

# 外插行列을 利用한 時間制限信號의 再生과 그 應用

## (The Recovery of Time Limited Signal by the Extrapolation Matrix and its Application)

鄭 鍾 南\*, 崔 宗 秀\*\*

(Jong Nam Jeong and Jong Soo Choi)

### 要 約

本 論文에서는 時間制限信號에 있어서 從來의 反復外插法의 全 過程을 單一한 演算으로 나타낼 수 있는 外插行列을 利用한 信號再生方法에 관한 알고리즘을 고안하고 또한 컴퓨터를 이용한 模擬實驗을 통하여 提案된 알고리즘을 超音波 診斷裝置에 適用, 正確性과 高速의인 側面에서 그 效用性을 立證하였다.

### Abstract

An algorithm on time limited signal extrapolation technique is presented where the total extrapolation process of iteration method is achieved by a single matrix operation. The proposed technique and its implementation has many advantages over iteration method in terms of computational saving and accuracy of the results. As an example, in this paper, applying the proposed technique to ultrasonic diagnosis-device, we prove the excellence of the proposed technique.

### I. 序 論

不完全한 信號의 再生問題는, 線形 時不變 시스템의 出力으로부터 入力信號의 再生이나, 各種 投影值로부터의 信號의 復舊, 非線形 혹은 時變 시스템의 입력으로부터 入力信號의 再生, 또는 信號의 有限한 部分으로부터 信號를 外插할 境遇등, 信號處理에 있어서 가장 重要한 問題中的 하나이며 오래 前부터 研究되어 왔다.

여러 方法中에서 1974年 Gerchberg<sup>[1]</sup>가 전자 현미경 분야에서 提案한 帶域制限 信號의 反復外插에 의한 信號再生 알고리즘이 脚光을 받기 시작하여 A. Papolulis<sup>[2]</sup>, J. A. Cadzow<sup>[3]</sup>, V. T. Tom<sup>[4]</sup> 등 여러 학자들

에 의하여 研究 改善되어 왔다. 더우기 最近에는 여러 境遇에 있어서의 反復에 의한 신호 재생방법 역시 J. R. Fienup<sup>[5]</sup>, M. H. Hayes<sup>[6]</sup> 등 많은 학자들에 의하여 多樣하게 발전되어 왔다.

그러나 上記 反復에 의한 外插方法은 參考文獻[2], [4]에서 잘 알 수 있듯이 F. F. T.를 使用함에도 불구하고 많은 반복에 따른 莫大한 計算量으로 인해 구하고자 하는 信號에 對한 收斂速度가 매우 늦다는 단점이 있다. 이에 M. S. Sabri<sup>[10]</sup>와 M. H. Hayes<sup>[8]</sup> 등은 각기 反復方法에 必要한 全體 反復過程을 하나의 演算子로 나타낼 수 있는 closed form에 의한 信號再生 알고리즘을 提案하고 正確性과 高速의인 側面에서 그 效用性을 立證하였다.

그러나 時間制限信號의 경우에 있어서 이에 대한 研究가 아직 되어 있지 않다. 따라서 本 論文에서는 時間制限信號  $f(t)$ 의 프리에 변환(Fourier transform)인  $F(\omega)$ 의 다음과 같은 frequency segment  $G_o(\omega)$ 를 알

\*準會員, \*\*正會員, 中央大學校 工科學 電子工學科 (Dept. of Electron. Eng., Chung Ang Univ.)

接受日字: 1983年 8月 25日

고 있는 경우

$$G_o(\omega) \begin{cases} F(\omega) & \omega_1 \leq |\omega| \leq \omega_2 \\ 0 & |\omega| < \omega_1, |\omega| > \omega_2 \end{cases}$$

$F(\omega)$ 의 나머지 성분을 구하는 信號再生 問題에 있어서 前述한 反復外插法과 filter matrix transform<sup>(7)(8)</sup>에 基礎를 둔 外插行列에 의한 信號 再生 方法에 관한 새로운 알고리즘을 考案하였으며 컴퓨터를 이용한 模擬實驗을 통하여 A. Papoulis<sup>(4)</sup>나 Gerchberg<sup>(11)</sup> 등에 의하여 提案된 反復外插法과 比較 考察하여 그 効用性을 立證하고자 하였다. 또한 提案된 알고리즘의 應用으로서 超音波 診斷裝置의 分解能 向上에 관한 예를 들었다.

