

〈論 文〉

피압 대수층의 전달경수 동정

Parameter Identification of an unconfined Aquifer

이 재 형*
Jea-Hyoung Lee

박 영 기**
Young-Ki Park

황 만 하***
Man-Ha Hwang

요 지

대수층을 취급하는데 있어서 어려운 문제중에 하나는 수문학적인 변수의 공간적인 분포를 추정하는 것이다.

대수층에서 전달계수의 분포를 결정하기 위하여, 몇 개의 자료가 유용하다; 관측점 주변 전달계수의 극부적인 값, 간섭실험, 약간의 지질구조 지식. 이러한 자료들은 대수층을 나타내는 데 적절히 활용되어야 한다.

주어진 자료들이 적절히 반영되도록 3가지 최적화 계산과정에 따라 전달계수 분포를 추정하였다; 제한된 pilot point에서 조정된 값과 기지점의 값을 기초로 하여 변수분포의 지질 통계적인 평가, 수치 모델에 의하여 산정된 값과 비교, 최소화 알고리즘에 의하여 pilot point 값의 수정.

대수층에 위의 방법을 적용해 본 결과 매우 유용함이 증명되었다.

Abstract

One of the delicate problems in aquifer management is the identification of the spatial distribution of the hydrological parameters.

To determine the distribution of the transmissivity in a aquifer, several data are available; the local values of transmissivity around well, interference tests, some knowledge of geological structure. All this information has to be combined to find a plausible representation of the aquifer.

According to a three phased optimization process calculation is carried out; geostatistical estimate of the parameter field on the basis of known well point values adjustable on a limited numerical model, and modification of the values at pilot points by a minimization algorithm.

This procedure, applied to a known case, has proved to be very useful.

1. 서 론

지난 몇년 동안 대수층의 특징을 파악할 수 있고 거동을 예측할 수 있는 기구로서 유한요소법과 유한차분법에 대한 관심을 가져왔다. 수치모형의 도움으로 대

수층의 거동을 모의 실험연구는 상당히 향상된데 반하여 변수의 평가방법은 (특히 국내 학계에서는) 그렇지 못한 실정이다. 기존 방법들의 한계점은 지질구조의 통계적인 특성을 고려하지 않은 데서 비롯된 것으로 보인다.

J.P. Delmomme¹⁾은 "kriging"에 의해서 전달계수의 공간분포를 보간할 것을 제안하였고, William W.G.

* 전북 대학교 조교수
** 전북 대학교 대학원
*** 전북 대학교 대학원

Yeh, Young, s. Yoon and K.S. Lee²⁾는 2차원 피압 대수층의 전달계수 분포를 성공적으로 추정하였다. 그들은 “kriging”에 의해서 자 격자점의 수두를 보간하고 이 수두값을 기지로 하여 차분모형을 구성하는 과정에서 오차가 포함되어있다고 가정하여 이때 발생된 오차를 최소로 하도록 변수를 추정하였다. 이때 자 격자점의 변수를 미지수로 하기 때문에 대형 컴퓨터가 아니면 손쉽게 이용하기가 어렵다. G. Le Mاسily³⁾는 소위 “pilot point”라고 하는 몇 개의 격자점을 선정하여 최적화 기법을 적용할 것을 제안하였다. 이 방법은 컴퓨터의 기억용량을 절약하는 효율적인 방법이다. 그러나 “pilot point”에서 선정된 변수의 변동이 충분히 파악되는지는 의심의 여지가 많다.

따라서 본 연구의 목적은 전 격자점을 대상으로 하는 대신 “pilot point”에 대해서 최적화 하는 경우 산정된 변수가 충분히 적합성을 보이는가를 검토하는 데 있다.

2. 전달 계수의 계산

2-1 전달 계수의 확률적 정의

대수층은 시각에 따라서 여러 척도로 고찰하지만 특히 “공극”, “극부”, “지역”의 척도에 국한시켜 본다면 Darcy의 투수계수는 국부적인 척도로 파악된다. 이를 보면 대표적인 미소체적에 대한 평균값으로 정의된다. 따라서 국부적으로 보면 투수 계수는 일정한 값이다. 공극척도에 비추어 보면 미소체적 내의 모든 점에서 다른 값을 가지고 문제대당 지역으로 확대시켜보면 국부를 대표하는 값이라도 장소에 따라 달라지게 된다.

같은 점토질의 시편이라 하더라도 원가 각기 다르기 때문에 이들 시편들은 가능한 여러 가지 실현들(realization)로 이루어진 집합을 의미한다. 따라서 다공질의 하나인 대수층도 무작위 과정인 한 실현이라고 볼 수 있으므로 강력한 도구인 확률개념을 도입하는 것은 문제해결의 실마리를 제공한다.

