

# 광섬유 SGS 모드 스크램블러의 특성 해석에 관한 연구 (Characteristics of Optical Fiber SGS Mode Scrambler)

李 相 濤\*, 姜 玟 鎬\*, 朴 漢 奎\*\*  
(Sang Ho Lee, Min Ho Kang and Han Kyu Park)

### 要 約

기하광학적 해석방법으로 입사조건에 따른 SGS(step-graded-step) 모드 스크램블러의 near field pattern, 모달 파워 분포 및 far field pattern을 계산하고, 실험결과와 일치함을 보였다. 이로부터 SGS 모드 스크램블러에 의해 피측정 graded index 광섬유에서 stable mode launching이 이루어짐을 설명하였다. 또한 SGS 모드 스크램블러의 효과적 사용 방법으로는 입사 NA를 적게하는 것이 좋다는 것을 알았으며, 실험으로 확인하였다.

### Abstract

Calculation of the launch-condition dependent near field pattern, modal power distribution and far field pattern of the SGS mode scrambler by ray optical approach fits well with the experiment.

These results were applied to explain how to establish the stable mode launching into the graded index multimode fiber under test by the SGS mode scrambler.

The effective use of the SGS mode scrambler is found to restrict the launching NA as well as possible. This was also confirmed by experiment.

### I. 序 論

광섬유의 손실, 대역폭 등 전송특성은 모달 어테뉴에이션, 모달 디스퍼션 및 모드 커플링 등의 영향때문에 광섬유내에서 전파되는 모드의 분포에 따라 다르게 나타난다. 따라서 광섬유의 전송특성을 정확히 측정하기 위해서는 입사단에서의 입사 NA, 빔 스폿의 크기 및 위치 등 입사조건에 변동에 관계없이, 피측정 광섬유내에서 모달 파워 분포가 일정하게 유지되는 EMD

(equilibrium mode distribution)가 이루어지도록 하여야 한다.<sup>(1)</sup> EMD의 실현 방법으로는 dummy 광섬유,<sup>(2)</sup> mandrel wrap filter,<sup>(3)</sup> SGS(step-graded-step) 모드 스크램블러<sup>(4)</sup> 및 리미티드 페이스 스페이스<sup>(5)</sup> 방법 등이 발표되고 있는데, 이중 SGS 모드 스크램블러는 구조가 간단하고 제작과 사용이 편리하기 때문에 가장 많이 사용되고 있다. 그러나 SGS방식의 사용에 의한 측정결과의 정확성은 실험으로 잘 알려져 있는데<sup>(6)</sup> 비록 SGS에 의해 EMD가 이루어지는 메커니즘에 관한 해석적 연구는 거의 발표된 바가 없었다.<sup>(7)</sup>

EMD가 이루어지면 피측정 광섬유의 NFP(near field pattern)와 FFP(far field pattern)이 일정한 모양으로 유지된다. 따라서 SGS 모드 스크램블러의 특성을 해석하기 위해서는 GI 광섬유의 입사조건에 따른 모달 파워 분포와 NFP 및 FFP의 관계를 알아야 한다. 그런데 모달 파워 분포와 NFP의 관계는 여러 저자에 의해 계산되었으나<sup>(8),(9)</sup> FFP에 관해서는

\*正會員, 韓國電氣通信研究所  
(Korea Electrotechnology and Telecommunications Research Institute)

\*\*正會員, 延世大學校 工科大学 電子工學科  
(Dept. of Electron. Eng., Yeon Sei Univ.)

接受日字: 1983年 4月 25日

아직 명확하게 밝혀져 있지 않다.<sup>10)</sup>

본 연구에서는 기하광학적 해석방법으로 GI(graded index) 광섬유에서의 meridional guided 모드에 대한 FFP을 구하고, SGS 구조에서의 입사조건에 따른 모달 파워어 분포와 NFP, FFP을 계산하였다. 이로부터 SGS 모드 스크램블러에 의해 EMD에 가까운 일정한 모달 파워어 분포가 피측정 GI 광섬유에서 이루어짐을 설명하고, 나아가 SGS 모드 스크램블러의 효과적 사용 방법을 제시하였다. 끝으로 실험을 통하여 본 해석의 타당성을 입증하였다.

