□ 特輯 : 大規模 시스템 □

大規模 經濟 시스템
—部分均衡과 一般均衡—

李 承 勳
(서울大 社会大 敎授)

■ 차 례 ■

1 序 論

資本主義的 市場經濟制度를 채택하는 한 나라의 國民經濟는 많은 사람들과 企業 그리고 銀行 및 政府 기관으로 이루어져 있다. 個人, 企業, 銀行 및 政府는 각각 나름대로 財貨와 用役을 取得하는 자신의 經濟生活을 스스로의 自由 意思決定에 의하여 수행하는 經濟主體가 된다. 市場經濟制度下에서 각 經濟主體는 주어진 與件을 그대로 받아 들이고 그 範圍內에서 自身에게 最善인 것으로 評價되는 經濟生活을 選擇하게 되는 것이다.

그러나 각 經濟主體가 비록 개별적으로는 주어진 社會的 與件을 어찌할 수가 없으나 個別 意思決定이 集計된 社會的 經濟生活은 社會的 與件을 쉽게 바꾸어 놓게 된다. 일단 社會的 與件이 바뀌게 되면 바뀌기 이전의 與件을 기준으로 하여 이루어진 個別 意思決定이 새로운 與件에 비추어 볼 때에도 여전히 最善의 것이라는 보장은 없다. 그러므로 個別 意思決定을 自由放任하는 市場經濟制度에서는 각 經濟主體가 선택한 最善의 意思決定과 그때에 새로이 형성되는 社會的 與件이 서로 부합하겠는가라는 점이 중요한 문제로 부각이 된다. 각 個別 意思決定이 어떠한 꼴로 이루어지더라도 이것이 이에 영향을 받아서 새로이 형성되는 社會的 與件과 결코 부합할 수가 없다면 自由放任의 市場經濟制度는 혼란과 무질서를 초래할 뿐 결코 성공적인 經濟制度가 될 수 없는 것이다.

市場經濟制度에서 각 經濟主體가 자신의 經濟生活을 선택하는 과정은 하나의 시스템을 구성한다. 그리고 각 經濟主體의 意思決定이 서로어우러져 하나의 社會的 經濟生活을 形成하는 과정은 또하나의 社會 經濟的 시스템을 이루는 것이다. 前者의 시스템은 後者를 이루는 副시스템 (subsystem) 이고 後者는 前者의 수많은 副시스템들이 한데 어울려 이루어지는 大規模 시스템이 된다. 副시스템의 움직임을 究明하는 이론을 部分均衡 (partial equilibrium) 理論이라고 하고 大規模시스템의 움직임을 설명하는 이론을 一般均衡 (general equilibrium) 理論이라고 한다.

經濟理論에서 비교적 잘 정립되어 있는 것은 部分均衡理論이다. 주어진 與件 아래에서 각 經濟主體가 最善의 意思決定을 내리는 과정은 이미 개발되어 있는 여러 最適化理論에 의하여 잘 설명된다. 그러나 一般均衡理論의 경우에는 문제가 다르다. 사실 個別 意思決定의 결과가 한데 어울려 社會的 與件을 형성하는 과정에 대해서는 아직 별로 만족할만한 설명이 제시되고 있지 못한 실정이다.

一般均衡의 問題는 크게 두가지로 大別된다. 첫째 어떤 與件이 주어지고 이에 의하여 각 個別意思決定

이 이루어졌을 때 이 個別意思決定들과 부합하는 社會的 與件이 다름아닌 원래 주어진 與件인것으로 判明되는 경우가 있겠는가라는 점이다. 만약그렇지않다고 한다면 自由放任은 성공적인 經濟制度일 수가 없기때문에 이 문제는 반드시 究明되어야 하는 것이다. 이 문제를 一般均衡의 *存在*문제라고 부른다. 둘째 與件이 주어지고 이에 따라서 個別意思決定이 이루어지고 다시 이에 부합하는 與件이 새로이 형성되고 하는 과정이 되풀이되는 결과로 個別意思決定의 集計된 결과와 형성된 與件이 事前的으로는 물론이고 事後的으로도 서로 부합하는 상태가 이루어질 수 있겠는가라는 문제이다. 비록 이러한 상태가 존재한다고 하더라도 이것이 실제로는 이루어질 수 없는 상태라면 역시 自由放任은 성공적인 制度로 평가될 수가 없기때문에 이 문제도 반드시 구명되어야 하는것이다. 이 문제를 一般均衡의 安定性問題라고 부른다.