공극 사이를 흐르는 유체는 Navier Stock's 방정식은 만족되지만 Darcy 법칙은 유효하지 않다. Darcy 법칙은 다공질의 기하학적 성질을 반영한 것이며, Navier Stock's 식의 선형화된 소산이다. 기하학적 성질의 공극 집합평균으로 정의된다면 국부적인 척도이긴 하지만 개념적으로 투수계수를 기하학적 평균(Geometric mean)에 연결지어 볼 수 있다.^{4),5)}

그런데 다공질의 매체를 확률 개념과 연결지어 볼 때, 문제는 현실적으로 개념적 무작위인 매질의 한 “실현”만이 존재한다는 점이다. 따라서 이 개념이 유용하

기 위해서는 두 가지 가설이 필요하다. 즉 “stationarity” and “ergodicity”이다. 공간상의 무작위 함수(Random Function: R.F.) $Z(x)$ 의 확률 밀도함수(pdf)가 장소에 따라 일정하다는 정상성의 가설을 설정한다. 정상성은 평균과 분산에만 국한할 때는 약정상이라 칭한다. ergodicity는 가능한 실현이 모집합과 같은 확률분포함수(pdf)를 가지고 거동한다는 가설이다.

대수층에서 국부척도로 정의한 투수 계수(또는 전달 계수)는 지역척도로 보면 위치에 따라 다르다. 이때 전달계수는 “stationary and ergodicity”인 무작위 과정의 한 실현이라고 가정한다.

지금까지는 한점의 pdf에 대해서만 주목해 왔다. 두 점에 대해서는 어떤가? 정상성의 가설은 공분산 $C(h)$ 가 두 점의 간격 h 만의 함수라는 것이다. 즉,

$$C(h) = E[Z(x)Z(x+h)] - m^2 \dots\dots\dots(2.1)$$

대수층의 크기가 증가하면 전달 계수의 분산도 증가한다고 알려졌다. 이는 엄밀히 말해서 약정상도 아니라는 것이다. 따라서 확률 해석에 의미를 부여하기 위해서 Matheron⁶⁾은 좀더 약한 “intrinsic hypothesis”를 제안했다. 그에 의하면 (Random Function: R.F.)의 분산이 유한하지 않더라도 1차 차분의 분산은 유한하다고 하는 약정상성을 가정한다는 것이다. 즉,

$$E[Z(x+h) - Z(x)] = m(h) \quad x \text{의 함수가 아니다.}$$

$$\text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] \quad x \text{의 함수가 아니고 } h \text{의 함수}$$

앞의 약정상성에 의하면 2차 차분 분산을 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$E[Z(x+h) - Z(x)]^2 = 0 \dots\dots\dots(2.2)$$

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[Z(x+h) - Z(x)]^2 \dots\dots\dots(2.3)$$

여기서 $\gamma(h)$ 를 Variogram이라 칭한다.

Variogram은 공분산과 다음과 같은 관계를 갖는다. 즉 약정상성을 가정하면

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[Z(x+h)]^2 - E[Z(x+h)Z(x)] + \frac{1}{2} E[Z(x)]^2$$

식 (2.1)과 약정상성으로부터

$$E[Z(x+h)]^2 = E[Z(x)]^2 = C(0) + m^2$$

$$E[Z(x+h)Z(x)] = C(h) + m^2$$

$$\gamma(h) = C(0) - C(h)$$

이다.

2-2 전달계수 평가와 kriging

kriging은 비록 다른 문제에도 적용할 수 있지만 “intrinsic hypothesis” 하에서 $Z(x)$ 의 평가에 한정시킨다. 변수를 추정한다는 것은 계속되지 않는 지점의

Z_0 값을 정하는 것인데 통상적인 방법으로는 선형 보간이나 최소 자승 fitting 방법을 쓴다. 이 방법은 추정치가 얼마나 신뢰성이 있는가를 알 수 없다. Intrinsic hypothesis 하에서 kriging은 가능한 모든 관측치 Z 의 선형결합으로 주어진다. 즉,

$$Z_0^* = \sum_{i=0}^n \lambda_0^i Z_i \dots\dots\dots(2.4)$$

Z_i : 지점 X_i 에서의 관측치 $i=1, \dots, n$
 λ_0^i : 계산된 최적 가중치 i : 관측 지점
 0: 추정 지점

이때 λ_0 는 3가지 가설하에서 R.F.에 의해서 평가된다는 점에 유의해야 한다. 추정치 Z_0^* 가 최적의 값이기 위해서는 최우 측정치(maximum likelihood estimate)여야 한다. 즉, 불편(unbiased)과 최소분산(minimum variance)의 제약이 따라야 한다.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_0^j \gamma(x_i - x_j) + \mu = \gamma(x_i - x_0) \quad i=1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_0^j = 1 \text{ 이다.} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.5)$$