II. 理 論

1. 그레디드 인덱스 광섬유의 Near Field Pattern

SGS 모드 스크램블러는 1m정도씩의 SI(step index) 광섬유, GI(graded index) 광섬유, SI 광섬유를 순서대로 접속하여 만드는 것으로, 그림 1과 같이 피측정 GI 광섬유의 입사단에 연결하여 사용한다. 피측정 GI 광섬유의 기준점(reference point)에서 볼 때 이것은 SI-GI의 연결이 두번 반복된 것이므로, SI-GI 연결에서 모드 분포의 변화를 알면 SGS와 연결된 피측정 GI 광섬유의 기준점에서의 모달 파워어 분포 및 NFP, FFP을 해석할 수 있다.

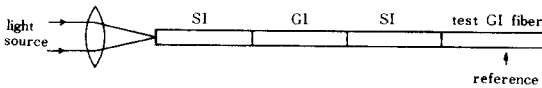


그림 1. SGS 모드 스크램블러의 구성

Fig. 1. Structure of SGS mode scrambler.

도파 모드의 수가 많은 경우 SI 광섬유의 NFP는 코아 단면에서 굴절율 분포와 비슷하므로 SI 광섬유의 NFP는 그림 2와 같이 가정하였다. (이것은 제IV장의 실험에서도 확인되었다.) 또 SI 광섬유에서는 모드가 FFP상의 각도로서 정의될 수 있기 때문에 입사

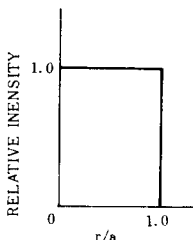


그림 2. 스텝 인덱스 광섬유의 이상적 NFP

Fig. 2. Ideal NFP of step index fiber.

되는 모드들의 파워어 분포는 FFP으로 나타낼 수 있다. 따라서 SI-GI 구조에서, 광원으로부터의 입사조건 중 빔 스포트의 크기는 SI 광섬유의 코아 크기와 같게 되고, 빔 스포트의 위치는 SI-GI가 접속되어 있으므로 일정하다. 즉 GI 광섬유에 대한 입사조건은 SI 광섬유의 FFP만으로 나타낼 수 있다.

GI 광섬유의 코아 직경은 SI 광섬유의 코아 직경과 같게 정하였고, 굴절율 분포는  $\alpha$ -분포인 것을 택하였다. 즉,

$$n(r) = \begin{cases} n_0[1-2\Delta(\frac{r}{a})^\alpha]^{1/2} & r \leq a \\ n_0[1-2\Delta]^{1/2} = n_c & r > a \end{cases} \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{n_0^2 - n_c^2}{2n_0^2}$$

여기서  $r$ 은 코아 중심에서 부터의 거리,  $a$ 는 코아 반경,  $n_0$ 는 코아 중심에서의 굴절율이며,  $n_c$ 는 cladding의 굴절율이다.

식 (1)로부터 GI 광섬유의 local numerical aperture  $NA(r)$ 은 다음 식으로 표시된다.

$$NA(r) = n_0(2\Delta)^{1/2}[1 - (\frac{r}{a})^\alpha]^{1/2} \quad (2)$$

즉  $NA(r)$ 은  $r$ 가 클수록 작아지므로 SI-GI 접속점에서 SI 광섬유의 guided 모드는 그림 3과 같이 GI 광섬유에서 guided 모드와 radiation 모드로 변환된다.

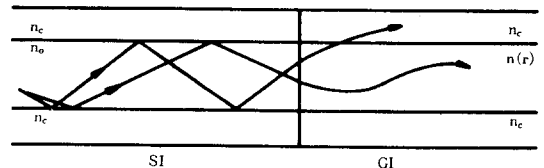


그림 3. SI-GI 접속점에서의 모드 변환

Fig. 3. Mode conversion at the SI-GI interface.