經濟學의 一般均衡理論은 이미 말한 바와 같이 결코 만족할 만큼 정립되어 있지 못하다. 그러나 *存在*問題에 관한 이론은 安定性問題에 관한 이론보다 비교적 잘 정리되어 있다. 本稿에서는 一般均衡의 存在理論을 중심으로 하여 大規模 社會-經濟 시스템에 대한 연구 현황을 개괄해보기로 한다.

2 社会—経済 시스템과 그 一般均衡

本稿에서는 消費者들과 企業들로만 이루어져 있는 國民經濟를 考察하려고 한다. 國民經濟內에 存在하는 財貨의 가짓수를 l이라고 하자. 그러면 소비자 i ($i=1,2,\cdots,m$)의 消費行爲를 l - 벡터 x_i로 표시할 수 있다. 消費벡터 x_i의 각 성분은 그 부호가 +인가 또는 -인가에 따라서 消費者 i가 消費하는 財貨인 것으로 또는 供給하는 用役인것으로 해석된다. 消費者가 供給하는 用役의 代表的인 예로는 勞動이 있다. 消費行爲 가운데에는 消費者 i의 生理的 特性上 수행가능한 행위도 있고 그렇지못한 행위도 있다. 消費者 i가 수행할 수 있는 消費行爲들도 이루어진 R^l의 部分集合 X_i를 消費者 i의 消費集合 (consumption set)이라고 부른다. 消費集合 X_i 상의 임의의 두 消費行爲 x와 y에 대한 消費者 i의 選好는 雙方關係 (binary relation) $\succsim_i$에 의하여 표현된다. 즉 x가 y보다 選好되거나 적어도 동등한 만족도를 주는 경우에 $x \succsim_i y$로 표현하는 것이다. 消費者 i는 얼마만큼의 재화, 즉 實物賦存財産 (real endowment)과 各 企業別 株式을 보유하고 있다. 消費者 i의 實物賦存財産은 l-벡터 e_i로 나타내고 企業 j에 대한 株式持分率은 θ_{ij}로 나타낸다. 国民經濟內 企業의 수를 n이라고 하면 消費者 i의 經濟的 特性은

$$(X_i,\ \succsim_i,\ e_i,\ (\theta_{ij})_{j=1}^n)$$

으로 要約된다. 각 財貨別 價格을 나열한 l - 벡터 p를 價格體係 (price system) 라고 한다. 이때 企業 j가 벌어드리는 利潤을 $\pi_j(p)$ 라고 한다면 消費者 i의 財富 w_i는

$$W_i = p \cdot e_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij}\pi_j(p)$$

으로 결정된다. 消費者 i는 交換의 과정에서 반드시 價格體係 p에 따라서 평가되는 댓가를 치루어야 한다. 그러므로 消費者 i가 선택할 수 있는 행위는 集合

$$\{x \in X_i \mid p \cdot x \quad p \cdot e_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij}\pi_j(p)\}$$

위의 한 점으로 국한된다. 消費者 i는 이 集合위에서 選好關係 $\succsim_i$에 의한 최대점을 찾아서 消費行爲를 한다.

企業 j ($j=1, 2, \cdots, n$)의 生產行爲 역시 l-벡터 y_j로 표시된다. 生產벡터 y_j의 各 成分은 그 부호가 -일 때에는 그 財貨가 投入으로 사용되고 있음을 뜻하고 +일 때에는 產出로 生產되고 있음을 뜻한다. 물론 R^l 상의 임의의 점으로 표시되는 생산행위가 항상 수행가능한 것은 아니며 企業의 생산행위는 生產技術에 의하여 제약을 받는다. 生產技術에 비추어 수행가능한 生產行爲를 나타내는 l-벡터들의 집합을 生產集合 (production set)이라고 부른다. 企業 j의 生產集合은 보통 Y_j로 표기된다. 일반적으로 企業 j의 經濟的 特性으로 중요한 것은 그 生產技術과 財務構造라고 말할 수가 있다. 그러나 여기에서 고려하는 模型은 負債를 지지않는 企業만을 취급한다. 따라서 企業 j의 經濟的 特性은 그 生產集合 Y_j로 요약된다. 주어진 價格體係 p에 대하여 $p \cdot y_j$는 生產벡터 y_j가 벌어드리는 利潤이 된다. 企業 j는 生產集合 Y_j 상에서 利潤 $p \cdot y_j$를 最大로 하는 生產벡터를 선택한다.