전달계수(T)가 대수정규 분포라고 가정하면 uniform flow의 지역에서 흐름을 지배하는 평균 전달계수는 기하평균이므로 $\log T$ 의 variogram이 보다 규칙적으로 거동하므로서 T 에 대한 kriging은 대수공간에서 잘 수행되며 mesh 전역에서 평균이 직접 계산된다.

$Y = \log T$ 라 놓으면

$y_i = \log T_i$ 는 관측 값이고

$\hat{Y}_i = \log \hat{T}_i$ 는 pilot points에서의 추정

의 값이다. 각 mesh에서 "zero", 지점에 대한 평균 전달계수는

$$Y_0^* = \sum \lambda_0^i y_i + \sum \lambda_0^j \hat{Y}_j \dots\dots\dots(2.6)$$

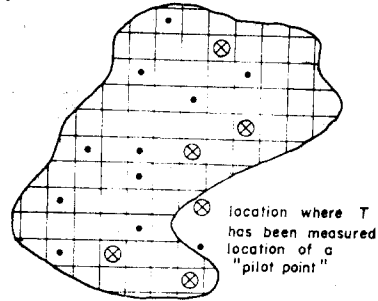
Y_0^* 는 Y_0 의 추정치이다.

2-3 pilot point의 개념

대수층이 300개의 지역으로 분할되었다고 하면 300개의 미지전달계수를 산정하므로서 대수층에 전달계수 구조를 파악하게 된다. 현장에서 5개의 전달계수가 관측되었다면 이들 자료들로부터 앞의 논의에 따라 variogram을 산정한다. 전달계수를 동정하려고 하는 대수층에서 이를테면 30개의 "pilot points"를 취한다. 가령 이 지점에서의 전달계수를 추측하였다고 한다 면 어렵 짐작한 30개의 자료와 관측치 5개 자료 및 variogram을 사용하여 "kriging"을 하므로서 300개 지역의 각 지점에서 전달계수가 추정된다. 즉,

$$T_k = \left(\prod_{i=1}^n T_{ci} \right)^{\lambda_k^i} \times \left(\prod_{j=1}^m T_{pj} \right)^{\lambda_k^j} \dots\dots\dots(2.7)$$

이 때 T_k 는 각 mesh에서의 평균 전달계수인데, T_{ci} 는 i 지점의 관측치이고, T_{pj} 는 j 지점의 가정치이다. 또 λ_k^i 는 k mesh를 축으로 한 i 지점의 variogram의 계수이다.



⊗ location where T has been measured
 • location of a "pilot point"

Fig. 2-1 The idea of pilot point.

pilot points에서 가정한 전달계수의 영향은 전역에 확산된다고 하면 추산된 전역의 전달계수는 오차를 포함하게 된다. 이렇게 해서 발생한 오차를 줄이는 방법을 모색해야 한다. 오차가 포함된 전달계수에 의해 각 지역의 수두를 산정하여 관측된 지점의 수두와 비교하여 pilot points의 변수추정에 오차가 포함되지 않을 때까지 반복한다. 따라서 종극의 목적에 달하게 되는 시행착오 절차를 필요로 한다.

3. 전달 계수의 최적화

3-1 지배 방정식의 직접해와 부가해

Fig. 3-1은 대상 피압 대수층의 형상을 나타내는 개념이다. 흐름영역 Ω 내에는 시험점, 관측점, pilot points들의 위치를 게재했다. 경계면 $\partial\Omega$ 에는 불투수층과 유입부를 표시하였다.

