

광매트릭스-벡터곱셈기를 이용한 DFT처리에 관한 연구

A Study on the DFT Process Using the Optical Matrix-Vector Multiplier

* 최 평 석 (Pyung Suk, Choi)

** 박 한 규 (Han Kyu, Park)

要 約

본 논문에서는 인코히어런트광 매트릭스-벡터곱셈기를 이용하여 입력 데이터를 광학적으로 DFT (Discrete Fourier Transform) 할 수 있는 방법을 연구하였다.

DFT의 웨이팅함수를 매트릭스로 나타내어 본 논문에서 제시한 2개의 성분 분할 방법을 이용하여 마스크상에 부호화하고 광매트릭스-벡터곱셈기내에 고정시켜서 입력 데이터(벡터)와 광학적으로 곱하도록 하였다.

Abstract

In this paper, a method of computing the DFT of input data optically by use of the incoherent optical matrix-vector multiplier is studied.

The weighting function of the DFT is represented as a matrix and coded on a mask by using the two-component decomposition method suggested in this paper. It is set in the optical matrix-vector multiplier and produced by input data (vector).

I. 序 論

인코히어런트광을 이용하여 시스템을 구성할 경우 광의 세기에 의하여 신호를 해석하므로 선형변환을 쉽게 얻을 수 있어서 원하는 전달함수 (transmittance function)를 마스크상에 나타내므로 입력함수의 코릴레이션(correlation), 컨벌루션(convolution) 등을 쉽게 얻을 수 있다. 따라서 필터¹⁾, 패턴인식²⁾ 등 다양한 응용에 적용될 수 있으며 특히 샘플링된 불연속 데이터를 전달함수로 사용할 경우 매트릭스-벡터곱셈, 매트릭스-매트릭스곱셈에도 응용될 수 있다.

광을 이용한 매트릭스-벡터곱셈의 가능성은 1965년 Cutrona에³⁾ 의해 제시되었으나 실질적인 시스템의 실현은 1974년 Bocker⁴⁾ 및 Broomley⁵⁾ 등에 의하여 이루어졌다. 그후 이 분야에서 많은 연구가 진행되어 왔으며 시스템의 구조에 여러가지 개선이 이루어졌다.^{6),7)}

인코히어런트광을 이용하여 매트릭스-벡터곱셈을 계산할 경우 빛의 세기에 의하여 신호를 해석하여야 하므로 복소수를 포함한 매트릭스-벡터곱셈에 있어서는 이들 복소수값을 양의 실수값으로 처리할 수 있는 방법을 찾아야 하며 특히 이 경우 매트릭스를 마스크상에 부호화하는 방법이 중요하다.

* 유하공업전문대학 전자과 교수

** 연세대 전자과 교수

본 논문에서는 하나의 복소수값에 대하여 실수부와 허수부로 2개의 원소로 나눔으로써 입력소자와 검출소자 뿐만 아니라 마스크의 원소의 갯수도 감소시킬 수 있는 효율적인 2개의 성분분할 방법을 제시하고 이를 이용하여 DFT의 웨이팅함수(weighting function)를 매트릭스로 나타내어 마스크상에 부호화하여 입력 데이터를 광학적으로 DFT 할 수 있도록 하였다.

II. 인코히어런트광을 이용한 복소 매트릭스 벡터곱셈

N차의 벡터 \vec{X} 가

$$\vec{X} = (X(0), X(1), \dots, X(N-1))^T \dots\dots (1)$$

로 주어지고 $M \times N$ 매트릭스 $[H]$ 가

$$[H] = \begin{pmatrix} h(0, 0) & \dots & h(0, N-1) \\ \vdots & & \vdots \\ h(M-1, 0) & \dots & h(M-1, N-1) \end{pmatrix} \dots(2)$$

로 주어졌을 때 \vec{X} 와 $[H]$ 의 곱한 결과를 벡터 \vec{Y} 라 하면

$$\vec{Y} = [H] \vec{X} = (y(0), y(1), \dots, y(M-1))^T \dots\dots(3)$$

이다. 여기서 \vec{Y} 의 m번째 원소는

$$y(m) = \sum_{n=0}^{N-1} h(m, n) \times X(n) \dots\dots(4)$$

이다. 일반적인 광시스템에 있어서 벡터 \vec{X} 와 \vec{Y} 및 매트릭스 $[H]$ 는 시간과 공간 함수를 갖는다.

