

論 文

大韓造船學會誌
第21卷 第1號 1984年 3月
Journal of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 21, No. 1, March, 1984

잔류응력이 응력세기계수와 피로균열성장율에 미치는 영향

이 강 용* · 김 홍 기**

The Effect of Residual Stress on Stress Intensity Factor and
Fatigue Crack Growth Rate

by

Kang Yong Lee* · Hong Key Kim**

Abstract

The purpose of this paper is to investigate theoretically the effect of residual stress due to welding on stress intensity factor of a plate containing the Mode I Crack in different crack size and location, and on fatigue crack growth rate. The initiation of crack is found to be possible only in the region of tensile residual stress. The most dangerous crack has the values of d/b and a/b equal to about 0.6 and 1.0, respectively, where d/b is the ratio of distance from the crack to welding bead and the width of tensile residual stress region and a/b is the ratio of crack length and tensile residual stress region.

The crack perpendicular to and on the line of welding bead and with a/b equal to about 0.6 has maximum stress intensity factor.

The theoretical fatigue crack growth rate under residual stress and applied stress, which is obtained from Forman's Law by stress superposition, is relatively in good agreement with Glinka's [8] experimental value. The fatigue crack growth is shown to be retarded due to residual stress distribution.

1. 서 론

용접된 재료는 항복응력보다 훨씬 낮은 응력상태에서도 피로 균열이 발생되어 파괴에 이르는 예가 많다. 이러한 용접된 재료의 파괴는 용접부 주위의 잔류응력이 주 원인임을 Martin등[1]은 지적하고 있다. Kihara와 Masubuchi[2]는 실험에 의해서 용접부에서 높은 인장응력이 발생함을 지적하고 이러한 높은 잔류인장

응력으로 인해 용접재료는 쉽게 파괴된다고 하였으며 단성재료에서는 잔류응력이 파괴에 미치는 영향은 미소하다고 하였다. Tall[3]은 용접구조물의 잔류응력을 온도분포로부터 이론적으로 구하였고 Terada[4]는 무한평판에 여러가지 경계조건을 이용하여 잔류응력 분포식을 구하였다. Paris등[5]은 이러한 잔류응력 분포식을 알고 있을 때 균열로 인한 응력세기계수(stress intensity factor)를 찾을 수 있는 이론식을 제안하였다. 한편, 응력세기계수를 피로균열성장율과 연결짓는 실험

接受日字：1983年 11月 8日， 再接受日字：1984年 1月 17日

* 正會員, 연세대학교 기계공학과

** 대우 자동차

식을 Paris등 [6]이 발표하였고 Forman등 [7]은 Paris의 실험식을 발전시켰다.

본 논문은 잔류응력으로 인한 응력세기계수와 균열성장거동에 관한 이론적 연구가 미비한 점에 착안하여 위와 여러가지 기존문헌 등을 종합 응용함으로써 잔류응력장에 존재하는 균열의 위치와 크기에 따른 응력세기 계수의 변화 및 균열성장거동을 이론적으로 유도하고 그 결과를 검토하며 기존실험치[8]와 이론치를 비교함으로써 이론의 타당성을 조사하였다.

2. 잔류응력장에서 응력세기계수

Fig. 1과 같이 무한평판에 균열길이(2a)가 용접선에 직각이고 용접선으로부터 거리 d만큼 떨어져 있는 경우에 균열첨단 A와 B에서의 응력세기계수 K_r^A 와 K_r^B 는 다음식으로부터 구하여진다. [5]

$$K_r^A = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_{-a}^a \sigma_r(x) \left(\frac{a+x}{a-x} \right)^{\frac{1}{2}} dx \quad (1)$$

$$K_r^B = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_{-a}^a \sigma_r(x) \left(\frac{a-x}{a+x} \right)^{\frac{1}{2}} dx \quad (2)$$

여기에서 σ_r 은 잔류응력이다.

식(1)과 (2)의 σ_r 은 Terada[4]의 식으로부터 다음과 같이 구하여진다.

$$\sigma_r(x) = \sigma_0 \left\{ 1 - \left(\frac{x+d}{b} \right)^2 \right\} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x+d}{b} \right)^2} \quad (3)$$

여기에서 b는 Fig. 1에서 정의된 바와 같이 잔류응력의 인장영역폭이고 σ_0 는 용접영역에서 최대잔류인장응력으로서 재료의 항복응력보다 훨씬 작은 값을 갖는다.

