특정의 피니언커터(피니언커터 전위계수 x_t 를 알고 있을 때)로 내접치차를 치절삭할 경우에는 Fig. 8 등을 고려하여 식(10)과 같은 방법에 의해

$$Y_1 = 0.00001357 z_c^2 - 0.002216 z_c + 0.3536 + 0.09 x_t \dots \dots \dots (11)$$

로 구할 수 있다.

이상의 식(10), (11)의 치형계수 Y_1 은 압력각, 이뿌리틈새계수, 이끝둥글기 반경이 일정한 치형에 대한 값이므로, 여기에 압력각, 공구이끝둥글기 반경, 이뿌리틈새계수의 영향을 고려하여 내접치차 치형계수 Y는

$$Y = k_\alpha \cdot k_a \cdot k_c \cdot Y_1 \dots \dots \dots (12)$$

에 의해 구할 수 있다. 여기서 k_α , k_a , k_c 는 치형계수에 대한 압력각, 공구이끝둥글기, 이뿌리틈새 영향계수로서 그 값을 Table 2에 나타낸다. 이 값들은 Fig. 9, 10, 11과 같이 정리한 값들로부터 비례계산에 의해 구한 값이다. 이 근사식에 의해 계산된 치형계수 값과 유효요소법에 의한 값과의 차이는 대개 5% 이내로서 만족할만한 결과였다.

Table 2. The influence coefficients of pressure angle, radius of rounding of tooth tip, and bottom clearance coefficient of pinion-shaped cutter.

k_α		k_a		k_c	
1.16	$\alpha = 25^\circ$	1.1	$a = 0.3m$	1.03	$C_k = 0.3$
1	$\alpha = 20^\circ$	1	$a = 0.13m$	1	$C_k = 0.25$
0.856	$\alpha = 14.5^\circ$	0.897	$a = 0.0$	0.954	$C_k = 0.157$

6. 結 論

내접치차를 치절삭하는 피니언커터의 잇수, 전위계수, 압력각, 이뿌리틈새계수, 이끝둥글기반

경과 내접치차의 잇수, 전위계수를 변화시켜 얻은 여러가지의 내접치차 치형을 립두께가 충분히 두꺼운 경우에 대해 응력해석 및 치형계수를 계산한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 내접치차의 위험단면위치는 치형중심선에 대해 45° 경사선이 이뿌리구석살곡선에 접하는 접점위치에서의 이두께단면이다.
- (2) 내접치차의 이뿌리부근에서의 응력집중계수를 위험단면상의 이두께와 이뿌리구석살곡선의 곡률반경의 함수로 나타낸 식으로 작성하였다.
- (3) 내접치차의 치형계수는 내접치차 자체의 잇수, 전위계수보다는 치절삭에 사용하는 피니언커터의 잇수, 전위계수 및 그 형상에 따라 결정된다.
- (4) 동일 피니언커터로 내접치차를 치절삭할 경우, 내접치차의 간섭이 일어나는 때를 제외하고, 내접치차의 잇수가 변화하여도 내접치차의 치형계수는 변화하지 않는다.
- (5) 내접치차를 치절삭할 때에는 잇수가 적고, 전위량이 크고(正전위), 고압력자이며, 이끝둥글기가 둥글고, 이뿌리틈새계수가 큰 피니언커터를 사용하면 내접치차의 치형계수는 커진다. 즉, 이뿌리에서 발생하는 응력이 작아진다. 또 전위량만에 주목한다면 피니언커터의 경사면의 재연마에 따른 전위량이 감소함에 따라 내접치차의 치형계수는 선형적으로 감소한다. 따라서 강한 이를 가진 내접치차를 절삭하기위한 방법이 밝혀졌다.
- (6) 실제의 내접치차를 설계할 때 이용할 수 있는 응력집중을 고려한 내접치차 치형계수에 대한 실용식을 구하였다. 이 치형계수를 이용하여 實應力에 기초를 둔 내접치차의 굽힘강도계산이 가능하게 하였다.

후 기

끝으로 이연구는 1983년도 문교부 재외유치과자 학술연구 조성비에 의하여 연구되어진 것임을

표기한다. 연구지원에 심심한 감사를 표한다.

참 고 문 헌

- (1) Ablyaskin, O. I. and Ustinenko, V. L., "Tooth Form Factor for Internal Spur Gear," Russian Engng. J., 50-7, p. 28, 1970.
- (2) Ablyaskin, O. I. and Ustinenko, V. L., "Nominal Bending Stress and Stress Concentration in Straight, Involute, Internal Teeth," Russian Engng. J., 53-5, p. 39, 1973.
- (3) Babenkova, E. V. et al., "Involute Tooth-Form Factors and Stress Gradients," Russian Engng. J., 52-1, p. 13, 1972.
- (4) ISO, International Organization for Standardization Technical Committee:ISO/TC 60/WG 6, (Secr. 80), 185-E, "Tooth Strength Factor Y_F ," 1975.
- (5) Castellani, G. and Castelli, V. P., "Rating Gear Strength," Trans. ASME, J. of Mechanical Design, Vol. 103, p. 516, 1981.
- (6) Faure, L., "Analysis of Tooth Root Stresses in Internal Gears with a Boundary Integral Equation Method," Proc. Int. Symp. Gearing & Transmissions, Tokyo, Japan, Vol. 2, p. 139, 1981-8.
- (7) 鄭泰亨 外 3, "內齒平齒車의 曲げ應力," 日本機械學會論文集 C編, 47-420, p. 1073, 1981.
- (8) 에틀들면, Buckingham, E., Analytical Mechanics of Gears, Chap. 6, p. 122, McGraw-Hill, 1949.
- (9) 에틀들면, Zienkiewicz, O. C., The Finite Element Method in Engineering Science, Chap. 3~4, p. 33, McGraw-Hill, 1974.
- (10) Lewis, W., "Investigation of the Strength of Gear Teeth," Proc. Engr. Club, Philadelphia, 1893.
- (11) 에틀들면, JIS B4356, 피니언커터, 1975, 또는 KSB3990, 피니언커터, 1973.