인코히어런트광을 이용할 경우 입력이나 출력 벡터 또는 매트릭스의 값들은 빛의 세기로 나타내므로 양의 실수값들만 처리할 수 있다. 그러나 적절한 부호화 방법을 사용하면 매트릭스 및 벡터의 원소가 복소수일 경우에도 적용시킬 수 있다.

본 논문에서는 하나의 복소수에 대하여 실수부와 허수부를 나누어 처리하는 방법을 제시하고자 한다. 주어진 복소 벡터 \vec{X} , \vec{Y} 및 매트릭스 $[H]$ 를 다음과 같이 실수부와 허수부로 나누면,

$$\vec{X} = \vec{X}_R + j \vec{X}_I \dots\dots(5)$$

$$\vec{Y} = \vec{Y}_R + j \vec{Y}_I \dots\dots(6)$$

$$[H] = [H_R] + j [H_I] \dots\dots(7)$$

따라서 매트릭스-벡터곱은

$$\begin{pmatrix} \vec{Y}_R \\ \vec{Y}_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [H_R] & [-H_I] \\ [H_I] & [H_R] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{X}_R \\ \vec{X}_I \end{pmatrix} \dots\dots(8)$$

로 된다. 여기서 \vec{Y}_R , \vec{Y}_I , \vec{X}_R , \vec{X}_I 의 성분 및 $[H_R]$, $[H_I]$ 의 원소들은 일반적으로 양과 음의 값을 가지므로 \vec{X}_R , \vec{X}_I , $[H_R]$, $[H_I]$ 에 적절한 바이어스를 곱해주어 모든 원소를 양의 실수로 바꾸어야 한다. 우선 매트릭스 바이어스를 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$[a] = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & \dots & a_{0, N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{M-1, 0} & a_{M-1, 1} & \dots & a_{M-1, N-1} \end{pmatrix} \dots\dots(9)$$

그리고 입력벡터 바이어스 \vec{b} 는

$$\vec{b} = (b_0, b_1, \dots, b_{N-1})^T \dots\dots(10)$$

로 한다. 이 바이어스를 식(8)에 더하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{pmatrix} \vec{Y}'_R \\ \vec{Y}'_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [a] + [H_R] & [a] - [H_I] \\ [a] + [H_I] & [a] + [H_R] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{b} + \vec{X}_R \\ \vec{b} + \vec{X}_I \end{pmatrix} \dots\dots(11)$$

윗식은 광학적으로 처리할 수 있으나 검출된 출력 \vec{Y}'_R , \vec{Y}'_I 를 전기회로를 사용하여 다시 처리하여야만 한다. 실제로 원하는 출력과 검출된 출력은 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\vec{Y}_R = \vec{Y}'_R - ([H_R] - [H_I]) \vec{b} - ([a] (\vec{b} + \vec{X}_R) + [a] (\vec{b} + \vec{X}_I)) \dots\dots(12)$$

$$\vec{Y}_I = \vec{Y}'_I - ([H_R] + [H_I]) \vec{b} - ([a] (\vec{b} + \vec{X}_R) + [a] (\vec{b} + \vec{X}_I)) \dots\dots(13)$$

윗 식에서 오른쪽 두번째 항은 미리 알고 있는 항이므로 \vec{Y}'_R , \vec{Y}'_I 로부터 전기적으로 뺄 수 있다. 세번째 항은 매트릭스 $[a]$ 가 M개의 똑같은 행 $(a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$ 을 가진다고 하면 바이어스된 입력벡터와 $\vec{p} = (a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$ 의 곱으로 나타낼 수 있다. 이 항은 마스크의 마지막 행 다음에 여분의 행 \vec{p} 를 두고 출력에는, 여분의 수광다이오드를 추가하므로 광학적으로 처리될 수 있다. 아래의 행렬식은 이 방법을 나타낸 것으로 상수 K_2 는 정규화상수이다.

$$\begin{pmatrix} \vec{Y}'_R \\ \vec{Y}'_I \\ \vec{Y}'_P \end{pmatrix} = \frac{1}{K_2} \begin{pmatrix} [a] + [H_R] & [a] - [H_I] \\ [a] + [H_I] & [a] + [H_R] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{b} + \vec{X}_R \\ \vec{b} + \vec{X}_I \end{pmatrix} \quad (14)$$

m번째 원소의 출력 재결합회로는 그림1과 같고 이 방법을 이용할 경우 입력 및 출력소자의 갯수는 $2N$, $(2M+1)$ 개가 필요하며 마스크원소의 갯수는 $4 \times N \times (M+1)$ 개를 가진다.