II. 外插行列을 利用한 時間制限 信號의 再生方法에 관한 알고리즘

外插行列에 의한 方法 역시 反復에 의한 外插方法에 그 根據를 두기때문에 우선 1節에서 簡單하게 反復外插方法의 原理를 알아보고 2節에서 非反復法에 關하여 論하였으며 3節에서는 外插行列의 構成方法에 關하여 論하고자 한다.

1. 時間制限信號의 反復外插法

이 方法은 A. Papoulis<sup>(4)</sup>, R. W. Gerchberg<sup>(11)</sup> 등 많은 학자들에 의하여 소개되었고 研究되어 왔다.

우선 本 論文에서 使用된 記號는 다음과 같다. 단, 외삽하여 구하고자 하는 信號를  $f(t)$ 라 하고, 그 프리에변환을  $F(\omega)$ 라 한다.

$B$ 는 band limiting operator로써 다음과 같이 주어진다.

$$B \cdot F(\omega) = \begin{cases} F(\omega) & |\omega| \leq \omega_o \\ 0 & |\omega| > \omega_o \end{cases}$$

$T$ 는 truncation operator로써

$$T \cdot f(t) = \begin{cases} f(t) & |t| \leq t_o \\ 0 & |t| > t_o \end{cases}$$

와 같고 operator  $D$ 는 다음과 같다고 한다.

$$D \cdot F(\omega) = A \cdot T \cdot A^{-1} \cdot F(\omega)$$

여기에서  $A$ 는 Fourier transform operator이다. 또한  $I$ 를 identity operator라 하면  $B$ 의 compliment  $\bar{B}$ 는

$$\bar{B} = (I - B)$$

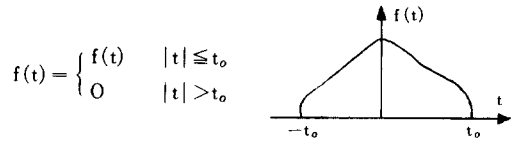
라 놓고 편의상 다음과 같은 기호를 정의한다.

$$Y = D \cdot \bar{B}, H = \bar{B} \cdot D$$

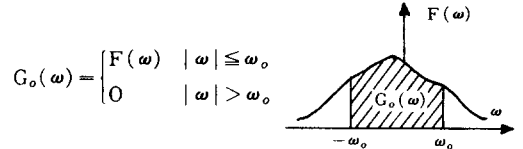
上記 記號에서 dot( $\cdot$ )는 곱셈을 나타낸다.

時間制限信號의 再生問題에 있어서 反復에 의한 外插方法은 다음과 같은 두가지 情報를 알고 있다는 條件 아래 成立되어진다. 上記 條件이란 시간영역에서 有限

한 信號  $f(t)$ 가 존재하는 구간에 관한 情報  $t_o$ 와

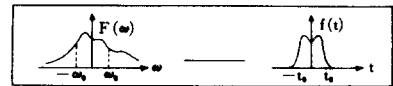


다음과 같은 주파수 領域에서의 부분적인 情報  $G_o(\omega)$ 를 알고 있어야 한다는 것이다.

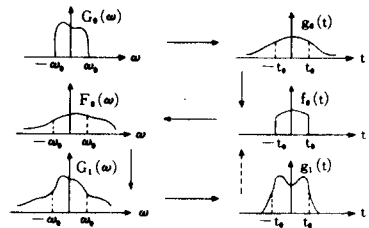


既 反復法이란 위에서 주어진 時間과 周波數側의 條件을 反復適用하여 信號의 안 알려진 部分을 外插하여 얻는 것이다.

反復에 의한 外插方法의 過程을 圖示하면 그림 1과 같다. 단, 외삽하여 구하고자 하는 信號는 그림 1(a)와 같다.



(a)



(b)

그림 1. (a) 外插하여 구하고자 하는 信號  $f(t)$ 와 그 프리에변환  $F(\omega)$

(b) 反復 外插法의 첫번째 反復過程

Fig. 1. (a) The unknown signal  $f(t)$  and its Fourier transform  $F(\omega)$ .