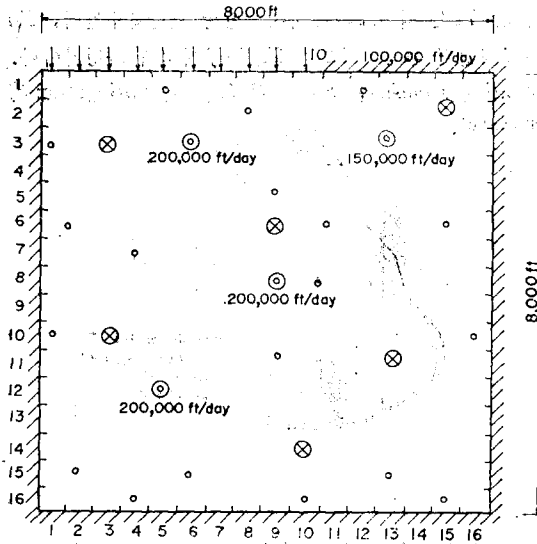
2차원 피압대수층의 지배 방정식은 흐름역과 경계역에서 자기 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{흐름역} : \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial p}{\partial y} \right) \\ = Q + S \frac{\partial p}{\partial t} \dots\dots\dots(3.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{경계역} : p(x, y, 0) = h_0(x, y) \\ p(x, y, t) = h_1(x, y, t) \quad x, y \in \Omega_1 \dots\dots(3.2) \end{aligned}$$

$$T \frac{\partial p}{\partial n} = h_2(x, y, t) \quad x, y \in \partial\Omega_2$$

여기서 $p(x, y, t)$: 수두



⊙ pumping at (6,3), (13,3), (9,8), and (5,12)
 • 24 pilot point
 ⊗ 6 Observation Wells
 $\Delta x = \Delta y = 500$ ft, Initial Heads: 120 ft

Fig.3-1 Aquifer Configuration.

$T(x, y)$: 전달계수

S : 저류상수

t : 시간

$\frac{\partial}{\partial x}$: 편선미분

경계에서 식 (3.2)를 만족하는 지배방정식(31)의 해는 유한 차분법이나 유한 요소법에 의하여 주어진다. 이때 격자망의 크기 보간점의 개수는 해의 "안정성"에 영향을 미치나 본 논문에서는 Yeh et al.²²⁾에 의해 이미 검토된 모형을 택하였다. 이들이 제한한 모형은 Crank-Nicolson 방법을 수정한 것으로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} [T_{i+1/2,j}(\bar{p}_{i+1,j}^{n+1} - \bar{p}_{i,j}^{n+1}) / (\Delta x)^2 - T_{i-1/2,j}(\bar{p}_{i,j}^{n+1} \\ & - \bar{p}_{i-1,j}^{n+1}) / (\Delta x)^2 + T_{i+1/2,j}(\bar{p}_{i+1,j}^n - \bar{p}_{i,j}^n) / (\Delta x)^2 \\ & - T_{i-1/2,j}(\bar{p}_{i,j}^n - \bar{p}_{i-1,j}^n) / (\Delta x)^2] + \frac{1}{2} [T_{i,j+1/2}(\bar{p}_{i,j+1}^{n+1} \\ & - \bar{p}_{i,j}^{n+1}) / (\Delta y)^2 - T_{i,j-1/2}(\bar{p}_{i,j}^{n+1} - \bar{p}_{i,j-1}^{n+1}) / (\Delta y)^2 \\ & + T_{i,j+1/2}(\bar{p}_{i,j+1}^n - \bar{p}_{i,j}^n) / (\Delta y)^2 - T_{i,j-1/2}(\bar{p}_{i,j}^n \\ & - \bar{p}_{i,j-1}^n) / (\Delta y)^2] = Q_{i,j} + S(\bar{p}_{i,j}^{n+1} - \bar{p}_{i,j}^n) / \Delta t \quad (3.3) \end{aligned}$$

여기서 아래 첨자는 영역을, 위 첨자는 시간을 이산화한 양의 정수이다. 또 \bar{p} 는 예측치(predictor)이고 p 는 보정치(corrector)를 의미한다. 식 (3.1)의 해는 "standard tridiagonal algorithm" 의해 주어진다.

수치모형으로 부터 얻은 관측점의 수두는 관측치와 비교하게 된다. 관측치와 계산치의 차를 자승하여 목적함수로 설정하여 이 함수값이 허용범위 내에 들도록

시행착오 절차를 구성해야 한다.

$$J(\alpha) = \sum_{j=1}^N \int_0^T [Pobs_j(t) - Pcal_j(t)]^2 dt \quad (3.4)$$

여기서 N : 관측점 수두의 개수

T : 관측시간

$Pobs_j(t)$: t 시각에 관측점 j 에서 측정된 수두

$Pcal_j(t)$: t 시각에 격자점 j 에서 계산된 수두

목적함수 (3.4)를 최소화하는 방법은 Chavent²³⁾, Chavent²⁴⁾, Neuman²⁵⁾들이 개발한 부가방정식(adjoint eq.)에 의한 방법을 택하였다. 이 방법의 핵심은 경사법에 의해서 식 (3.4)를 최소화하는 방법이다. 이때 목적함수의 경사를 산정하게 되는데 식 (3.4)가 전달계수에 대하여 "implicit" 함수로 되어 있기 때문에 부가방정식을 도입하게 된다. 즉 (3.1)에서 Q 대신에 오차를 유입량(또는 유출량)으로 하는 지배 방정식이 부가방정식이며 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial q}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial q}{\partial y} \right) + S \frac{\partial q}{\partial t} \\ & = 2 \sum_{j=1}^N \Delta p_j(\alpha, t) \delta_j(x) \quad (3.5) \end{aligned}$$