GI 광섬유의 파워어 커플링 효율은  $NA(r)$ 의 자승에 비례하며,  $\theta_r = \sin^{-1} NA(r)$ 이라 할 때  $r$ 지점에서 받아 들일 수 있는 입사광의 입사각도는  $0 \sim \theta_r$ 이 된다. 따라서 SI 광섬유의 FFP을  $f(\theta)$ 로 표시하면, GI 광섬유의 입력단면에서 커플링되는 도파 모드의 파워어 분포  $P(r)$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(r) = \frac{NA^2(r)}{NA^2(0)} \frac{\int_0^{\theta_r} f(\theta) d\theta}{\int_0^{\infty} f(\theta) d\theta} \quad (3)$$

여기서  $\theta_c$ 는 SI 광섬유의 NA에 해당하는 각도이며,  $\theta_r = \sin^{-1} NA(r)$ 로서,  $r$ 지점에서 받아 들이는 도파 모드의 최대 입사각이다.

SGS를 구성하는 GI 광섬유의 길이는 1m 정도로 짧기 때문에 모드 커플링과 모달 어테뉴에이션의 영향

은 무시할 수 있다. 따라서 입사단면에서의 파워어 분포는 출력단까지 그대로 유지되어 식 (3)은 GI 광섬유의 출력단면의 NFP를 나타낸다.

2. 모달 파워어 분포와 Far Field Pattern

GI 광섬유의 모달 파워어 분포 M( $\delta$ )는 NFP P(r)로부터 다음과 같이 구해진다.<sup>[12]</sup>

$$M(\delta) = \left. \begin{aligned} &-\frac{\pi a^3}{\alpha \Delta} \left(\frac{r}{a}\right)^{1-\alpha} \frac{dP(r)}{dr} \\ &\left(\frac{r}{a}\right) = \left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^{1/\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

여기서  $\delta$ 는 normalized propagation constant 로서 다음과 같이 정의된다.

$$\delta = \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( \frac{\beta}{k_0} \right)^2 \right] \left. \begin{aligned} & \\ &k_0 = n_0 k \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

여기서  $\beta$ 는 모달 propagation constant이며, k는 진공중의 전파상수이다.

모달 파워어 분포 M( $\delta$ )로부터 GI 광섬유의 FFP을 구하기 위해 그림 4와 같이 광섬유 내에서의 광로를 원통 좌표계에서 생각한다.<sup>[13]</sup> 해석을 간단히 하기 위해 자오광선만을 고려하고, 원통 좌표계에서 ray equation의 z축 성분을 구하면

$$\frac{d}{ds} \left( n \frac{dz}{ds} \right) = 0 \quad (6)$$

이며, ray vector가 z축과 이루는 각도를  $\gamma$ 라 하면

$$\frac{dz}{ds} = \cos \gamma \quad (7)$$

가 된다. 식 (6), (7)로부터

$$\begin{aligned} n(r) \cos \gamma(r) &= \text{constant} \\ &= n_0 \cos \gamma(0) \end{aligned} \quad (8)$$

이 되며,  $\gamma(0)$ 는 ray가 코아의 중심을 지날 때 z축과 이루는 각도이다. 모달 프로파게이션 컨스턴트  $\beta$ 는 식 (8)로부터 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \beta &= k n(r) \cos \gamma(r) \\ &= k n_0 \cos \gamma(0) \end{aligned} \quad (9)$$

즉 GI 광섬유에서 가이드 되는 모드는 기하광학적 해석에서 레이가 코아 축을 지날 때 z축과 이루는 각

도  $\gamma(0)$ 로서 정의될 수 있다. 식 (9)를 이용하면 식(5)의 normalized propagation constant  $\delta$ 는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\delta = \frac{1}{2} \sin^2 \gamma(0) \quad (10)$$