여기에서 고려되고 있는 國民經濟 ϵ는 $(X_i, \succsim_i, e_i, (\theta_j)_j^n)$으로 묘사되는 m명의 소비자와 Y_j로 묘사되는 n개의 企業으로 이루어진다. 그러므로 國民經濟 ϵ은 要約하여 集合

$$\varepsilon = \{ (X_i, \succsim_i, e_i, (\theta_{ij})_j^n)_i^m, (Y_i)_j^n \}$$

로 표현된다.

각 消費者의 消費벡터와 각 企業의 生産벡터를 나열한 (x_1, x_2, …, x_m, y_1, y_2, …, y_n)을 國民經濟 ε의 한 狀態 (state) 라고 한다. 어떤 狀態가

(a) 모든 i에 대하여 $x_i \in X_i$ 이고
(b) 모든 j에 대하여 $y_j \in Y_j$ 이며
(c) $\sum_{i=1}^{m} x_i - \sum_{j=1}^{n} y_j - \sum_{i=1}^{m} e_i \leq 0$

이면 이 狀態를 實現可能狀態 (attainable state) 라고 부른다. 實現可能狀態에서 각 經濟主體의 經濟行爲는 그 經濟主體의 生理的 또는 技術的 特性에 비추어 수행가능하고 또한 品目別로 所要되는 財貨의 총량은 可用한 總量을 초과하지 않는다. 그러므로 실제로 실현되는 國民經濟生活은 반드시 實現可能狀態 가운데 하나이어야 한다.

하나의 狀態 ((x_i^*), (y_j^*)) 와 價格體系 p^* (≥ 0) 에 대하여

(1) 각 消費者 i에 있어서 x_i^*는 $\{x \in X_i \mid p^* \cdot x \leq p^* \cdot e_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij} p^* \cdot y_j^*\}$ 위에서 가장 選好되는 消費벡터이고,

(2) 각 企業 j에 있어서 y_j^*는 生産集合 Y_j 위에서 이윤 $p^* \cdot y_j$ 를 最大化하는 生産벡터이며,

(3) $z^* = \sum_{i=1}^{m} x_i^* - \sum_{j=1}^{n} y_j^* - \sum_{i=1}^{m} e_i \leq 0$ 이고 동시에 $p^* \cdot z^* = 0$ 이면

이 狀態 ((x_i^*), (y_j^*)) 와 價格體系 p^*를 一般競爭均衡 (general competitive equilibrium) 이라고 부른다. 이 조건들을 자세히 살펴보면 一般競爭均衡에서는 각 經濟主體가 스스로의 自由意思에 의하여 選擇한 最善의 經濟生活이 모여서 그대로 하나의 實現可能狀態가 되고 있음을 볼 수가 있다. 즉 國民經濟生活이 一般競爭均衡의 狀態로 실현된다면 이것은 自由放任의 결과로도 실현될 수가 있는 것이며 國民經濟의 特性上 一般競爭均衡이 不可能하다면 이 經濟에 대해서는 自由放任이 不可能한 것이다.

3 一般競爭均衡의 存在定理

消費者가 最大滿足度를 추구하고 企業이 最大利潤을 추구하는 것은 각 經濟主體가 自身에게 最善인 行爲를 선택하는 과정으로서 社會-經濟 體制의 기본이 되는 시스템을 형성한다. 大規模 社會-經濟 시스템은 이러한 副시스템들의 集合體로서 형성되는것이다. 經濟學의 一般均衡理論은 群小 副시스템들이 相互作用한 결과 大規模 社會-經濟시스템이 어떻게 움직이는가를 구명하는 이론으로 환원된다. 本節에서는 經濟學의 一般競爭均衡의 存在定理를 살펴보기로 한다.

