

# 加壓經水型 原子爐에서의 제논 影響으로 인한 軸方向 出力振動 時間最適制御

論 文  
33~3~1

## Time-Optimal Control of Xenon-Induced Axial Power Oscillations in Pressurized Water Reactor

尹 源 孝\* · 朴 貴 泰\*\*  
(Won-Hyo Yoon · Gi-Tae Park)

Time-optimal control for damping a one-dimensional xenon-induced spatial power oscillations in pressurized water reactor is studied. Linearized system equations describing the spatial xenon oscillations have been derived based on lambda mode analysis. Optimal control strategies, eventually bang-bang controls, have been drawn applying Pontryagin's Minimum Principle, subject to a band constraint on available control strength. Validity of the linearized system equations and optimal control strategies derived has been demonstrated through computer simulations which incorporate the finite difference method for one dimensional axial geometry, for the solution of the two-group neutron diffusion equations. The results obtained through computer simulations show that xenon-induced transients can be suppressed successfully with bang-bang control.

### 1. 序 論

原子力發電所의 爐心은 週期初에는 軸方向 제논 振動에 대하여 安定하나, 燃燒도가 增加함에 따라 그 安定도가 점차 減少하고, 週期末에는 不安定 하여진다.<sup>1) 2)</sup> 실제로 出力密度가 높은 大規模 加壓經水型 原子爐의 경우, 全週期동안 軸方向 제논 振動에 대하여 安定된 爐心을 設計하기는 힘들다.<sup>3) 4)</sup>

제논 振動은 出力 振動을 誘發하며, 甚할 경우 局部의 인 核燃料 損傷까지 惹起할 憂慮가 있으므로 早速히 平衡狀態를 維持하도록 制御해 주어야 한다.

제논의 生成 및 消滅, 中性子를 吸收하는 毒作用 및 制御方法에 대해서는 50年代 後期부터 많은 사람들이 研究하여 왔으며, 最近에 들어서는 最適制御

理論을 適用하여 제논 振動 및 局部尖頭出力에 대한 制御를 目的으로 Westinghouse 와 Mitsubishi Heavy Industries Co.에서 共同으로 Advanced Pressurized Water Reactor 를 開發하고 있다.<sup>5) ~ 7)</sup>

現在 주로 使用되고 있는 一定軸方向出力偏差制御 (Constant Axial Offset Control; CAOC) 方法은 試行-錯誤法에 依存하며, 또한 거의 繼續적으로 制御棒을 움직여야 하는 短點이 있다.<sup>4) 8)</sup> 軸方向出力偏差 (Axial Offset; AO)는 爐心 上端部와 下端部의 出力의 差를 全體出力으로 나누어 주는 값으로 定義된다. 本 論文에서는 原子力 發電所의 實際 運轉條件을 考慮하고, 最終目標을 位相平面上的 原點이 아닌, 一定線分으로 定義하므로써, 最短時間에 平衡狀態로 이끌기 위한 制御方法에 대하여 研究하였다.

### 2. 系統方程式

原子爐의 動特性은 原子爐內에서 生成되는 中性子

\*正 會 員 : 韓國에너지 研究所 研究員  
\*\*正 會 員 : 高麗大 工大 電氣工學科 副教授  
接受日字 : 1983年10月25日

및 損失되는 中性子の 關係에 의하여 表現된다. 原子爐의 多群-中性子 方程式에 대해서는 簡單히 벡터-行列 形態를 取해 주면 되므로, 여기서는 1次元-1群-中性子에 대하여 나타내기로 한다.