GI 광섬유의 FFP을 구하기 위해 다시 그림 4를 참조한다.  $\gamma_i(0)$ 로 정의되는 i번째 모드의 레이 패스는 코아 중심으로부터 높이  $h_i$ 를 가지는 주기함수이다. 이때  $h_i$ 는

$$\frac{h_i}{a} = \left[ \frac{1}{2} \sin^2 \gamma_i(0) \right]^{1/\alpha} \quad (11)$$

이 되며, 레이 패스를 따른  $\gamma_i(r)$ 은  $0 \sim \gamma_i(0)$ 의 값을 가진다. 따라서 출력단의 far field에서 레이는 Snell의 법칙에 의해  $0 \sim \theta_{i,m}$ 까지 균일하게 분포한다. 여기서  $\theta_{i,m}$ 은  $\gamma_i(0)$ 의 레이가 FFP에서 퍼져 나가는 최대 각도로써

$$n_0 \sin \theta_{i,m} = \sin \gamma_{i,m} \quad (12)$$

로 주어진다. 즉 SI 광섬유에서는 FFP상의 각도가 광섬유내에서의 모드 각도와 1:1 대응되는데 비해, GI 광섬유에서는  $\gamma_i(0)$ 로 정의되는 모드는 FFP에서 0에서  $\theta_{i,m}$ 까지 균일하게 퍼져나가는 것이다. 따라서 FFP에서 임의의 각  $\theta$ 에서의 파워어 세기는  $\theta_{i,m} \geq \theta$ 인 모드들의 평균 파워어의 합이 된다. 즉 식 (4), (10), (12)를 이용하여 GI 광섬유의 FFP Fg( $\theta$ )를 모달 파워어 분포 M( $\delta$ )로부터 다음과 같이 구해진다.

$$Fg(\theta) = \frac{\int_0^\Delta M(\delta) d\delta}{\int_0^\Delta M(\delta) d\delta} \quad (13)$$

여기서

$$\delta' = 2n_0^2 \sin^2 \theta_{i,m}$$

$$\frac{M(\delta)}{M(\delta)} = \frac{M(\delta)}{\theta_{i,m}}$$

$$\theta_{i,m} = \sin^{-1} (2n_0^2 \delta)^{1/\alpha}$$

이다.

식 (13)에서 분자식의 적분구간은  $\theta_{i,m} \geq \theta$ 인 모드의 적분을 나타낸다.

3. 計算 및 SGS의 解析

2절의 결과를 이용하여 SI-GI 접속에서 입사조건에 따른 GI 광섬유 출력단에서의 NFP, 모달 파워어 분포 및 FFP을 계산하였다. GI 광섬유의 굴절율 분포는  $\alpha=2$ 로 가정하고, 입사조건은 II-1에서와 같이 SI 광섬유의 FFP으로 나타내었다. FFP f( $\theta$ )는  $\theta=0$ 에서 1,  $\theta_c = \sin^{-1} NA$ 에서 0이 되며, 실제 SI 광섬유의 FFP과 모양이 비슷한 다음 함수를 택하였다.<sup>[14]</sup>

$$f(\theta) = \left( 1 - \frac{\sin^2 \theta}{2n_0^2 \Delta} \right)^x \left| \theta = 0 \sim \theta_c, x > 0 \right. \quad (14)$$

여기서 x는 f( $\theta$ )의 모양을 결정하는 shape 팩터로

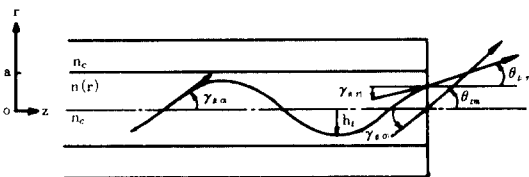


그림 4. 그레이디드 인덱스 광섬유에서의 광로와 FFP  
Fig. 4. Ray path and FFP of graded index fiber.