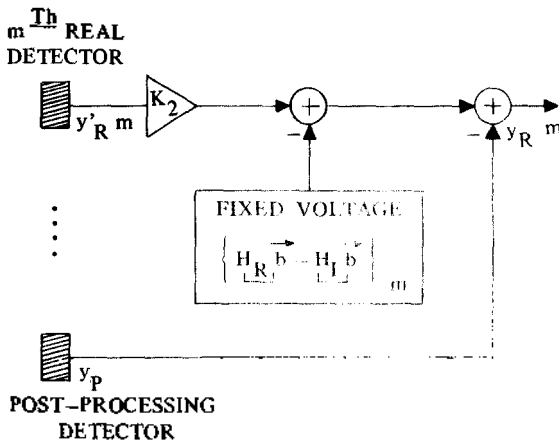


그림 1. 2개의 성분 분할 방법의 재결합 회로
Fig. 1. Recombination circuit of two-component decomposition.

III. DFT마스크의 설계 및 제작

DFT의 웨이팅함수를 마스크상에 부호화하기 위하여 DFT를 매트릭스-벡터의 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\vec{Y} = (H) \vec{X} \quad (15)$$

여기서 매트릭스 (H) 는 N 개의 점에서 DFT의 웨이팅함수를 나타내고 있다. 즉,

$$h(m, n) = \exp[-j(2\pi/N)n \cdot m] \begin{pmatrix} m=0, 1, \dots, N-1 \\ n=0, 1, \dots, N-1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

이다.

본 논문에서는 $N=4$ 로 하여 마스크를 설계하였으므로 잊식은

$$h(m, n) = \exp[-j(2\pi/4)n \cdot m] \begin{pmatrix} m=0, 1, 2, 3 \\ n=0, 1, 2, 3 \end{pmatrix} \quad (17)$$

가 되고 이를 실수매트릭스 (H_R) 과 허수매트릭스 (H_I) 로 나누면 다음과 같이 된다.

$$h_R(m, n) = \cos \frac{\pi}{2} n \cdot m \begin{pmatrix} m=0, 1, 2, 3 \\ n=0, 1, 2, 3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$h_I(m, n) = -\sin \frac{\pi}{2} n \cdot m \begin{pmatrix} m=0, 1, 2, 3 \\ n=0, 1, 2, 3 \end{pmatrix} \quad (19)$$

이 식에서 m 은 행, n 은 열로 나타내어 계산해 보면,

$$[H_R] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$[H_I] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

이 된다. 바이어스매트릭스 $[a]$ 및 \vec{p} 를 매트릭스 $[H]$ 의 원소중 가장 작은 음수값으로 취하면

$$[a] = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

이 된다. 따라서 마스크 원소는 식(14)에 의해

$$[a] + [H] = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

이 되며 이를 Bocker의 면적변조 방식⁽⁴⁾에 의하여 설계하여 제작된 마스크를 그림2에 나타내었다.