一般競爭均衡의 存在定理는 여러가지 방법을 통하여 정립되고 있으나 여기에서는 n명有限게임理論의 방법에 의한 것에 대하여 살펴 볼 것이다. 이제 n명으로 이루어진 社會的 体制를 생각해 보자. 主体(agent) i가 事前的으로 선택할 수 있는 행동의 集合을 A_i를 표기 하기로 하자. 그러나 主体 i는 A_i안의 행동a_i를 아무런 제약없이 선택할 수 있는 것은 아니며 다른 사람들의 행동(a_1, …, a_{i-1}, a_{i+1}, …, a_n)이 어떻게 결정되는가에 따라서 A_i의 특정한 部分集合의 점만을 선택할 수 있도록 제약 받는다. 구체적으로 對應(correspondence)

$$\psi_i : \prod_{j=1}^{n} A_j \rightarrow A_i$$

를 정의하여 각 主体의 행동이 $a = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$으로 결정될 때 主体 i의 행동은 A_i 部分集合 $\psi_i(a)$ 위로 한정된다. 여기에서 對應 ψ_i는 a의 i번째 成分 a_i에 대해서는 常数인 것으로 규정된다. 그리고 각 主体의 행동이 $a = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$으로 실현된 경우에 主体 i가 느끼는 만족도는 效用函数 (utility function) $f_i(a)$로 표현된다. 그러므로 각 主体 i는 다른 主体들의 행동이 (a_1, a_2, …, a_{i-1}, a_{i+1}, …, a_n)으로 주어져 있을 때 스스로 選擇할 수 있는 행동의 집합 $\psi_i(a)$ 위에서 $f_i(a_1, a_2, \cdots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \cdots, a_n)$의 값을 최대로 하는 행동 a_i를 선택하여 행동하게 된다. 각 主体 i의 행동을 나타내는 行態對應(behavioral correspondence)은

$$\mu_i(a) = \{ a_i \in \psi_i(a) \mid f_i(a_1, \cdots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \cdots, a_n) = \max_{y \in \psi_i(a)} f_i(a_i, \cdots, a_{i-1}, y, a_{i+1}, \cdots, a_n) \}$$

으로 정의된다.

이제 각 主体 i가 행동 a_i^*를 선택함으로서 이루어지는 狀態 $a^* = (a_1^*, a_2^*, \cdots, a_n^*)$를 생각하여 보자. 만약 모든 i에 대하여 $a_i^* \in \mu_i(a^*)$라고 한다면 이것은 狀態 a^*를 선택함으로써 최대의 만족도를 누리게 됨을 뜻한다. 그러므로 이 경우에는 누구도 상

태 a^* 로부터 이탈하려고 하지 않게 되고 따라서 状態 a^* 는 어떠한 外的 攪亂을 받지 않는 한 그대로 유지하려고 하는 특성을 지니게 된다.

이와 같은 状態 a^*를 均衡(equilibrium)이 라고 부른다. 이제,

$$\mu(a) = \prod_{i=1}^{n} \mu_i(a)$$

로 정의하면 均衡 a^*는 對應 μ의 定點(fixed point)으로 결정될 것이다.

이 社會的 시스템에서 主体 i의 특성은 집합 A_i, 對應 ψ_i, 그리고 效用函数 f_i 에 의하여 요약된다. 그러므로 사회적 시스템은 n 명의 集合인 $(A_i, \psi_i, f_i)_{i=1}^{n}$ 으로 표현된다. 社會的 시스템 $(A_i, \psi_i, f_i)_{i=1}^{n}$ 이 하나의 均衡 a^* 를 가지겠는가를 구명하기 위하여 다음의 두 정리가 필요하다.

【定理 1】 X와 Y는 유클리드 空間의 部分集合으로 특히 Y는 有界閉集合(compact set)이다. 또한 對應 $\psi: X \to Y$와 函数 $f: X \times Y \to R$ 은 각각 連續이다. 이제

$$\mu(x) = \{ y \in \psi(x) \mid f(x, y) = \max_{z \in \psi(x)} f(x, z) \}$$

및 $g(x) = f(x, y)$, $y \in \mu(x)$

라고 하자. 그러면 μ 는 上半連續의 對應이며 g 는 連續函数이다.

이 定理는 最大化 또는 最小化 行爲에 대한 連續性을 구명하는 定理로서 이것을 최초로 정립한 数學者의 이름을 따라서 베르즈(Berge)의 最大定理라고 부른다. 그 證明은 省略한다.