식(3)을 식(1)과 (2)에 대입하여 $\frac{a}{b}$ 를 α , $\frac{d}{b}$ 를 D , x 를 $a \sin \theta$ 로 치환하여 정리하면 다음식을 얻는다.

$$K_r^A = \sigma_0 F_A(\alpha) \sqrt{\pi a} \quad (4)$$

$$K_r^B = \sigma_0 F_B(\alpha) \sqrt{\pi a} \quad (5)$$

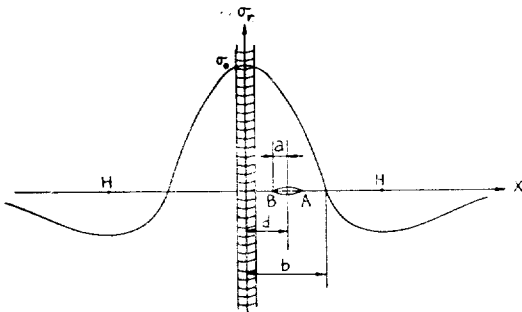


Fig. 1 Residual stress distribution

여기에서

$$F_A(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin \theta) \{ 1 - (D - \alpha \sin \theta)^2 \} e^{-\frac{1}{2} (D - \alpha \sin \theta)^2} d\theta \quad (6)$$

$$F_B(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin \theta) \{ 1 - (D - \alpha \sin \theta)^2 \} e^{-\frac{1}{2} (D - \alpha \sin \theta)^2} d\theta \quad (7)$$

이다.

식(4)와 (5)를 균열길이 2a가 있는 무한평판에 균열 분포응력이 걸리는 경우에 응력세기계수와 비교하던 K_r^A 는 무한평판에 균열분포응력 $\sigma_0 F_A(\alpha)$, K_r^B 는 무한평판에 균열분포응력 $\sigma_0 F_B(\alpha)$ 가 각각 작용할때의 응력세기계수와 같음을 알 수 있다. 따라서 $F_A(\alpha)$ 와 $F_B(\alpha)$ 는 잔류응력분포를 균열분포응력으로 환산시키는 수정계수의 의미를 갖는다고 할 수 있다.

만약 D가 영이라던, 즉, 균열이 용접선상에 용접선과 수직으로 있을 경우에 각 균열첨단에서 응력세기계수(K_r)는 $\alpha^2 \sin^2 \theta$ 를 y로 치환하므로써 식(4)으로부터 다음과 같은 식을 얻는다.

$$K_r = K_r^{(1)} + K_r^{(2)} \quad (8)$$

여기에서

$$K_r^{(1)} = \sigma_0 \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^{\alpha^{1/2}} \frac{e^{-y}}{\sqrt{\alpha^2 y^2 - y^2}} dy \quad (9)$$

$$K_r^{(2)} = -2\sigma_0 \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^{\alpha^{1/2}} \frac{y e^{-y}}{\sqrt{\alpha^2 y^2 - y^2}} dy \quad (10)$$

이다.

식(9)의 적분을 위해 다음 공식을 사용한다. [9]

$$\int_0^{2u} (2ux - x^2)^{\nu-1} e^{-\mu x} dx = \sqrt{\pi} \left(\frac{2u}{\mu} \right)^{\nu-\frac{1}{2}} e^{-\mu u} \Gamma(\nu) I_{\nu-\frac{1}{2}}(\mu u) \quad (11)$$

여기서 $I_{\nu-\frac{1}{2}}(\mu u)$ 는 제 1종 수정 Bessel 함수이며, $\Gamma(\nu)$ 는 Gamma 함수이다.