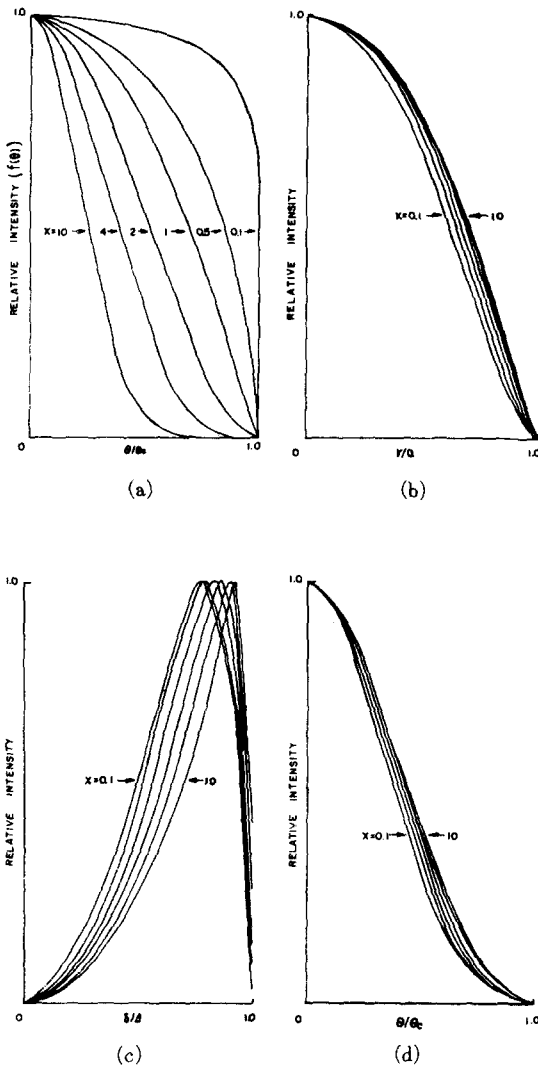


그림 5. SI-GI 연결 구조에 대한 계산 결과

(a) 스텝 인덱스 광섬유의 FFP(입사조건) :

$$f(\theta) = \left(1 - \frac{\sin^2 \theta}{2n_0^2 \Delta}\right)^x$$

(b) 그레디드 인덱스 광섬유의 모달 파워어 분포(식 4)

(c) 그레디드 인덱스 광섬유의 NFP(식 3)

(d) 그레디드 인덱스 광섬유의 FFP(식 13)

Fig. 5. Caculation results for SI-GI structure.

- (a) FFP of step index fiber(input condition).
- (b) Modal power distribution of graded index fiber (Eq. 4).
- (c) NFP of graded index fiber (Eq. 3).
- (d) FFP of graded index fiber (Eq. 13).

써, x가 클수록  $f(\theta)$ 의 반치폭은 좁아지는데, 이것은 입사광의 입사 NA가 작아지는 것과 같다.

식 (14), (3), (4), (13)으로부터 계산한 SI 광섬유의 FFP (즉 입사조건), GI 광섬유의 NFP, 모달 파워어 분포 및 FFP을 각각 그림 5(a), (b), (c), (d)에 나타내었다. 이 계산 결과로부터 SI-GI 접속에서의 몇 가지 중요한 특성을 도출할 수 있으며, 이를 이용하여 SGS 모드 스크램블러의 특성을 해석할 수가 있다.

i) 입사 조건의 심한 변동에 비해 GI 광섬유의 NFP와 FFP는 거의 일정하다. 즉 셰이프 팩터 x의 모든 값에 대하여 GI 광섬유의 FFP의 모양(그림 5(d))은 그림 5(a)에서 보인 입사조건중 x가 3~4인  $f(\theta)$ 의 범위에 들어간다.