$$q(x, T) = 0 \quad (3.6)$$

여기서 p_j 는 관측수두와 계산수두의 차이이고 Dirac delta 함수($x=x_j$ 에서 $\delta_j(x)=1$, $x \neq x_j$ 에서 $\delta_j(x)=0$)이다. 식 (3.5)의 해는 식 (3.3)에 의한 수치모형을 이용하여 얻는다.

3-2 최적절차

식 (3.4)의 변분을 취하면

$$\delta J(\alpha) = 2 \sum_{j=1}^N \int_0^T \Delta P(\alpha, t) \delta Pcal(t) dt \quad (3.7)$$

흐름역 Ω 에 대하여 식 (3.7)은 식 (3.5)를 참조하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta J(\alpha) &= \int_0^T \int_{\Omega} [S \frac{\partial q}{\partial t} + \text{div}(T \text{grad } q)] \\ & \delta Pcal(x, t) dx dt \quad (3.8) \end{aligned}$$

식 (3.8)에서 Green의 identity를 적용하면 변수 T 에 대한 경사는 다음으로 주어진다.

$$\frac{\partial J}{\partial T} = \int_0^T (\text{grad } p, \text{grad } q) dt \quad (3.9)$$

여기서 (\cdot) 는 내적을, $\text{grad } p = \frac{\partial p}{\partial x} i + \frac{\partial p}{\partial y} j$, $\text{grad } q = \frac{\partial q}{\partial x} i + \frac{\partial q}{\partial y} j$ 를 각각 의미한다.

J 의 증분 $dJ = \sum_k \frac{\partial J}{\partial T_k} dT_k$, T_k 의 증분은 $dT_k = \sum_j \frac{\partial T_k}{\partial T_{pj}} dT_{pj}$ 라 할 수 있다. 이때 T_{pj} 는 j 번째의

pilot point에서의 전달계수이다. 전질의 (2.14)식을
 참작하면 $\frac{\partial T_k}{\partial T_{pj}} = \lambda_{kj}^i \frac{\partial T_k}{\partial T_{pj}}$ 이므로 $dJ = \sum_k \sum_j \frac{\partial J}{\partial T_k}$
 $\frac{\partial T_k}{\partial T_{pj}} dT_{pj}$ 이다. 이러한 관계들을 종합하면 pilot
 point에서 J의 경사는 다음과 같다.

$$\frac{\partial J}{\partial T_{pj}} = \sum_k \frac{\partial J}{\partial T_k} \lambda_{kj}^i \frac{T_k}{T_{pj}} \dots\dots\dots(3.10)$$

식(3.10)은 식(3.4)의 값을 최소로 향하는 경사에
 해당하며 식(3.10)에 의한 반복절차는 진행보폭(step
 length)에 의존하게 된다. 즉

$$T_{pj}^{n+1} = T_{pj}^n - \epsilon \left(\frac{\partial J}{\partial T_{pj}} \right)^n \dots\dots\dots(3.11)$$

최적보폭을 찾는 문제는 본 논문밖이므로 기왕의 알고
 리즘을 이용하였다.¹⁰⁾ 지금까지 논의를 요약하면 pilot
 point에서 전달계수의 어렵값을 정하고 기존의 변수의
 값과 variogram 계수를 이용하여 전영역에 대하여 계
 산한다. 계산된 전달계수를 사용하여 지배방정식의 해
 를 구한다. 이렇게 구한 수두가 관측치와 차가 많을
 때는 부가방정식의 해를 계산하여 목적함수의 경사를
 계산한다. 최적의 보폭을 추적하여 최적절차를 수행하
 여 개선된 pilot point의 전달계수를 얻게 된다. 계산
 된 전달계수는 모든 절차를 재개할 수 있는 자료 구실

을 한다. 이상을 간략하여 흐름도(Fig.3-2)를 작성하
 였다.