【定理 2】 集合 S 가 유클리드 空間의 部分集合으로서 非空이고 볼록하며 (convex) 有界閉集合 (compact set)이라고 하자. 그리고 對應 φ: S →S 가 上半連續이고 볼록價 (convex – valued) 對應이라고 하자. 그러면 對應 φ는 적어도 하나의 定點을 가진다.

이 定理는 가꾸다니의 定點定理 (Kakutani's fixed point theorem) 라고 불리우는 定理로서 一般均衡의 *存在*를 증명하는데 반드시 사용되는 重要한 定理이다. 이 定理에 대한 證明도 省略한다.

다음의 〔定理 3〕 은 社會的 시스템$(A_i, \varphi_i, f_i)_{i=1}^{n}$ 이 하나의 均衡을 가지게 되는 充分條件을 提示한다.

【定理 3】 각 主體 i 에 대하여 集合A_i가 유클리드 空間의 部分集合으로서 非空이고 볼록하며 콤팩트(compact)하다고 하자. 또한 對應 $\varphi_i: \prod_{i=1}^{n} A_i \to A_i$ 는 連續인 볼록價 對應이라고 하자. 그리고 函数 $f_i: \prod_{i=1}^{n} A_i \to R$은 連續인 函数로서 i 번째 變数에 대하여 準오목(quasi – concave) 하다고 하자. 그러면 社會的 시스템 $(A_i, \varphi_i, f_i)_{i=1}^{n}$ 은 하나의 均衡을 가진다.

〔證明〕 對應 φ_i 와 函数 f_i 가 〔定理 1〕의 前提條件들을 充足하므로 對應 μ_i 는 上半連續이다. 또한

$$\mu_i(a) = \varphi_i(a) \cap \{ x \in A_i \mid f_i(a_1, \cdots, a_{i-1}, x, a_{i+1}, \cdots, a_n) \geq \max_{y \in \varphi_i(a)} f_i(a_1, \cdots, a_{i-1}, y, a_{i+1}, \cdots, a_n) \}$$

인데 右邊의 두 集合이 모두 볼록집합이므로 集合 $\mu_i(a)$ 도 볼록집합이다. 그러므로 對應 $\mu(a) = \prod_{i=1}^{n} \mu_i(a)$ 는 上半連續이고 볼록價인 對應이 된다. 假定에 의하여 集合 $\prod_{i=1}^{n} A_i$는 非空이고 콤팩트하며 볼록하다. 따라서 〔定理 2〕에 의하여 對應 $\mu: \prod_{i=1}^{n} A_i \to \prod_{i=1}^{n} A_i$는 定點을 가진다. 이 定點이 社會的 시스템 $(A_i, \varphi_i, f_i)_{i=1}^{n}$ 의 均衡인 것은 明白하다.

國民經濟 ε에 대하여 그 特性을 적절하게 규정하여 주면 ε이 〔定理 3〕에 규정된 社會的 시스템과 같아질 수가 있다. 이 경우에 ε의 一般的競争均衡은 〔定理 3〕 에 規定된 社會的 시스템의 均衡으로 환원된다. 다음에 소개하는 一般競争均衡의 *存在定理*는 〔定理 3〕 의 特殊한 한 形態이다.

【定理 4】 모든 消費者 i에 대하여 消費集合 X_i 가 콤팩트하고 볼록하며, $\hat{X}_i$안에는 飽和點이 없고,*1)

集合$\{ (x, x') \in X_i \times X_i \mid x \leq_i x' \}$은 閉集合이며,

$x \in X_i$, $x' \in X_i$, $x <_i x'$이고 $r \in (0, 1]$ 이면 항상 $x \not\leq_i (1-r)x + rx'$이고,

X_i 안에 $x_i^o \ll e_i$ 되는 x_i^o이 존재하고,

모든 企業 j에 대하여 生産集合 Y_j 가 原點 0를 포함하는 콤팩트하고 볼록한 集合이면,

國民經濟 $\varepsilon = \{ (X_i, \succsim_i, e_i, (\theta_{ij})_{j=1}^{n})_{i=1}^{m}, (Y_j)_{j=1}^{m} \}$ 는 하나의 一般競争均衡을 보유한다.

이 定理의 國民經濟 ε은 $n+m+1$명의 主體로 이루어진 社會的 시스템으로 취급될 수가 있다. 여

---

* 1): 실현가능상태에서 소비자 i 에게 허용되는 消費벡터를 소비자 i 의 實現可能消費벡터라고 한다. 집합 $\hat{X}_i$는 消費者 i 의 모든 實現可能消費벡터들로 이루어진 集合을 나타낸다.