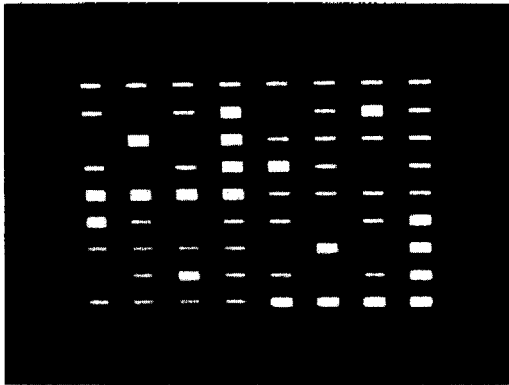


그림 2. DFT마스크
Fig. 2. DFT mask

IV. DFT마스크를 사용한 실험

매트릭스-벡터곱셈기의 렌즈 시스템은 그림3에 나타난 구조로 하였으며 그림2에 보인 $N=4$ 인 DFT마스크를 사용하여 입력함수가 임펄스 및 직류함수인 경우에 대하여 출력에 나타난 파형을 관찰하였다. $N=4$ 일 경우 입력 LED는 8개가 필요하며 출력 광검출소자는 바이어스행 검출소자를 포함해서 9개가 필요하다. 본 논문에서는 실험을 간단히 하기 위하여 마스크상에 구성된 $[a] + [H_R]$, $[a] - [H_I]$, $[a] + [H_I]$ 의 성분에 해당하는 마스크를 분리하여 각각 실험하였다. 이와같이 합으로써 4개의 LED와 5개의 광검출소자만 필요하게 되고, 이들 각각에 대한 출력파형을 관찰하므로 전체 DFT출력을 알 수

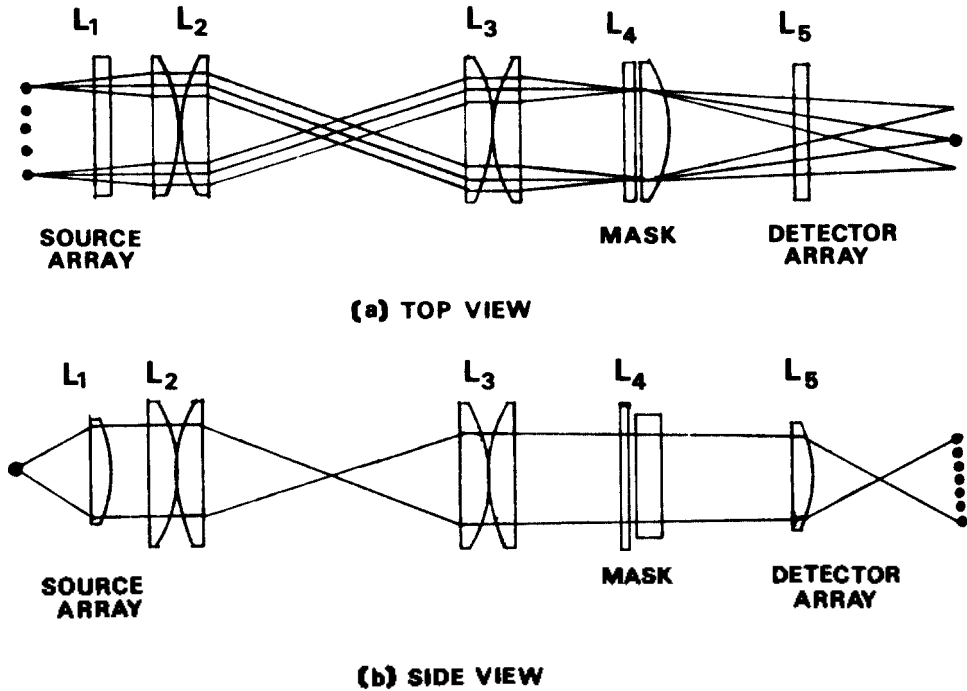


그림 3. 광매트릭스-벡터곱셈기의 광학적 시스템
Fig. 3. Optical system of the matrix-vector multiplier.

있다.
입력신호가 $\vec{X} = (1, 0, 0, 0)^T$ 인 임펄스 함수일 경우 $\vec{b} = (0, 0, 0, 0)^T$ 이고 식(5)를 이용하면 $\vec{X}_R = (1, 0, 0, 0)^T$, $\vec{X}_I = (0, 0, 0, 0)^T$ 가 된다. 따라서 입력함수 \vec{X}_R , \vec{X}_I 각각에 대하여 $[a] + [H_R]$, $[a] - [H_I]$ 의 마스크를 사용하여 출력을 관찰하였으

며 이 결과는 그림4와 같다.
입력신호가 $\vec{X} = (1, 1, 1, 1)^T$ 인 직류함수일 경우 $\vec{b} = (0, 0, 0, 0)^T$ 이고 식(5)를 이용하면 $\vec{X}_R = (1, 1, 1, 1)^T$, $\vec{X}_I = (0, 0, 0, 0)^T$ 로 나누어 이들 각각의 신호에 대하여 성분마스크를 사용하면 그림5와 같은 출력을 얻을 수 있다.