中性子束, 燃料濃度 및 옥소濃度の 相互關係는 그림 1에 나타난 바와 같으며, 다음과 같은 中性子 擴散 方程式으로 表現된다.

$$\frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \phi(r, t) = \nabla \cdot D \nabla \phi(r, t) + \{ \nu \Sigma_f(r) - \Sigma(r) - \sigma_x X(r, t) \} \phi(r, t) - u(r) \phi(r, t) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} X(r, t) = r_x \Sigma_f(r) \phi(r, t) + \lambda_I I(r, t) - \lambda_x X(r, t) - \sigma_x X(r, t) \phi(r, t) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} I(r, t) = r_I \Sigma_f(r) \phi(r, t) - \lambda_I I(r, t) \quad (3)$$

여기서

$V$  = 中性子速度

$\phi$  = 中性子束

$D$  = 擴散係數

$\nu$  = 中性子數/核分裂

$\Sigma_f$  = 核分裂中性子 吸收斷面積

$\Sigma$  = 吸收斷面積

$u$  = 制御棒 中性子 吸收

$X$  = 燃料濃度

$\sigma_x$  =  $^{135}\text{Xe}$ 의 微視的 中性子 吸收斷面積

$I$  = 옥소濃度

$\lambda_I$  = 옥소의 減衰常數

$\lambda_x$  = 燃料의 減衰常數

$r_x$  = 옥소의 生成率

$r_I$  = 燃料의 生成率

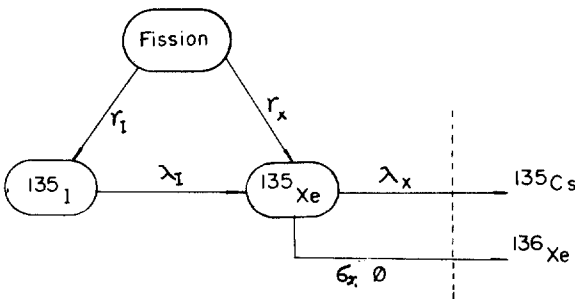


그림 1.  $^{135}\text{Xe}$ 의 減衰特性概略圖

Fig. 1. A Simplified decay scheme for  $^{135}\text{Xe}$

여기서 1群-中性子 擴散方程式을 演算子方程式 形態로 나타내면

$$D\phi = (D_1 - \frac{1}{\lambda} D_2) \phi \quad (4)$$

여기서

$D_1$  = 損失 演算子

$D_2$  = 生成 演算子

$\lambda$  = 臨界度

上記의 式들을 平衡狀態 附近에서 線形化하기 위하여 攝動된 形態를 取하면 다음과 같이 表現할 수 있다.<sup>9)10)</sup>

$$\begin{aligned} \phi(r, t) &= \phi_0(r) + \delta\phi(r, t) \\ X(r, t) &= X_0(r) + \delta X(r, t) \\ I(r, t) &= I_0(r) + \delta I(r, t) \end{aligned} \quad (5)$$

및

$$\begin{aligned} \delta\phi(r, t) &= \sum a_i(t) \psi_i(r) \\ \delta X(r, t) &= \sum b_i(t) \psi_i(r) \\ \delta I(r, t) &= \sum c_i(t) \psi_i(r) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서

$\phi_0(r), X_0(r), I_0(r)$  = 中性子, 燃料 및 옥소의 各 平衡狀態

$\delta\phi(r, t), \delta X(r, t), \delta I(r, t)$  =  $\phi_0(r), X_0(r), I_0(r)$ 에 대한 微小變位

$a_i(t), b_i(t), c_i(t)$  =  $\delta\phi(r, t), \delta X(r, t), \delta I(r, t)$ 에 대한  $i$ 번째 mode의 크기

$\psi_i(r)$  = 固有值  $\xi_i$ 인  $i$ 번째 lambda mode

lambda modes,  $\psi_i(r)$ 는 中性子擴散方程式이 平衡狀態일 때 (즉,  $\frac{\partial}{\partial t} \phi(r, t) = 0$ )의 固有函數이며 다

음과 같이 定義된다.<sup>10)</sup>

$$\begin{aligned} & \{ -\nabla \cdot D \nabla + \Sigma(r) + \sigma_x X_0(r) + u_0(r) \} \psi_i(r) = \\ & \frac{1}{\lambda_i} \nu \Sigma_f(r) \psi_i(r) \end{aligned} \quad (7)$$