식(11)에 의해 식(9)는 다음과 같이 구해진다.

$$K_r^{(1)} = \sigma_0 \sqrt{\pi a} e^{-\frac{\alpha^2}{4}} I_0 \left(\frac{\alpha^2}{4} \right) \quad (12)$$

식(10)을 구하기 위해 부분적을 하고 다음 공식을 사용한다. [9]

$$\int \frac{x}{\sqrt{2ax - x^2}} dx = -\sqrt{2ax - x^2} + a \sin^{-1} \frac{x-a}{|a|} \quad (13)$$

그러면 식(10)은 다음과 같이 얻어진다.

$$K_r^{(2)} = -2\sigma_0 \sqrt{\frac{a}{\pi}} \left[\frac{\alpha^2 e^{-\frac{\alpha^2}{4}}}{4} \sin^{-1}(1) - \frac{\alpha^2}{4} 4 \sin^{-1}(-1) + g_1 + g_2 \right] \quad (14)$$

여기에서

$$g_1 = - \int_0^{\frac{\alpha^2}{2}} e^{-y} \sqrt{\frac{\alpha^2}{2}y - y^2} dy \quad (15)$$

$$g_2 = \frac{\alpha^2}{4} \int_0^{\frac{\alpha^2}{2}} e^{-y} \sin^{-1} \left(\frac{y - \frac{\alpha^2}{4}}{\frac{\alpha^2}{4}} \right) dy \quad (16)$$

식(15)는 식(11)로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$g_1 = - \frac{1}{4} \pi \alpha^2 e^{-\frac{\alpha^2}{4}} I_1 \left(\frac{\alpha^2}{4} \right) \quad (17)$$

식(16)는 부분적분하여 식(11)를 사용하여 풀면 다음과 같이 얻어진다.

$$g_2 = \frac{\alpha^2}{4} \left\{ \sin^{-1}(-1) - e^{-\frac{\alpha^2}{2}} \sin^{-1}(1) + \pi e^{-\frac{\alpha^2}{4}} I_0 \left(\frac{\alpha^2}{4} \right) \right\} \quad (18)$$

식(17), 식(18)을 식(14)에 대입하면 $K_r^{(2)}$ 가 다음과 같이 얻어진다.

$$K_r^{(2)} = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \left\{ \frac{\alpha^2}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{4}} I_1 \left(\frac{\alpha^2}{4} \right) - \frac{\alpha^2}{2} e^{-\frac{\alpha^2}{4}} I_0 \left(\frac{\alpha^2}{4} \right) \right\} \quad (19)$$

식(12)와 식(19)을 식(8)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$K_r = \sigma_0 F(\alpha) \sqrt{\pi a} \quad (20)$$

여기에서

$$F(\alpha) = e^{-\frac{\alpha^2}{4}} \left\{ \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} \right) I_0 \left(\frac{\alpha^2}{4} \right) + \frac{\alpha^2}{2} I_1 \left(\frac{\alpha^2}{4} \right) \right\} \quad (21)$$

이다.

식(4), 식(5)와 식(20)에서 $\sigma_0 \sqrt{\pi a}$ 를 K_0 로 치환하고 수치해석 방법 [10, 11]으로 인장영역폭에 대한 균열길이비 (a/b)에 대해 K_r/K_0 를 그림으로 표시하면 Fig. 2와 같다. Fig. 2에서 K_r/K_0 값이 음수인 영역에서는 균열첨단이 단철을 의미하게 된다. 그외에도 Fig. 2로부터 다음의 몇가지를 음미할 수 있다. 첫째로 $0 < D < 1$