(b) First iteration starting with known segment  $G_o(\omega)$ .

上記 過程을 단계별 數式으로 나타내면, 前述한 記號에 立脚하여

$$G_n(\omega) = G_o(\omega) + H \cdot G_{n-1}(\omega) \tag{1}$$

$$F_n(\omega) = F_1(\omega) + Y \cdot F_{n-1}(\omega) \tag{2}$$

$$\text{단 } F_n(\omega) = D \cdot G_n(\omega)$$

과 같이 쓸 수 있으며 여기에서  $G_n(\omega)$ 는  $G_o(\omega)$ 를  $n$ 회 反復外插하여 구하여지는 근사치를 나타낸다.

위 식에서  $G_n$ 과  $F_n$ 은 본質적으로 같은 特性을 지니고 있으므로 本 論文에서는  $G_n$ 에 관해서만 論하기로 하겠다.

2. 非反復法에 관한 알고리즘

前述한 反復에 의한 外插方法의 全 過程을 數式的으로 展開하면 式 (1),(2)에서 演算子  $G$ 와  $H$ 는 線形이므로 다음과 같이 表現될 수 있다.

$$G_n(\omega) = G_o(\omega) + HG_o(\omega) + \dots + H^n G_o(\omega) = E_n G_o(\omega) \quad (3)$$

여기에서

$$E_n = \sum_{i=0}^n H^i = (I - H^{n+1})(I - H)^{-1} \quad (4)$$

특히  $n \rightarrow \infty$ 에서는

$$E_\infty = \sum_{i=0}^{\infty} H^i = (I - H)^{-1} \quad (5)$$

여기에서  $E_n$ 은 外插演算子(extrapolation operator)라 정의한다. (3),(5)式으로부터 전체 외삽과정을 單一演算子(single operator)로 나타낼 수 있음을 알 수 있다. 즉  $E_n$ 에 의하여 外插된 信號는  $n$ 회 反復한 信號와 같은 效果를 나타낸다.

3. 外插行列의 構成

外插行列을 誘導하기 前에 모든 信號는 離散的인 形態로 構成되어야 할 것이다.

連續函數  $f(t)$ 의 標本函數를  $f(iT) = f(i)$ 라 하고  $f(i)$ 를 D. F. T.(discrete fourier transform)한 주파수 합수를  $F(i)$ 라 하자. 여기에서  $i=0, 1, 2, \dots, N-1$ 이고  $T = \text{sampling interval}$ 이다. 또한 周波數側에서 外插할 信號  $G_o(k)$ 는 길이  $N$ 의 vector로써  $M$ -Point의 값만이 알려져 있다고 하면 이들은 vector 形態로서 다음과 같이 形成된다. 구하고자 하는 信號의 D. F. T.  $|F|$ 는 길이  $N$ 의 vector로써 다음과 같이 주어진다.

$$|F| = |F_o, F_{11}, \dots, F_{(N-1)}|'$$

여기에서 prime (' )은 transpose를 의미한다. 또한 初期值 즉 周波數側에서 알고 있는 部分 vector  $|G_o|$ 는 길이  $N$ 의 벡터로써  $M$ -Point를 제외한 나머지 성분은 零으로 構成된다.

$$|G_o| = |0, \dots, 0, G_o((N-M)/2), G_o((N-M)/2+1), \dots, G_o((N+M)/2-1), 0, \dots, 0|'$$

時間制限演算行列은 다음과 같이 주어진다.

$$|D| = |A|' |T|' |A|^{-1}$$

$$|T| = \text{diag}\{0, \dots, 0, 1, \dots, 1, 0, \dots, 0\}$$

와 같이 주어진다.

帶域制限演算行列은

$$|B| = |I| - |B| = \text{diag}\{1, \dots, 1, 0, \dots, 0, 1, \dots, 1\}$$

과 같은 形態로 주어진다.<sup>[7][8]</sup>

따라서 연산자  $H$ 의 행렬  $|H|$ 는 前述한 記號에 立脚하여

$$|H| = |B| \cdot |D| \quad (6)$$

여기에서  $|E|$ 는 외삽행렬(extrapolation matrix)로 정의되고 다음과 같이 주어진다.

$$|E_n| = \sum_{i=0}^n |H|^i = (|I| - |H|^{n+1}) \cdot (|I| - |H|)^{-1} \quad (7)$$

특히  $n \rightarrow \infty$ 에서는

$$|E_\infty| = (|I| - |H|)^{-1} \quad (8)$$

과 같이 표현된다.