또는

$$D_1 \psi_i(r) - \frac{1}{\lambda_i} D_2 \psi_i(r) = 0 \quad (8)$$

式(7)을 다시 쓰면 다음과 같은 Helmholtz 方程式이 됨을 알 수 있다.

$$\frac{d^2}{dr^2} \psi_i(r) + k_i^2 \psi_i(r) = 0, \psi_i(0) = \psi_i(HT) = 0 \quad (9)$$

여기서

$$k_i^2 = \{ \nu \Sigma_f(r) / \lambda_i - \{ \Sigma(r) + \sigma_x X_0(r) + u_0(r) \} \} / D$$

$HT$  = 爐心の 높이

式(9)의 解는

$$\psi_i(r) = \sin \frac{i\pi r}{HT}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (10)$$

式(10)으로 부터  $\Psi_i(r)$  은 相互直交性을 갖고 있음을 알 수 있다.

式(5)를 式(2) 및 (3)에 代入하고, 平衡狀態 및 2次以上項을 무시하면 다음과 같은 線形方程式이 導出된다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta X(r, t) = \{r_x \Sigma_f(r) - \sigma_x X_0(r)\} \delta \phi(r, t) - \{\lambda_x + \sigma_x \phi_0(r)\} \delta X(r, t) + \lambda_I \delta I(r, t) \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta I(r, t) = r_I \Sigma_f(r) \delta \phi(r, t) - \lambda_I \delta I(r, t) \quad (12)$$

여기서 攝動原理演算子,  $\delta D$ , 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta D(r, t) = \delta D_c(r, t) + \alpha_x \delta X(r, t) + \alpha_f \delta \phi(r, t) \quad (13)$$

여기서

$\alpha_f$  = 피이드백 係數

$\delta D_c$  = 制御棒影響 演算子

$\Psi_i(r)$  은 直交性을 利用하여 다음과 같이 規格化한다.

$$\langle \Psi_i^*, \frac{D_2}{\lambda_j} \Psi_j \rangle = \delta_{ij} \quad (14)$$

여기서  $\Psi_i^*$  는  $\Psi_i$  의 隨件(adjoint) 中性子束이며, 內積은 原子爐 體積에 대한 積分을 나타낸다.

實際로 제논過渡現象時 first flux overtone이 重要因子이므로 中性子束, 제논 및 옥소에 대한 攝動은 中性子束의 first lambda mode로 나타낼 수 있다고 假定한다.<sup>4), 10)</sup>

1次攝動原理<sup>11)</sup>를 式(4)에 適用하면

$$\langle \Psi_i^*, D_0 \delta \phi \rangle = - \langle \Psi_i^*, \delta D \phi_0 \rangle \quad (15)$$

또는 式(5) 및 (13)을 利用하면

$$a_1(t) = g b_1(t) + u(t) \quad (16)$$

이며, 여기서

$$g = \frac{- \langle \Psi_i^*, \sigma_x \Psi_1 \phi_0 \rangle}{(1 - \lambda_1) + \langle \Psi_i^*, \alpha_f \Psi_1 \phi_0 \rangle} \quad (17)$$

$$u = \frac{- \langle \Psi_i^*, \delta D_c \phi_0 \rangle}{(1 - \lambda_1) + \langle \Psi_i^*, \alpha_f \Psi_1 \phi_0 \rangle} \quad (18)$$

제논攝動에 대한 새로운 函數  $x_1(t)$ 를 다음과 같이 定義하면

$$x_1(t) = g b_1(t) \quad (19)$$

式(16)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$a_1(t) = x_1(t) + u(t) \quad (20)$$

式(20)에서와 같이 中性子束攝動은 제논攝動 및 制御函數에 의하여 表現되므로, 中性子束攝動으로 因하여 惹起되는 軸方向出力偏差(AO)變化는 結局  $x_1$  및  $u$ 에 의하여 決定된다고 볼 수 있다.