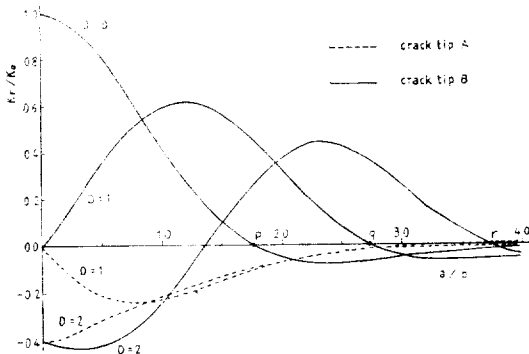


Fig. 2 Comparison of K_r/K_0 values on crack tip A and B

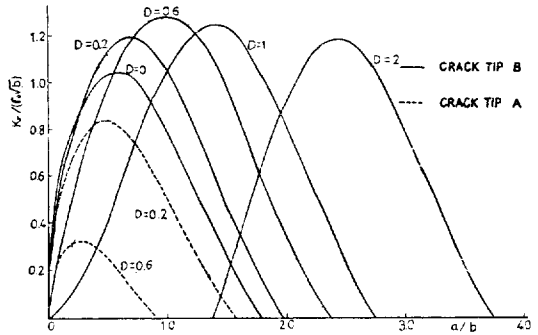


Fig. 3 Comparison of residual stress intensity factor on crack tip A and B

에 미소균열이 있다면 그 균열은 양의 K_r 를 가지나 $D > 1$ 에서는 음의 K_r 를 가지므로 균열의 발생은 $0 < D < 1$ 범위에서만 가능함을 알 수 있다. 둘째로 균열의 첨단이 Fig. 1의 H점 즉 용접선 중심에서 약 1.75b에 있는 균열은 바로 그 균열 첨단에서 K_r 이 영이 된다는 것을 Fig. 2로부터 알 수 있는데 Fig. 1의 H점은 $D=0, D=1, D=2$ 의 경우에 Fig. 2에 p, q, r점에 각각 대응된다는 것을 알 수 있다.

K_r 의 크기를 고찰하기 위해서 식(4)와 (5) 그리고 식(20)을 다음과 같이 표현한다.

$$\frac{K_r}{\sigma_0 \sqrt{b}} = F(\alpha) \sqrt{\pi a} \quad (22)$$

식(22)를 그림으로 표시하면 Fig. 3과 같다.

Fig. 3으로부터 알 수 있는 것은 D 가 0.6이고 a/b 가 약 1.0인 균열첨단 B에서 가장 큰 응력세기계수가 나타나므로 이 균열이 가장 위험하다고 하겠다. 한편 실제에 가장 많이 발생하는 균열의 위치인 $D=0$ 의 경우에 대해서는 a/b 가 약 0.6인 크기의 균열이 최대응력세기계수를 가진다는 것을 알 수 있다.

이러한 결과는 Glinka [8]의 실험 결과와 일치한다.

3. 피로 균열 성장률

Forman 등 [7]은 Paris 등 [6]의 피로 균열 성장율에 대한 실험식을 발전시켜 다음의 실험식을 제안하였다.

$$\frac{d(2a)}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-\bar{R})K_c - \Delta K} \quad (23)$$

여기에서 C, m 은 재료 상수이며 N 은 cycle 수, K_c 는 임계응력세기 계수이고, ΔK 는 응력세기 계수 범위, \bar{R} 은 응력비로 불리우며 ΔK 와 \bar{R} 은 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} \quad (24)$$

$$\bar{R} = \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad (25)$$

여기에서 K_{max} 과 K_{min} 은 각각 최대 응력과 최소 응력에 의한 응력 세기계수를 뜻한다.

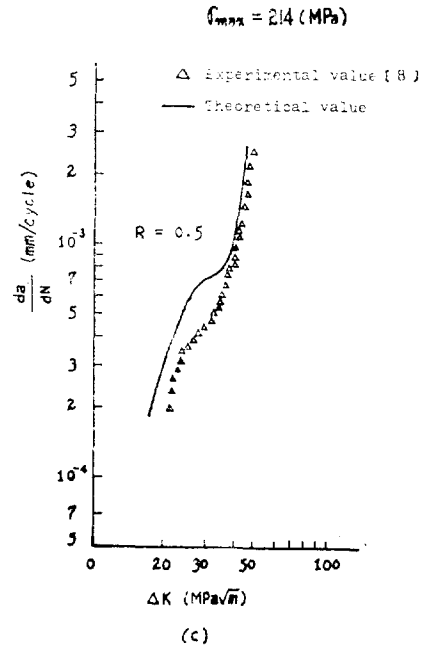
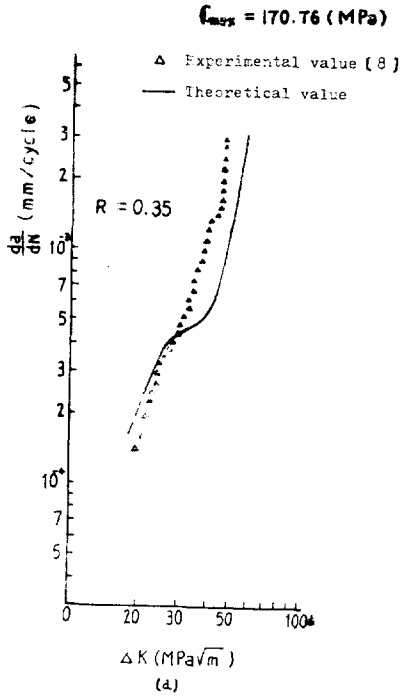