式 (7),(8)에서 알 수 있듯이 외삽행렬  $|E_n|$ 은 시간 영역에서 外插될 信號의 間隔과 周波數領域에서의 初期值  $G_o(\omega)$ 가 存在하는 區間에 관한 情報에만 관계할 뿐 알려진 部分 vector  $|G_o|$ 의 값과는 無關하다. 따라서 계산된 外插行列은 register에 저장하여 필요시 使用할 수 있다. 또한 모든 函數는 周波數 領域에서 實數部分은 偶對稱이고 虛數部分은 奇對稱이라는 프리에 변환(Fourier transform)의 特性으로 인하여 外插行列을 알고 있는 경우 信號의 모르는 部分을 外插하는데 必要한 演算(곱셈)의 數는  $(N-M) \cdot M/2$ 이다.

III. 模擬實驗

A. Papoulis와 Gerchberg는 反復方法이 連續函數, 離散函數의 境遇에 있어서 실제로 收斂한다는 것을 證明하였다.<sup>[1][4]</sup> 따라서 이 反復外插法과 根本적으로 같은 非反復外插法(noniterative method) 역시 收斂한다는 것은 명확한 사실이다.

正確한 信號再生을 얻을 수 있는  $n \rightarrow \infty$ 의 境遇에 있어서 다음과 같은 두가지 條件이 만족되어야 한다.

- 1) 時間領域에서의 信號의 間隔이 正確하게 알려져 있어야 한다.
- 2)  $|E_\infty|$ 의 外插行列이 존재해야 한다.

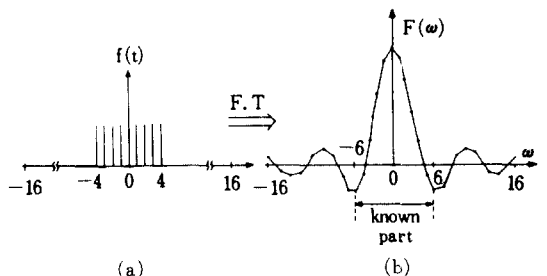


그림 2. (a) 구하고자 하는 信號  $f(t)$   
 (b) 信號  $f(t)$ 의 離散 프리에변환  $F(\omega)$   
 Fig. 2. (a) The unknown signal  $f(t)$ .  
 (b) The discrete fourier transform  $H(\omega)$  of  $f(t)$ .

두번째 條件을 만족하기 위하여는 周波數側에서 알고 있는 성분 M-Point가 적어도 時間領域에서의 間隔의 point數보다 커야 한다는 것이다.<sup>[2][3]</sup>

上記 두 條件을 만족한 不完全한 信號에 提案된 알고리즘을 適用, 模擬實驗한 例는 다음과 같다.

적용例 1)

外插하여 구하고자 하는 함수로 그림 2 (a)와 같은 구형과 f(t)를 33-Point D. F. T. 한 그림 3 (b)의 F(ω)로 하였다. 이중 알고 있는 部分의 sample數 (M)는 11로 하였다.

外插行列 |E<sub>10</sub>|, |E<sub>70</sub>|, |E<sub>∞</sub>|를 사용하여 信號를 再生한 結果는 다음과 같다.

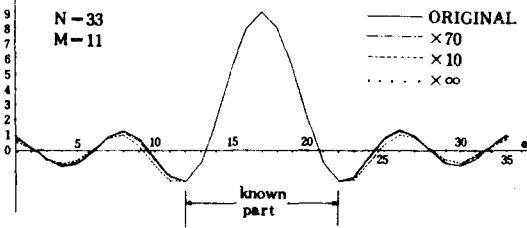


그림 3. 外插行列 |E<sub>10</sub>|, |E<sub>70</sub>|, |E<sub>∞</sub>|을 使用하여 信號 f(t)를 外插한 結果

Fig. 3. Extrapolation of F(ω) using |E<sub>10</sub>|, |E<sub>70</sub>|, |E<sub>∞</sub>|.