ii) x가 커짐에 따라 GI 광섬유의 NFP(그림 5(b))와 FFP(그림 5(d))의 반치폭이 넓어진다. 이것은 그림 5(c)에서 볼 수 있듯이 x가 클수록 고차 모드까지 균일하게 분포되기 때문이다.

iii) x가 3~4 이상에서는 GI 광섬유의 NFP와 FFP의 반치폭과 모양이 일정하게 된다. 이것은 x가 3~4 이상 되도록 입사 NA를 작게 하면 SI-GI 접속만으로도 EMD에 가까운 일정한 모달 파워어 분포를 얻을 수 있다는 것을 의미한다.

iv) x가 3이하인 경우에는 SI-GI 접속만으로는 부족하다. 이 때에는 i)의 특성에 의해 SI-GI를 한번 더 연결하면 첫번째 SI-GI에서 GI 광섬유의 FFP이 두번째 SI-GI의 입사조건이 되므로 EMD에 가까운 모달 파워어 분포를 얻을 수 있다. 즉 이것은 SGS 모드 스크램블러에 피측정 GI 광섬유를 연결한 경우에 해당한다.

### III. 實驗 및 結果檢討

실험에서는 먼저 SI 광섬유의 FFP와 NFP를 측정하여 II-1절에서의 가정(그림 2)의 타당성을 확인하고, SI 광섬유의 FFP로 SI-GI 접속에서의 입사조건을 결정하였다. 또 각 입사조건에서 GI 광섬유의 NFP와 FFP을 SGS를 통과한 피측정 GI 광섬유의 기준점에서의 NFP 및 FFP와 비교하여 II장의 결과를 확인하였다.

SI 및 GI 광섬유의 길이는 1m씩으로하고, 피측정 GI 광섬유의 기준점은 始端에서 2m되는 지점으로 하였다. SI 광섬유의 코아 직경은  $60 \mu\text{m}$ ,  $NA=0.2$ 였으며, GI 광섬유는 코아 직경  $50 \mu\text{m}$ ,  $NA=0.2$ ,  $\alpha \approx 2.0$ 인 VAD 광섬유를 사용하였다. 광원은 라이트 파이프가 부착된 LED를 1kb/s로 on-off 변조하여 사용하고, 현미경 대물렌즈의 NA와 입사각을 변화시켜 입사조

진을 다르게 만들었다. NFP는 metallurgical microscope (Olympus, model MSE)의 사진촬영용 image plane에서, 200배로 확대된 코아 단면을 수광면 직경 0.88mm Si-photodiode로 scan하여 측정하였다. FFP의 측정에서는 광섬유 단면과 포토다이오드의 거리를 10cm로 하고, 모터를 사용하여 광섬유 축과의 각도에 따른 인텐시티 분포를 측정하였다. 각 측정에서 포토다이오드의 출력은 로크-인 앰플리파이어를 거쳐 x-y 리코더에서 기록하였다.

측정 순서는 먼저 SI 광섬유의 FFP와 NFP를 측정 한 후, SI-GI-SI-피측정 GI 광섬유의 순으로 연결 하면서 GI 및 피측정 GI 광섬유의 기준점에서 NFP와 FFP를 측정하였다.