式(11)에  $\Psi_i^* D_2 / \lambda_1$ 를 곱하고 原子爐體積에 대하여 積分을 取하면

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} b_1(t) = & - \{ \langle \Psi_i^*, \sigma_x X_0 \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle - \langle \Psi_i^*, r_x \Sigma_f \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle \} a_1(t) - \{ \lambda_x + \langle \Psi_i^* \sigma_x \phi_0 \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle \} b(t) + \lambda_I C(t) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 옥소攝動에 대한 函數  $x_2(t)$ 를 다음과 같이 定義하면

$$x_2(t) = \frac{\lambda_I}{r_I \langle \Psi_i^*, \Sigma_f \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle} c_1(t) \quad (22)$$

式(21)은 式(23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt} x_1(t) = f_1 x_1(t) - f_2 x_2(t) + f_3 u(t) \quad (23)$$

여기서

$$f_1 = -g \langle \Psi_i^*, \sigma_x X_0 \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle - r_x \langle \Psi_i^*, \Sigma_f \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle - \{ \lambda_x + \langle \Psi_i^*, \sigma_x \phi_0 \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle \} \quad (24)$$

$$f_2 = -g \langle \Psi_i^*, \Sigma_f r_I \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle \quad (25)$$

$$f_3 = -g \{ \langle \Psi_i^*, \sigma_x X_0 \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle - r_x \langle \Psi_i^*, \Sigma_f \frac{D_2}{\lambda_1} \Psi_1 \rangle \} \quad (26)$$

이와 같은 方法으로 式(12)도 다음과 같이 變形시킨다.

$$\frac{d}{dt} x_2(t) = \lambda_I \{ x_1(t) - x_2(t) + u(t) \} \quad (27)$$

式(23) 및 (27)을 行列形態로 表現하면 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F} \mathbf{x}(t) + \mathbf{G} u(t) \quad (28)$$

여기서

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1 & -f_2 \\ \lambda_I & -\lambda_I \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} f_3 \\ \lambda_I \end{bmatrix} \quad (29)$$

$x_1, x_2$ : 제논 및 옥소의 平衡狀態로부터의 微小變位量

$u$ : 制御棒의 中性子 吸收量

原子力發電所는 核燃料의 經濟的인 燃燒와 安全性確保를 위하여 空間 中性子束分布를 理想的으로 維持되도록 運轉하여야 한다. 이에 대한 運轉條件은 AO로 주어지며, 一般的으로 爐心末期(end of life)에 대한 運轉條件은 그림 2와 같다.<sup>3)</sup>

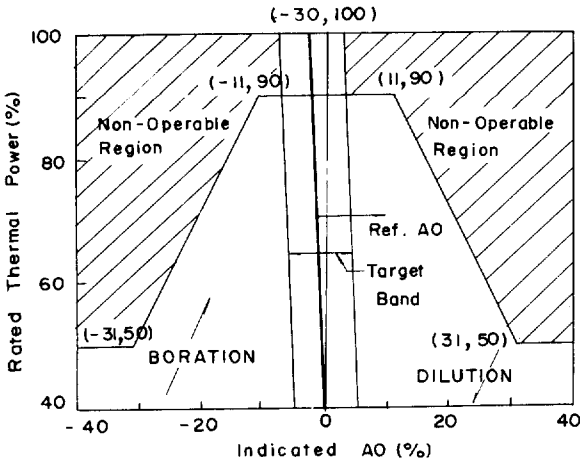


그림 2. 定格熱出力 準位에 따른 AO制限範圍  
 Fig. 2. Axial offset limits as a function of rated thermal power

AO는 다음과 같이 定義된다.