이상의 實驗結果를 통하여 非反復外插法 역시 反復外插法과 마찬가지로의 收斂效果를 나타낸다는 것을 알 수 있다.

IV. 應 用 例

1. 超音波 診斷裝置에 適用될 外插行列의 構成

1) Pulse Echo Technique

超音波를 人体內에 入射시켜 나오는 反射波를 利用하여 人体의 構造를 알아내는 方法 즉 pulse echo technique의 기본 알고리즘은 다음과 같다.<sup>[1][2]</sup>

人体의 内部는 어떤 單一한 方向으로 생각하여 볼 때 여러 斷層으로 構成되었다고 볼 수 있고 또한 극히 짧은 時間 內에서는 일종의 線形 時不變 시스템이라고 할 수 있다. 그러므로 人体內의 反射係數에 관계하는 函數를 h(t)라 하면 h(t)는 임펄스 函數로써 식 (9)와 같이 表現된다. 여기에서 t<sub>i</sub>는 反射面의 위치에 관계하는 時間常數이고 C<sub>i</sub>는 反射面의 反射係數이다.

$$h(t) = \sum_i C_i \delta(t-t_i) \quad (9)$$

따라서 超音波 x(t), (Fig. 4-a)를 入射시켰을 때 반사와 y(t)는 식 (10)과 같이 表現될 수 있다.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau) \cdot h(\tau) \cdot d\tau = \sum_i C_i \cdot x(t-t_i) \quad (10)$$

一般的으로 反射波 y(t)는 식 (10)을 deconvolution 하여 구할 수 있다. ; 식 (11)에서 H(ω), X(ω), Y(ω)는 각각 h(t), x(t), y(t)의 F. T.이다.

$$H(\omega) = Y(\omega)/X(\omega) \quad (11)$$

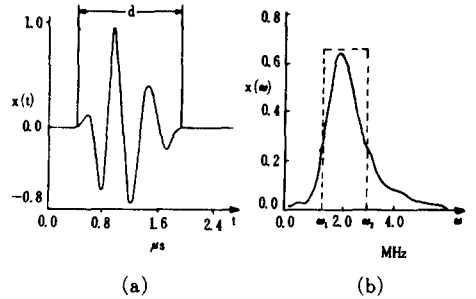


그림 4. (a) 입사파 x(t)  
(b) x(t)의 프리에변환

Fig. 4. (a) Typical transmitted signal x(t).  
(b) Spectrum of x(t).

그러나 그림 4에서의 같이 x(ω)는 transducer의 filter 特性에 의하여 비교적 값이 큰 ω<sub>1</sub>과 ω<sub>2</sub>사이의 정보는 얻을 수 있으나 그밖의 零에 가까운 部分은 雜音의 영향을 많이 받으므로 不特定하게 된다. 그러므로 식 (11)에서 얻어진 H(ω) 역시 ω<sub>1</sub>과 ω<sub>2</sub>사이의 情報만을 신뢰할 수 있게 된다. 따라서 本章에서는 外插行列을 사용하여 나머지 H(ω)에 관한 정보를 구하는 것이다.

2) 分解能 向上을 위한 外插行列의 構成

II章과 같은 方式으로 外插行列을 構成하면 다음과 같다.

診斷하고자 하는 物体의 幅에 關係하는 時間制限演算子는

$$|D| = |A| |T| |A|^{-1}$$

여기에서

$$|T| = \text{diag}\{0, \dots, 0, 1, \dots, 1, \dots, 1, 0, \dots, 0\}$$

로 주어지고 element가 1인 部分은 時間領域에서 truncate하기 위한 것이다. 또한 帶域制限演算子(band limiting operator)는

$$|B| = |I| - |B| = \text{diag}\{1, \dots, 1, 0, \dots, 0, 1, \dots, 1, 0, \dots, 0, 1, \dots, 1\}$$

로 주어진다. Element가 0인 部分은 前述하였듯이 H(ω)의 알고 있는 部分 즉 ω<sub>1</sub>과 ω<sub>2</sub>사이의 정보를 삽입하기 위한 部分이다.

나머지 外挿行列의 構成部分은 II章에서 論述한 바와 같으므로 생략하겠다.