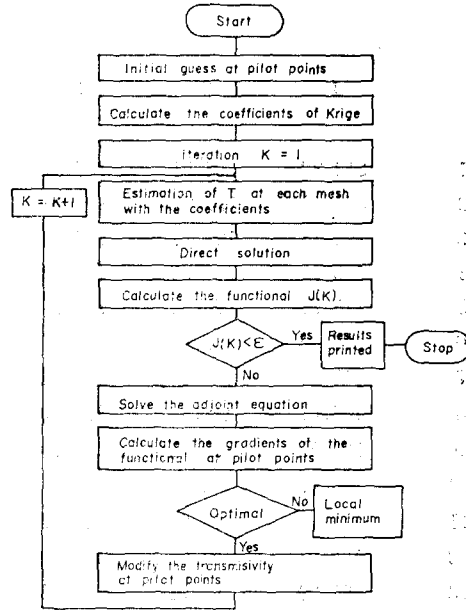


Fig. 3-2 Inverse model

Table. 4-1 True transmissivity distribution

		Distribution, 100 ft ² /d															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1		206	200	195	191	183	177	174	170	165	161	158	154	150	144	144	140
2		200	194	189	184	178	173	169	165	161	158	155	150	147	141	140	136
3		194	189	184	180	175	170	166	163	159	154	151	147	143	137	137	134
4		184	180	177	172	167	164	162	156	154	152	149	144	139	134	134	129
5		176	173	168	166	162	157	153	149	147	144	140	135	132	126	124	120
6		166	163	159	155	150	148	146	143	140	136	134	131	127	123	121	119
7		155	151	146	145	142	140	137	135	133	130	128	125	120	117	115	112
8		145	142	140	138	135	133	132	129	126	122	120	117	114	113	110	110
9		135	134	130	128	127	124	121	118	116	115	114	112	108	106	105	103
10		124	122	120	119	119	117	115	115	112	108	106	102	100	97	96	96
11		119	117	116	113	112	109	108	104	102	99	98	95	94	92	93	78
12		107	106	105	104	103	101	99	95	94	93	89	85	83	82	81	78
13		100	99	98	97	96	94	90	86	83	82	80	77	76	74	74	74
14		94	91	87	86	83	81	79	76	75	75	73	70	67	65	63	61
15		78	78	78	78	76	73	72	59	65	65	62	58	57	55	54	54
16		72	72	71	70	67	65	61	58	55	53	52	51	49	47	46	45

Table. 4-2 Kriged transmissivity distribution

Distribution, 100 ft ² /d								
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	212.32	204.51	197.07	189.99	183.19	178.04	172.86	167.93
2	303.49	197.08	190.90	185.07	179.78	175.05	170.15	165.26
3	194.38	189.18	384.00	179.18	174.86	171.21	166.21	161.79
4	185.15	180.90	176.44	173.11	168.16	164.42	160.52	156.75
5	175.71	172.32	168.15	163.96	160.21	156.76	153.47	150.40
6	165.82	163.63	159.00	144.89	151.55	148.45	145.51	143.03
7	155.19	152.58	149.04	145.11	142.77	140.11	137.00	135.53
8	144.61	142.12	139.29	136.66	134.51	132.39	130.25	128.45
9	134.52	132.12	129.70	127.97	126.47	124.01	122.99	121.11
10	125.07	122.61	120.00	119.47	118.52	117.08	115.30	113.39
11	115.40	113.68	112.22	111.51	110.74	109.12	107.17	105.22
12	106.21	104.88	103.89	103.32	103.03	100.64	98.46	96.50
13	97.29	96.02	95.15	94.41	93.26	91.30	89.16	87.25
14	88.65	87.19	86.46	85.62	84.00	81.79	79.58	77.57
15	80.62	78.46	78.39	77.59	75.42	72.55	70.22	67.84
16	73.53	71.88	71.05	70.55	67.35	64.31	61.53	58.80

Distribution, 100 ft ² /d								
	9	10	11	12	13	14	15	16
1	163.57	159.70	156.30	153.50	148.20	143.90	140.20	136.61
2	161.38	157.68	154.13	150.40	146.20	142.71	140.00	136.43
3	157.84	154.03	150.18	146.13	141.78	139.27	136.73	134.05
4	153.10	149.17	145.18	141.29	137.66	134.70	132.18	130.00
5	147.45	143.28	139.27	135.72	132.40	129.22	126.51	124.81
6	140.25	136.60	132.49	129.64	126.64	123.39	119.82	119.13
7	133.21	129.88	126.36	123.51	120.81	117.97	115.40	113.71
8	126.52	123.12	119.49	117.23	114.82	112.33	109.07	107.90
9	118.94	116.19	113.31	110.82	108.46	106.07	103.69	101.36
10	111.27	108.85	106.33	103.89	101.54	99.18	96.73	94.14
11	103.25	101.00	98.63	96.28	94.00	91.71	89.25	86.55
12	94.64	92.62	90.31	87.98	85.82	83.75	81.40	78.55
13	85.62	83.88	81.41	78.98	76.98	75.31	73.34	70.23
14	75.92	75.00	71.74	69.34	67.49	66.09	65.26	61.31
15	65.50	63.29	61.32	59.49	57.76	77.98	54.04	51.69
16	55.94	52.76	51.77	50.34	48.64	46.64	44.24	42.85