$$AO (\%) = (PO_t - PO_b) \times 100 / PO$$

여기서

$PO_t$  = 爐心 上端部の 出力

$PO_b$  = 爐心 下端部の 出力

$PO$  = 爐心出力 (=  $PO_t + PO_b$ ) (30)

爐心出力  $PO(t)$ 와 中性子束  $\phi(r, t)$ 의 關係는 다음과 같이 表現된다.

$$PO(t) = \int_0^{Hr} \frac{\nu \Sigma_f(r)}{\lambda} \phi(r, t) dr \quad (31)$$

앞에서도 言及했듯이 原子力發電所는 AO가 一定範圍內에서 維持되도록 運轉하여야 한다.

AO가 振動을 始作하면 一般의 形式으로 그림 3과 같이 나타나며 다음과 같은 式으로 表現할 수 있다.

$$AO(t) = M \exp(\xi t) + AO_0 \quad (32)$$

여기서

$$\xi = \alpha + j\omega$$

$M$  = 振幅常数

$AO_0$  = 平衡狀態의 AO

$\alpha$  = 安定度 係數

$\omega$  = 振動 角速度

原子爐心은  $\alpha$ 가 負(-) 값일 때는, 그림 3에서 처럼 安定하지만 正(+)의 값일 때는 不安定하게 된다. 實際로 古里 1號機의 경우에  $\alpha$ 가 核燃料 週期初에는 負의 값에서 燃度가 增加함에 따라 正의 값으로 變化하고 있음을 보여주고 있다. 11

그러므로 中期以後에는 局部出力尖頭現象 및 이로

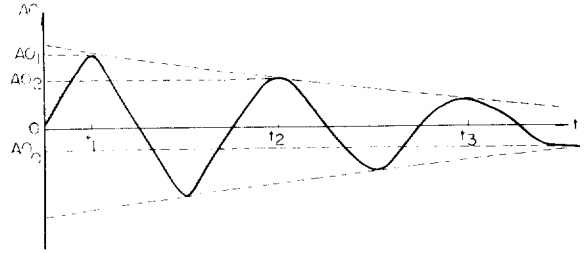


그림 3. 典型的인 徐振時 AO의 時間에 따른 變化  
 Fig. 3. AO vs. Time at typical state xenon oscillations

인한 核燃料損傷을 防止하기 위하여 早速히 制御해 주어야 할 必要가 있다.

式(29)에서  $\lambda_1$ 는 一定常数이며  $f_1, f_2, f_3$ 는 實際發電所에서 測定된, 式(32)로 表示되는, 資料로부터 다음과 같은 關係式을 利用하여 導出해 낼 수 있다. 12)

$$f_1 = \lambda_1 + 2\alpha \quad (33)$$

$$f_2 = ((\lambda_1 + \alpha)^2 + \omega^2) / \lambda_1 \quad (34)$$

$$f_3 = \frac{da_1}{dt} \Big|_{0^+} = \frac{dx_1}{dt} \Big|_{0^+} = f_3 u_0 \quad (35)$$

### 3. 時間最適制御

式(28)의 一般의 平衡狀態는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F \mathbf{x}(t) + G \mathbf{u}(t) = 0$$

또는

$$\mathbf{x} = -F^{-1} G \mathbf{u} \quad (36)$$

여기서  $\mathbf{u}$ 는 임의의 常数가 되며 一般의 形式으로  $\mathbf{u} \neq 0$ 이다. 또한  $\det F = \alpha^2 + \omega^2$  이므로  $F$ 가 singular( $\alpha = \omega = 0$ )인 경우는, 式(32)로부터 AO가 平衡狀態임을 意味하므로, 考慮할 必要가 없다. 式(36)을 方向벡터  $\mathbf{z}$ 를 導入하여 다음과 같은 形態로 나타낸다.

$$\mathbf{x} = \mathbf{u} \mathbf{z} = \mathbf{u} \begin{pmatrix} K \\ L \end{pmatrix} \quad (37)$$