2. 外挿行列을 利用한 超音波 診斷裝置의 分解能 向上의 例

本節에서는 前節에서 論述된 外挿行列을 超音波 診斷裝置에 적용한 例를 보인다.

模擬實驗에서는 구하고자 하는 函數  $h(t)$ 의 間隔  $T_0$ 와  $H(\omega)$ 의  $\omega_1$ 과  $\omega_2$ 사이의 部分적인 정보를 알고 있다고 假定하였으며, 알고 있는 部分의 point수는  $M$ 으로 하였다.

적용例 2)

外挿하여 구하고자 하는 입력함수로 그림5(a)와 같은 임펄스 함수  $h(t)$ 로 하였고 그 fourier transform  $H(\omega)$ 는 그림5(b)이다.  $H(\omega)$ 에서  $\omega_1$ 과  $\omega_2$ 사이 즉 알고 있는 部分을 그림4(b)의 빗금친 領域으로 하였고 알고 있는 部分의 sample수 ( $M$ )는 12로 하였다.

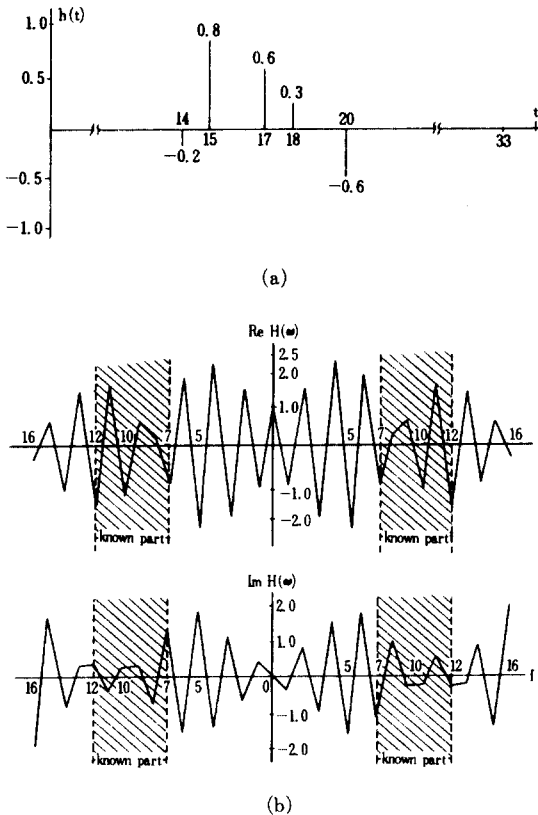


그림 5. (a) 구하고자 하는 임펄스 신호  $h(t)$   
 (b)  $h(t)$ 의 離散 프리에변환  $H(\omega)$   
 Fig. 5. (a) Unknown impulse signal  $h(t)$ .  
 (b) The discrete Fourier transform of  $h(t)$ .

外挿行列  $\{E_{10}\}$ ,  $\{E_{40}\}$ ,  $\{E_{\infty}\}$ 를 使用하여 信號를 再生한 結果는 다음과 같다.

그림 6의 各 임펄스에 대한 실험치는 표 1과 같다.

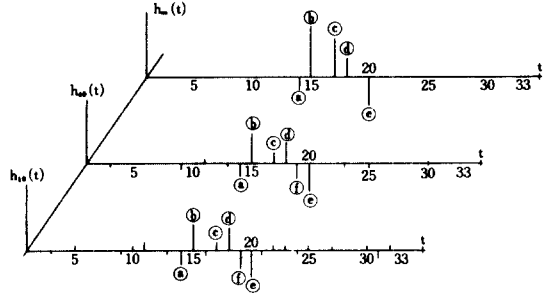


그림 6. 外挿行列  $\{E_{10}\}$ ,  $\{E_{40}\}$ ,  $\{E_{\infty}\}$ 을 使用하여 信號  $h(t)$ 를 外挿함

Fig. 6. Results of  $h(t)$  using  $\{E_{10}\}$ ,  $\{E_{40}\}$ ,  $\{E_{\infty}\}$ .