기에서 $n+m$명의 主體는 물론 m명의 消費者와 n개의 企業을 뜻한다. 나머지 1명의 主體는 所謂 競賣者(auctioneer)라고 불리우는 假想的 經濟主體이다. 이 競賣者에 대하여 알아보자. 〔定理4〕를 證明하는 과정에서는 價格벡터를 集合

$$P=\{P\in R^{l}_{+} \mid \sum_{h=1}^{l} p_n = 1\}$$

에 局限시키기로 한다.[*2)] 競賣者는 消費벡터의 나열 (x_i)와 生産벡터의 나열 (y_j)를 두고 函数

$$t((x_i),(y_j),p)=p\cdot[\sum_{i=1}^{m} x_i - \sum_{j=1}^{n} y_j - \sum_{i=1}^{m} e_i]$$

를 최대로 하는 가격벡터 p를 集合 P상에서 선택하는 것으로 假定한다. 즉 價格벡터 p는 競賣者의 行動으로 취급되고 함수 $t((x_i),(y_j),p)$는 競賣者의 效用函教로 취급되는 것이다. 假想的 競賣者를 이렇게 규정하여 주면 〔定理4〕에 등장하는 $(n+m+1)$명의 主體에 대하여 각각 A_i, φ_i 및 f_i가 무엇인가를 밝힐 수가 있고, 또한 이들이 〔定理3〕의 前提條件들을 充足함을 보일 수가 있다. 그러므로 〔定理4〕의 國民經濟 ε은 하나의 均衡을 가지게 된다. 이 均衡이 一般競争均衡임을 보이는 〔定理4〕에 대한 상세한 證明은 省略한다.

④ 맺는 말

一般均衡의 存在에 대한 硏究 結果는 실로 방대하다. 一般競争均衡의 存在問題는 그 가운데 일부에 지나지 않으며 여기에 存在定理는 그 중에서도 한 片鱗에 불과하다. 1950年代에 들어서면서 本格化한 一般競争均衡의 現代的 存在定理에 대한 연구는 1954年에 発表된 애로우(Arrow)와 드브루(Debreu)에 의하여 최초의 結實을 맺는다. 그 이후에 발표된 여러 硏究를 綜合하여 集大成한 것이 1959年에 出版된 드부르의 價値論(theory of value)인 것이다. 價値論 이후 一般競争均衡의 存在定理에 대한 연구는 存在의 前提條件들을 더 現實性 있는 條件들로 완화하려는 方向으로 展開되어 왔다. 구체적으로 一時一般競争均衡(temporary general competitive equilibrium)의 存在 또는 固定價格均衡(fix-price equilibrium)의 存在 등에 대한 연구가 바로 그것이다. 그러나 均衡存在의 前提條件이 아무리 現實性 있게 改善되었다고 하더라도 이 연구가 個人別 最適化 行爲들이 相互交互作用을 벌인 결과로 社會-經濟 시스템의 均衡이 形成된다고 하는 大規模 시스템의 一般的 圖式을 벗어나는 것은 결코 아니다. 經濟學에서 一般均衡의 存在에 대한 연구는 그 대상이 競争均衡이든 아니든, 그리고 그 前提條件이 現實과 거리가 멀든 가깝든, 항상 個別經濟主體의 最適化 과정을 副시스템으로 하여 이들이 交互作用을 벌인 결과로 이루어지는 大規模 시스템에 대한 연구인 것이다.

* 2): P 안의 한 価格에서 一般競争均衡이 成立함을 보이면 〔定理4〕는 証明된다. 그러므로 이렇게 됨을 보일 수 있다면 価格벡터를 P 안으로 국한시켜도 무방하다.

參考文獻

1) Arrow, K. J. and F. H. Hahn; General competitive analysis, San Francisco, Holden Day 1971
2) Berge, C.; Espace Topoloqipues, Dunod. 1959
3) Debreu, G.; Theory of Value, Wiley 1959
4) Debreu, G.; Existence of competitive equilibrium, in Arrow, K. J. and M. D. Intrilligator eds., Handbook of mathematical economics, Vol. II., North-Holland 1982