Fig. 4 Comparison of theoretical and experimental values on fatigue growth rate
(a) $R=0.35$ (b) $R=0.4$ (c) $R=0.5$

잔류 응력에 피로하중 σ_{max} 과 σ_{min} 이 반복되어 작용하는 경우에 K_{max} , K_{min} 와 \bar{R} 은 다음과 같이 표현된다.

$$K_{max} = \{\sigma_0 F(\alpha) + \sigma_{max}\} \sqrt{\pi a} \quad (26)$$

$$K_{min} = \{\sigma_0 F(\alpha) + \sigma_{min}\} \sqrt{\pi a} \quad (27)$$

$$\bar{R} = \frac{\sigma_0 F(\alpha) + \sigma_{min}}{\sigma_0 F(\alpha) + \sigma_{max}} \quad (28)$$

$C=1.69 \times 10^{-6}$, $m=2.54$, $K_c=108.5 MPa \sqrt{m}$, $\sigma_0=200 MPa$, $b=20mm$ 인 18G2AV 강판으로 $R(=\sigma_{min}/\sigma_{max})$ 을 0.35, 0.4, 0.5로 변화 시키면서 실험한 Glinka [8]의 실험치와 식(23)으로부터 구한 이론치를 Fig. 4의 (a), (b)와 (c)에서 보여주고 있다. Fig. 4에서 보는 바와 같이 실험치와 이론치는 비교적 잘 일치하고 있으며 압축 잔류 응력의 영향으로 피로 균열은 그 성장이 지연되고 있음을 보여주고 있다.

4. 결 론

잔류 응력장에서 응력세기 계수와 균열 성장거동을 보기 위한 연구 결과는 다음과 같다.

1. 균열 발생은 인장잔류응력영역에서만 가능하며

이 영역에서 발생된 균열중에 가장 위험한 균열의 위치와 크기는 용접선으로부터 거리와 인장 영역폭의 비(d/b)가 약 0.6이고, 균열길이와 인장 영역폭의 비(a/b)가 약 1이다.

2. 균열중심이 용접선상에 있을 경우에는 균열 길이와 인장영역폭의 비(a/b)가 약 0.6인 균열이 최대응력세기 계수 값을 가진다.

3. 잔류 응력장에서 피로 균열 성장에 대한 이론치는 기존 실험치[8]와 비교적 잘 일치한다.

Reference

- [1] Martin, D.C. Ryan, R.S. and Rieppel, P.J., "Evaluation of weld-joint flaws as reinitiating points of brittle fracture," *Welding Journal*, Vol. 37, 1957 pp. 244s-251s.
- [2] Kihara, H. and Masubuchi, K., "Effects of residual stress on brittle fracture," *Welding Journal*, Vol. 38, 1959, pp. 159s-168s.
- [3] Tall, L., "Residual stress in welded plates-A theoretical study," *Welding Journal*, Vol. 1964, pp. 10s-23s.
- [4] Terada, H., "An analysis of the stress intensity factor of a crack perpendicular to the welding bead," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 8, 1976, pp. 441-444.
- [5] Paris, P.C. and Sih, G.C., "Stress analysis of cracks," *ASTM STP 381*, 1965, p. 30.
- [6] Paris, P.C. and Edrogen, F., "A crack propagation law," *Trans. ASME. Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, 1963, p. 528.
- [7] Forman, R.G. Kearney, V.E. and Engle, R.M. "Numerical analysis of crack propagation in cyclic-loaded structures," *Journal of Basic Engineering*, Vol. 89, 1967, pp. 459-464.
- [8] Glinka, G., "Effect of residual stress on fatigue crack growth in steel weldments under constant and variable amplitude loads." *ASTM STP 677*, 1979, pp. 198-214.
- [9] Gradshteyn, I.S. and Ryzhik, I.M., "Tables of integrals, series and products," *Academic Press*, 1980, p. 322.
- [10] 東京大學大型計算機センターライブラリー. プログラム第 I 集 東京大學出版會 1967年.
- [11] Kihara, H., *IIW Document X-258-60*, April, 1960.