4. 수치 실험 및 고찰

Fig. 3-2의 방법과 절차를 검토하기 위하여 다음과 같은 수치실험을 수행하였다. Fig.3-1은 양정우물, 관측정, pilot point의 위치와 분포를 나타내고 대수층의 북쪽 경계면 0에서부터 5,000 ft까지는 일정량 $10 \times 100,000 \text{ ft}^3/\text{day}$ 가 유입하며 나머지 경계는 불투수층이다. 양정우물의 위치는 격자점(6,3), (13,3), (9,8)과 (5,12)에서 각각 200,000, 150,000, 200,000, 200,000 ft^3/day 를 pumping했다.

처음에는 대수층 전역에 걸쳐 일정수두 120 ft와 전달계수의 참값(Table 4-1)을 이용하여 (3.3)식으로부터 발생된 관측정 및 pilot point의 수두를 관측치로 사용하였다. 이 모델에 의해 발생한 30일 후의 수두 변화를 Fig.4-1에 도시하였다.

6개의 관측정 (2,15), (11,13), (14,10), (7,7), (3,3), (10,3)의 전달계수를 사용하여 variogram을 구하였다. 그 결과를 Fig. 4-2에 도시하였다. 전달계수가 대수분포 한다는 점을 감안하여 목적함수로 보간한 값을 명목값으로 사용하였다.

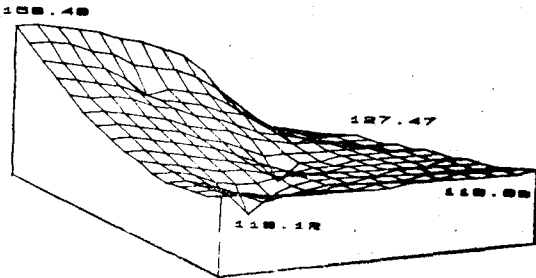


Fig. 4-1 True head distribution, after 30 days of pumping, in feet.

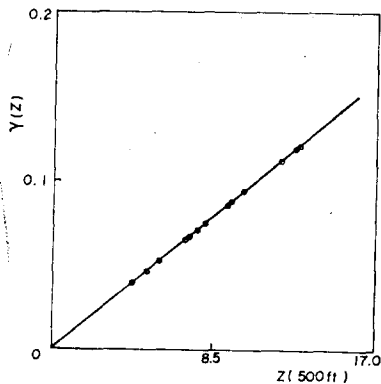


Fig. 4-2 The variogram of transmissivity.

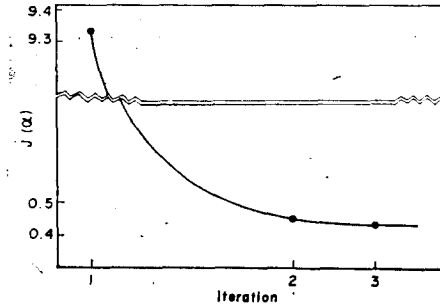


Fig. 4-3 objective function of values.

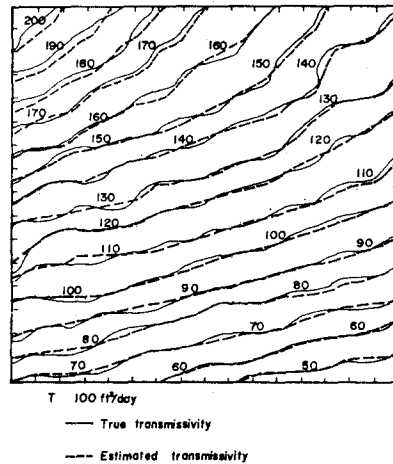


Fig. 4-4 transmissivity field.

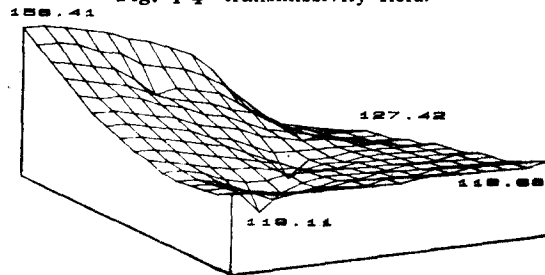


Fig. 4-5 Reconstructed head distribution, after 30 days of pumping, in feet.

pilot point에서의 명목값, variogram 및 well point에서의 참값을 이용하여 전역의 전달계수를 추정하였다. 그 결과를 Table 4-2에 게재하였다.