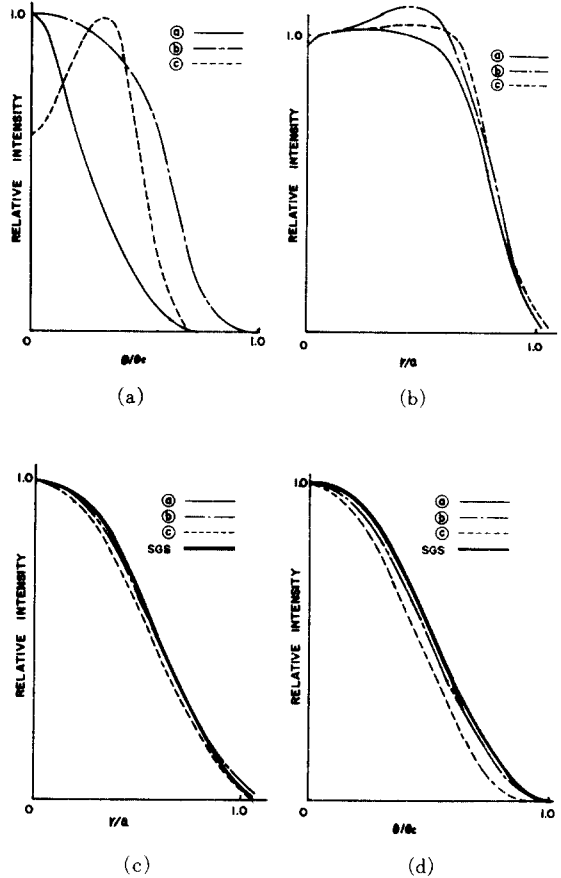
저차 모드 입사, 일반적인 입사, 고차 모드 입사의 세가지 입사조건에 대한 실험결과를 그림 6 (a)~(d)에 나타내었다. 그림 6 (b)에서 각 입사 조건에서 SI 광섬유의 NFP는 leaky mode<sup>(14)</sup>의 영향을 무시하면  $r/a$ 이 약 0.6까지는 인텐시티가 1로써 일정함을 알 수 있다. 또 GI 광섬유의 NA(r)은  $r/a$ 이 0.6 이상에서는 0으로 접근하므로 II 장의 그림 2와 같은 가정이 가능하다.

그림 6 (c)와 (d)에서는 각 입사조건에 대한 GI 광섬유와 SGS를 통과한 피측정 GI 광섬유에서의 NFP와 FFP를 비교한 것이다. NFP에서  $r/a$ 이 1.0 이상까지 인텐시티가 분포된 것은 leaky mode와 guided mode of the evanescent field에 기인한다. 저차 모드 입사인 (a)의 경우(즉, 입사 NA가 작을 때)에는 SI-GI의 연결만으로도 SGS를 통과한 때와 비슷한 NFP 및 FFP를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 또 저차 모드일수록 NFP와 FFP의 폭이 넓은 것은 II 장에서 셰이프 팩터  $x$ 가 클수록 NFP와 FFP의 폭이 넓어진것과 일치하는 경향이다. 또, 입사조건 (a) 및 SGS의 경우, NFP의 반치폭은 0.6으로 그림 5 (b)에서  $x$ 가 4 이상일 때의 반치폭 0.7보다 약간 적지만, FFP의 반치폭은 실험치와 계산 결과가 잘 일치하였다.

IV. 結 論

기하광학적 해석방법으로 GI 광섬유의 meridional guided mode에 대한 FFP를 계산함으로써, SGS 모드 스크램블러의 특성을 해석하였다.

i) 빔 스폿의 위치와 크기는 SI 광섬유에 의해 일정하게 되므로 SGS 구조에서 입사조건은 입사 NA와 모달 파워 분포가 되는데, 이것은 SI 광섬유의 FFP만으로 표시된다. SI-GI 접속면에서의 모드 변환으로 GI 광섬유에는 일정한 모드만이 guided 되어 EMD가 이루어진다.



- 입사조건 : ㉑ 저차 모드 입사, ㉒ 일반적인 입사, ㉓ 고차 모드 입사
- Launch condition : ㉔ lower order mode launch, ㉕ usual launch, ㉖ higher order launch.

그림 6. 실험결과.

- (a) Step index 광섬유의 FFP(입사조건)
- (b) 스텝 인덱스 광섬유의 NFP
- (c) 그레디드 인덱스 광섬유의 NFP
- (d) 그레디드 인덱스 광섬유의 FFP

Fig. 6. Experiment results.