표 1. 各 임펄스에 대한 실험치

Table 1. The tested values of each impulse.

n	$a_n$	$b_n$	$c_n$	$d_n$	$e_n$	$f_n$
10	-0.23	0.42	0.1	0.317	-0.436	-0.326
40	-0.2	0.53	0.17	0.28	-0.49	-0.26
$\infty$	-0.2	0.8	0.6	0.3	-0.5	0.0
Original Value	-0.2	0.8	0.6	0.3	-0.5	0.0

\*n-반복회수

이상의 實驗結果를 통하여 식(7)에서  $n$ 을 크게 잡을수록 잡음성분은 除去되고 구하고자 하는 信號에 接近하여 간다는 것이 立證되었다. 또한  $\{E_{\infty}\}$ 의 外挿行列을 使用할 경우에는 극히 우수한 分解能을 보임을 알 수 있다.

V. 檢 討

이상의 實驗을 통하여 다음과 같은 結果를 얻었다. 적용例 1)에서는 식(7)의 反復回數  $n$ 을 크게 할수록 雜音成分은 除去되고 구하고자 하는 信號에 接近하여 감을 알 수 있다. 또한  $\{E_{\infty}\}$ 의 外挿行列을 使用하였을 때는 만족할만한 結果를 얻을 수 있었다.

적용例 2)에서도 역시 적용例 1)과 같은 結果를 얻었으나 특히할만한 사실은 구하고자 하는 임펄스 ①, ②, ③, ④, ⑤ 이외의 雜音成分 특히  $\{E_{10}\}$ 때의 임펄스 ①과 같은 顯著하게 드러나는 雜音 역시 反復回數를 많이 할수록 除去됨을 알 수 있다. 그러나 임펄스 ④

는  $|E_{\infty}|$ 을 사용하였을 경우에는 0.32이나  $|E_{\infty}|$ 을 사용하였을 때는 구하고자 하는 값 0.3에 接近하지 않고 0.28의 값으로 되었다는 점이다. 이것은 많은 反復에 따른 컴퓨터내의 round off에 의한 error로 간주된다.

그러나  $|E_{\infty}|$ 을 사용하였을 경우에는 분해능이 극히 만족할만한 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 다음과 같은 것을 알 수 있다.  $|E_{\infty}|$ 의 외삽행렬을 使用하였을 경우 반복법과는 달리 식(8)에서 알 수 있듯이 單一한 演算으로 할 수 있으므로 컴퓨터 내에서의 round off error을 줄일 수 있다는 점이다.

VI. 結 論

本 論文에서는 時間制限函數에 있어서 從來의 反復外插法の 全 過程을 單一한 演算으로 나타낼 수 있는 外插行列을 利用한 信號再生 方法에 관한 새로운 알고리즘을 考案하고 또한 模擬實驗을 통하여 提案된 알고리즘을 超音波 診斷裝置에 適用 그 効用性을 立證하고자 하였다.

模擬實驗한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

信號再生 收斂速度는 正確한 結果를 얻기위한 外插에 필요한 演算(곱셈)의 數에 反比例한다. 따라서 反復外插法과 提案된 알고리즘을 利用하였을 경우 필요한 演算(곱셈)의 數를 比較하면 다음과 같다.

1) 反復外插法에 의한 경우 F. F. T를 使用 하였을 때 必要로 되는 演算의 數<sup>[2]</sup>

$$K_{FFT} = 4n \cdot N \log_2 N \quad (12)$$

2) 外插行列을 使用한 경우 信號의 再生에 필요한 演算의 數<sup>[2]</sup>

$$K_p = (N-M) \cdot M/2 \quad (13)$$

여기에서 n은 反復回數를 가리키고 N은 N-point D. F. T.를 말한다.

식 (12), (13)을 比較하면  $K_p$ 가  $K_{FFT}$ 보다 작다는 것을 알 수 있다. 따라서 外插行列에 의한 方法이 反復外插法보다 더욱 高速的이라는 것은 자명한 事實이다.

또한 完全한 信號의 再生에 있어서 反復方法의 收斂速度는 매우 늦어 많은 반복을 必要로 하므로 거의 不可能하다. 반면에 外插行列을 利用한 方法은  $|E_{\infty}|$ 을 使用하므로써 可能하다.

따라서 外插行列에 의한 方法이 反復方法보다 더 効果的이라는 것을 알 수 있다. 또한 V章에서 밝혔듯이 提案된 알고리즘은 反復外插法の 全体反復過程을 單一 演算으로 處理하므로써 컴퓨터 내의 round off error을 줄일 수 있다는 점이다.