Fletcher-Reeves Algorithm¹⁰⁾에 의해 pilot point의 전달계수가 최적값에 이르면 Crank-Nicolson 모형으로부터 수두를 계산한 결과를 관측치와 비교하였다. 위와 같은 과정을 3번 반복한 후에 계산수두와 관측수두의 차가 허용범위에 들었고, 그때 반복횟수에 따른 목적함수값의 변화를 관찰하기 위하여 결과를 Fig. 4-3에 도시하였다. Fig.4-3은 pilot point의 전달계수

가 목적함수값이 감소하는 방향으로 개선되며 Kriging 을 통하여 다른 격자점의 전달계수값들이 조정된다.

Fig. 4-4에 나타난 바와 같이 추정된 전달계수 분포는 참분포와 잘 일치한다. 추정된 pilot point의 최적값, variogram 및 참값들로 Kriging 한 전달계수에 의해 Chank-Nicolson 모델의 수두 산정 결과는 Fig. 4-5에 도시하였다. Fig. 4-1과 Fig. 4-5를 비교해 볼 때 거의 일치함을 알 수 있다.

5. 결 론

피암대수층의 2차원 부정류 방정식의 전달계수 동정을 위해 새로운 기법을 검토하였다. Ill-posed 역변환 문제에 내재한 "Non-uniqueness와 Instability" 문제는 Yeh et al¹⁰에 의해 선정된 흐름 영역에서 전달계수를 나타내기 위한 유한요소를 사용하였기 때문에 문제삼지 않았다.

Fig. 4.3에 나타난 바와 같이 목적함수값이 2차 수렴하는 것으로 보아 kriging은 효율적인 보간법이라는 것을 알 수 있다. Fig.4.1과 Fig.4.5를 비교해 볼 때 부가방정식의 해를 도입한 경사산정법은 안정된 최적화 기법이라고 해석되며 pilot point의 매개변수값들의 개선된 결과는 kriging으로서 전영역에 확산된다.

상한과 하한이 최적기법에 의해 대치되기 때문에 제안된 방법은 대수층의 사전정보(전달계수의 최대 및 최소값)를 필요로 하지 않는다. 본 논문에서 제시한 반복기법은 직접법에 비해 최적화에 필요한 계산기의 소요 용량이 적다.

본 수치실험결과 다음과 같은 문제점이 발생하였다.

- (1) 최적화 과정내에서 지배방정식의 해를 재산정하지 않는 반복기법의 필요.
- (2) pilot point의 최적 위치 및 갯수.
- (3) 최적 지역 척도.

참 고 문 헌

1. J.P. Delhomme, Spatial variability and uncertainty in ground water flow parameters with a

- geostatistical approach, Water Resour. Res., 15(2), 269-280, 1979.
2. William W-G. Yeh and Young. S. Yoon and K. S. Lee, Aquifer parameter identification with kriging and optimum parameterization, Water Resour. Res., 19(1), p.225-233, 1983.
3. G. de Marsily, G. Lavedan, M. Boucher, G. Fasanino, Interpretation of interference tests in a well field using geostatistical techniques to fit the permeability distribution in a reservoir model, Geostatistics for Natural Resources Characterization, part 2, p.831-849, 1984.
4. Schwydtler, M.I., Flow in heterogeneous media (in Russian), IZV. Aked. Nauk. SSSR, makh i mas, n' 3, 185-190, 1962.
5. Warren, J.E., Price, H.S., Flow in heterogeneous porous media, Soc. of Petrol. Eng. J, 1, p.153-169, 1961.
6. Matheron, G., The theory of regionalized variable and its application, cahier n'5, centre de Morphologie Mathematique, Ecole des Mines, Fontainebleau, p.250, 1971.
7. G. Chavent, Analyse fonctionnelle et identification de coefficients repartis dans les equations aux derivees partielles. These, Paris, 1971.
8. G. Chavent, Identification of distributed parameters, 3rd I.F.A.C. Symposium, The Hague-Delft, pays-Bas(juin 1973).
9. S.P. Neuman, A statistical approach to the inverse problem of aquifer hydrology, part III: Improved solution method and added perspective, Water Resources Reserch, 1980.
10. Fletcher, R., and C. M. Reeves, Function minimization by conjugate gradients, Computer J., 7, 149, 1964.