여기서

$$K = (f_3 - f_2) / (f_2 - f_1) \quad (38)$$

$$L = (f_3 - f_1) / (f_2 - f_1)$$

만일 制御函數  $\mathbf{u}(t)$ 에 다음과 같은 拘束條件이 주어진다면

$$U^- \leq \mathbf{u}(t) \leq U^+ \quad (39)$$

最終目標은  $(x_1, x_2)$  位相平面的 原點을 지나는 기

올기  $L/K$ 의 線分  $B$ 로 주어짐을 알 수 있다. 즉,

$$B = (x \mid x = rz; U \leq r \leq U^+) \quad (40)$$

式 (40)으로 주어지는 最終目標가 구해지면,  $(x_1, x_2)$ 位相平面上的 임의의 初期狀態  $x_{10}$  및  $x_{20}$ 를  $B$ 로 最短時間에 보내기 위하여 評價函數  $J$ 를 다음과 같이 定義한다.

$$J = \int_{t_f}^t dt \quad (41)$$

여기서  $t_f$ 는 最終制御時間이다.

式 (41)에 대하여 Hamilton 函數  $H$ 를 誘導하고, Pontryagin의 最小原理를 適用하면<sup>13)</sup>

$$H = 1 + P' \cdot \dot{x} \quad (42)$$

$$U^* = \begin{cases} U^+ & \text{if } S < 0 \\ U^- & \text{if } S > 0 \end{cases} \quad (43)$$

여기서

$u^*$  = 最適制御  $u$

$$S = P' \cdot G \quad (\text{스위칭函數}) \quad (44)$$

補助狀態벡터  $P$ 는 다음과 같은 關係가 있으며

$$\begin{aligned} \dot{P} &= -\frac{\partial}{\partial x} H \\ &= -F' \cdot P \end{aligned} \quad (45)$$

式 (45)의 解는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(t) = A'(-t) P(0) \quad (46)$$

여기서

$$A'(-t) = \exp(-F't) \quad (47)$$

$$\begin{aligned} A(t) &= \exp(Ft) \\ &= \frac{1}{\omega} \exp(\alpha t) \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} \omega \cos \omega t + & f_2 \sin \omega t \\ (\lambda_1 + \alpha) \sin \omega t, & \\ \lambda_1 \sin \omega t, & \omega \cos \omega t - \\ & (\lambda_1 + \alpha) \sin \omega t \end{bmatrix}$$

스위칭函數  $S(t)$ 는 다음과 같이 表現할 수 있으며

$$\begin{aligned} S(t) &= P'(t) \cdot G \\ &= S_0 \exp(-\alpha t) \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (49)$$

$S$ 는 매  $\frac{\pi}{\omega}$ 마다 符號가 바뀐다. 따라서 bang-bang 制御를 의미함을 알 수 있다.

만일  $u$ 가 常數일때, 初期狀態  $x_0$ 가 주어지면,  $x(t)$  軌跡에 대한 解를 구할 수 있다.

$$x(t) = \exp(Ft) (x_0 + F^{-1}Gu) - F^{-1}Gu$$

또는 式 (36), (37) 및 (48)을 利用하여

$$x(t) = uz + A(t)(x_0 - uz) \quad (50)$$

여기서 考慮되고 있는 問題는 最終時間  $t_f$ 가 未定 이고, 最終狀態  $x(t_f)$ 가  $m(x(t_f)) = 0$ 로 定義

된 線分上에 놓이게 되는 것에 대한 것이다. 즉,

$$m(x(t_f)) = x_1(t_f) - \frac{K}{L}x_2(t_f) = 0 \quad (51)$$

또한 transversality 條件을 適用하여 整理하면<sup>13)</sup>

$$P'(t_f) \begin{bmatrix} K/L \\ 1 \end{bmatrix} \delta x_2(t_f) = 0 \quad (52)$$