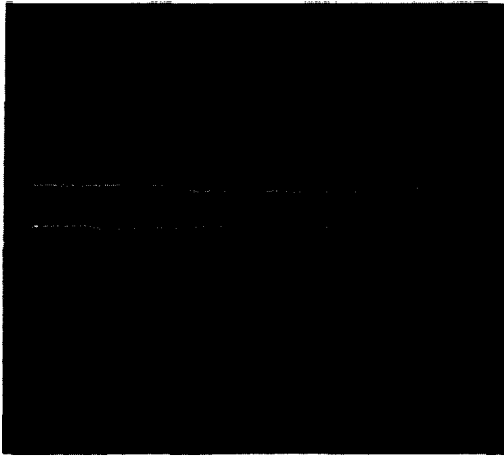


그림 4. 임펄스 함수의 DFT
Fig. 4. DFT of impulse function

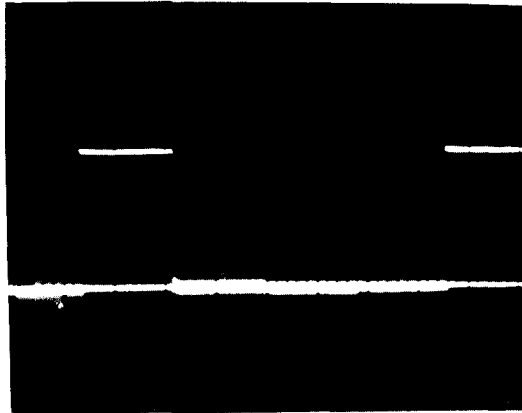


그림 5. 직류함수의 DFT
Fig. 5. DFT of DC function.

입력함수가 임펄스일 경우는 그림4와 같이 출력파형이 직류에 가깝고 입력함수가 직류일 경우에는 출력파형은 그림5에서 임펄스로 나타나고 있어 이론값과 잘 일치하고 있다. N 을 늘릴 경우 입력 LED의 수가 늘어나야 하는 데 이는 렌즈의 크기에 제한을 받으며 많은 데이터를 입력시키기 위해서는 빔 반치폭과 크기가 작은 LED를 되도록 좁게 배열하여야 한다.

V. 結 論

본 논문에서는 2개의 성분분할 방법으로 DFT 마스크를 설계 제작하여 인코히어런트 광매트릭스-벡터곱셈기내에 고정시키므로 입력 함수의 DFT를 광학적으로 처리할 수 있도록 하였다.

입력함수가 임펄스 및 직류성분일 경우 출력파형은 각각 직류 및 임펄스 함수로서 이론값과 잘 일치하고 있음을 보였다.

데이터 처리 속도는 LED의 입력신호를 10(KHz)의 구형파로 변조하여 $N=4$ 인 DFT마스크를 사용하였으므로 4×10^4 [samples/sec]가 되었으나 점출소자를 PIN수광다이오드를 사용하여 변조주파수를 10(MHz)로 높이고 입력 LED 수를 10개로 증가시키면 10^6 [samples/sec]의 속도로 데이터를 처리할 수 있다.

본 논문에서 사용한 매트릭스-벡터곱셈기는 아날로그 양으로 데이터를 취급하므로 고속으로 데이터를 처리할 수 있으나 신호처리의 정확성이 부족하므로 이를 보완하기 위한 연구가 뒤따라야겠다.

參 考 文 獻

- (1) W.T. Maloney, "Real-Time holographic filtering of oscilloscope traces," *Appl. Opt.*, Vol. 10, pp. 2554-2555, 1971.
- (2) A. Furman and D. Cassasent, "Bipolar incoherent optical pattern recognition by carrier encoding," *Appl. Opt.*, Vol. 18, pp. 660-665, 1979.
- (3) L. J. Cutrona, *Optical and Electro-Optical Information Processing*, Cambridge, Mass., M.I.T. Press (1965).
- (4) R.P. Bocker, "Matrix multiplication using incoherent optical techniques," *Appl. Opt.*, Vol. 13, No.7, pp. 1670-1676(1974).
- (5) K. Broomley, "An optical incoherent correlator," *Optical Acta*, Vol. 21, No. 1, pp. 35-41 (1974).