- (a) FFP of step index fiber (launch condition).
- (b) NFP of step index fiber.
- (c) NFP of graded index fiber.
- (d) FFP of graded index fiber.

ii) 광원의 FFP의 반치폭이 약 0.4(그림 5 (a)에서  $x=3\sim4$ 인 경우) 이하가 되도록 입사 NA를 작게하면 SI-피측정 GI의 접속만으로도 EMD를 얻을 수 있다.

iii) 입사 NA를 작게할수록 SI-GI 접속점에서의 손실

이 적어지므로 효과적이다.

이상과 같은 SGS 모드 스크램블러의 특성을 이해하는 것은 실제 광섬유의 특성측정에서 매우 중요할 뿐아니라, 다른 EMD 실현방법을 이해하는데도 도움을 줄 것으로 생각한다. 본 연구에서는 해석이 간단한 meridional guided mode만을 가정하였으며, 실험에서는 NFP의 측정에서 정밀도가 높지 못했다. 앞으로 이론에서 skew ray와 leaky mode의 영향을 고려하고, NFP 측정의 정밀도를 높이면 더욱 정확한 특성을 이해할 수 있을 것이다. 그리고 굴절율 분포에 따른 GI 광섬유의 EMD를 계산하고 SGS의 특성을 비교하여 광섬유 전송특성의 측정 오차를 줄이고자 한다.

#### 參 考 文 獻

- [1] D. Marcuse, *Principles of Optical Fiber Measurements*. Academic Press, N.Y., pp. 197-205, 1981.
- [2] M. Tateda et al, "Optical loss measurement in graded-index fiber using dummy fiber," *Appl. Opt.*, vol. 18, no. 19, 1, Oct. 1979.
- [3] L.G. Cohen, P. Keiser and C. Lin, "Experimental techniques for evaluation of fiber transmission loss and dispersion," *Proc. of IEEE*, vol. 68, no. 10, Oct. 1980.
- [4] W.F. Love, *Novel Mode Scrambler for Use in Optical Fiber Bandwidth Measurements*. Digest of Topical Meeting on Optical Fiber Communication, Opt. Soc. of America, Washington D.C., 1979.
- [5] P.R. Reitz, *Measuring Optical Waveguide Attenuation: The LPS Method*. Optical Spectra, Aug. 1981.
- [6] 이상호, 박희갑, 강민호, "Graded-index 광섬유의 전송특성 측정을 위한 정상 상태 실현에 관한 연구", 한국물리학회 논문발표회, 원광대학교, 10. 1981.
- [7] T. Horiguchi, T. Tanifuji and M. Tokuda, "Baseband frequency response of a graded-index fiber excited by a step-index fiber," *Appl. Opt.*, vol. 19, no. 15, 1, Aug. 1980.
- [8] S. Piazzola and G. De Marchis "Analytical relations between modal power distribution and near-field intensity in graded-index fibers," *Elec. Lett.*, vol. 15, no. 22, 25th, Oct. 1979.
- [9] O.G. Leminger and G.K. Grau, "Near-field intensity and modal power distribution in multimode graded-index fibers," *Elec. Lett.*, vol. 16, no. 17, 14th, Aug. 1980.
- [10] G.K. Grau and D.G. Leminger, "Relation between near-field and far-field intensities, radiance and modal power distribution of multimode graded-index fibers", *Appl. Opt.*, vol. 20, no. 3, 1, Feb. 1981.
- [11] D. Gloge and E.A.J. Marcatili, "Multimode theory of graded-core fibers," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 52, nov. 1973.
- [12] Y. Daido et al, "Determination of modal power distribution in graded-index optical waveguides from near-field patterns and its application to differential mode attenuation measurement," *Appl. Opt.*, vol. 18, no. 13, 1, July 1979.
- [13] A. Ankiewicz and C. Pask, *Geometric Optics Approach to Light Acceptance and Propagation in Graded Index Fibers*. Optical and Quantum Electronics, pp. 87-109, Sep. 1977.
- [14] F.M.E. Sladen, D.N. Payne and M.J. Adams, "Determination of optical fiber refractive index profiles by a near-field scanning technique," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 28, no. 5, 1, March 1976.