模擬實驗에 使用된 계산기는 FACOM230 OSII/VS 이다.

本 論文에서 提案된 알고리즘의 應用으로는 超音波 B-mode 영상장치의 분해능 향상, 혹은 투영자 제한 하의 C. T 등에 擴張適用이 可能할 것으로 생각된다.

附 錄

적용例 1 과 적용例 2 를 위한 順序圖는 다음과 같다. 順序圖에서

- |A| : Discrete fourier transform
- |T| : 時間領域에서의 情報, 즉 信號의 limitation을 하기 위한 truncation matrix
- |B| : 周波數領域에서의 정보, 즉 알고 있는 部分의 外插을 위한 compliment band limiting matrix
- |E| : Extrapolation matrix
- |G<sub>0</sub>| : 初期值, 즉 알고 있는 部分의 vector

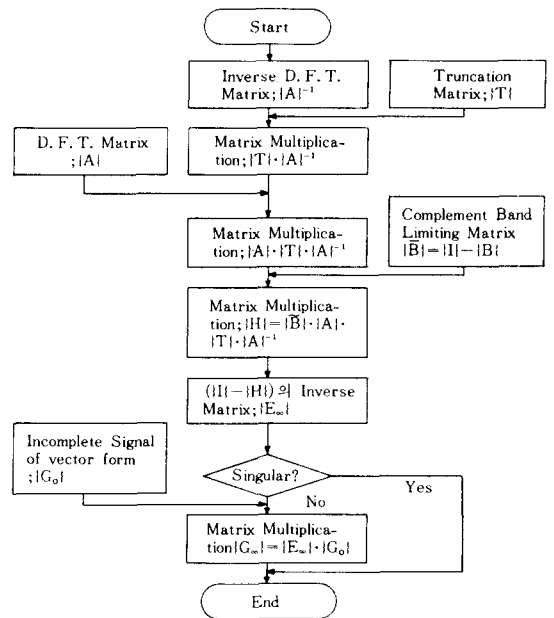


그림 A. 적용例 1 과 적용例 2 를 위한 順序圖

參 考 文 獻

[1] R.W. Gerchberg, "Super-resolution through error energy reduction," *Opt. Acta*, vol. 21, pp.709-720, 1974.

[2] Victor T. Tom, Thomas F, "Convergence of iterative nonexpansive signal reconstruction algorithms," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. Assp-29, pp-77, Oct. 1981.

- [3] J.A. Cadzow, "An extrapolation procedure for band limited signals," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. Assp-27, pp. 4-12, Feb. 1979.
- [4] A. Papoulis, "A new algorithm in spectral analysis and band-limited signal extrapolation," *IEEE Trans. Circuit Syst.*, vol. CAS-22, pp. 735-742, 1975.
- [5] M.H. Hayes, J.S. Lim and A.V. Oppenheim, "Phase only signal restoration," in *Proc., 1980 Inf. Conf., Acoust., Speech, Signal, Processing*, pp. 437-440, Apr. 1980.
- [6] J.R. Fienup, "Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform," *Opt. Lett.*, vol. 3, pp. 27-29, 1978.
- [7] M.S. Sabri and W. Steenaart, "Digital filtering the hilbert transform," *IEEE Trans. In form. Theory*, vol. IT-19, Mar. 1973.
- [8] M.S. Sabri and W. Steenaart, "Discrete Hilbert transform filtering," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. Assp-25, Oct. 1977.
- [9] J.H. McClellan and T.W. Parks, "Eigenvalue and eigenvector decomposition of the discrete Fourier transform," *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, vol. AU-20, pp. 66-74, 1972.
- [10] M.S. Sabri and W. Steenaart, "An approach to band-limited signal extrapolation: The extrapolation matrix," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-25, pp. 74-78, Feb. 1978.
- [11] William T. Cochran, James W. Cooley and so on "What is the fast fourier transform?," *IEEE Trans. Audio Electroacoustics*, vol. AU-15, no.2, Jun. 1967.
- [12] A. Papoulis and C. Chamzas "Improvement of range resolution by spectral extrapolation," *Ultrasonic Imaging*, vol. 1, pp. 121-135, Apr. 1979.
-