여기서  $\delta x_2(t_f)$ 는  $t = t_f$ 에서 最終狀態  $x_2(t_f)$ 의 變位를 나타내며, 定해진 값이 아니므로 式 (52)에서 그에 대한 係數項이 0이 되어야 한다. 즉,

$$P'(t_f) \begin{bmatrix} K/L \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (53)$$

式 (53)으로부터 補助狀態벡터  $P$ 는 目標到着點에서 線分  $B$ 에 直交하여야 함을 알 수 있다. 여기서 目標線分  $B$ 위의 어떠한 點  $x(0) = rz$ 의 最終狀態에 到着한 時間  $t = t_f = 0$ 라고 假定한다. 目標到達 바로 以前에 스위칭이 일어난 時間,  $-t_s$ ,를 안다면  $-t_s \leq t < 0$  區間에서의 最適制御는 式 (43)에 의하여  $u^* = U^+$ (또는  $U^-$ )임을 알고 있으므로  $t = -t_s$ 에서의  $x^*(-t_s)$ 는 다음과 같이 된다.

$$x^*(-t_s) = u^*z + (r - u^*)A(-t_s)z \quad (54)$$

式 (44), (46) ~ (48)을 利用하면

$$\begin{aligned} S(-t_s) &= 0 \\ &= P'(-t_s)G \\ &= [A'(t_s)P(0)]'G \end{aligned} \quad (55)$$

또는

$$P'(0)[A(t_s)G] = 0 \quad (56)$$

그러므로 式 (53)과 比較하면,  $A(t_s)G$ 는  $z = -F^{-1}G$ 와 平行임을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} A(t_s) &= \exp(Ft_s) \\ &= -F^{-1}/\eta \end{aligned} \quad (57)$$

또는 式 (47), (48)을 利用하여

$$A(-t_s) = -\eta F \quad (58)$$

여기서  $\eta$ 는 임의의 比例常數로서 다음에 구해지는 값이다.

$A(t_s)$  및  $F$ 에 대한 定義를 利用하여 計算을 하여보면 式 (58)은 반드시 다음과 같은 경우에 만족된다.

$$\tan \omega t_s = -\frac{\omega}{\alpha} \quad (59)$$

및

$$\eta = \exp(-\alpha t_s) / (\omega^2 + \alpha^2)^{1/2} \quad (60)$$

式 (59)를 다음과 같이 다시쓰면

$$t_s = \frac{1}{\omega} \left\{ \frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left( \frac{\alpha}{\omega} \right) \right\} \quad (61)$$

$t_s$ 는  $\alpha$ 의 符號에 따라 週期の 1/4 보다 약간 크거

나 작은 값임을 알 수 있다.

式 (58)을 式(54)에 代入하면 最終적으로 다음과 같은 式을 얻는다.

$$\mathbf{x}^*(-t_s) = \mathbf{u}^* \mathbf{z} + \eta(\mathbf{r} - \mathbf{u}^*) \mathbf{G} \quad (62)$$

스위칭커브는 式 (62)와 같이 表現되며 좀더 具體적으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{S}_1^T = [\mathbf{x} | \mathbf{x} = \mathbf{U}^\pm \mathbf{z} + \eta(\mathbf{r} - \mathbf{U}^\pm) \mathbf{G}; \quad \mathbf{U}^- < \mathbf{r} < \mathbf{U}^+] \quad (63)$$

스위칭커브와 함께 最適軌跡의 例를 그려보면 그림 4와 같다. 軌跡 IJ는 比較的 振動이 작을때 制御를 如作한 경우이며,  $\mathbf{u}^* = \mathbf{U}^-$ 의 制御入力로 임의의 初期狀態를  $\mathbf{B}$ 로 誘導하여 目標線分  $\mathbf{B}$  위의 點  $\mathbf{x}(t_f = 0) = \mathbf{r} \mathbf{z}$ 에 到達하면, 곧바로  $\mathbf{u} = \mathbf{r}$ 이되

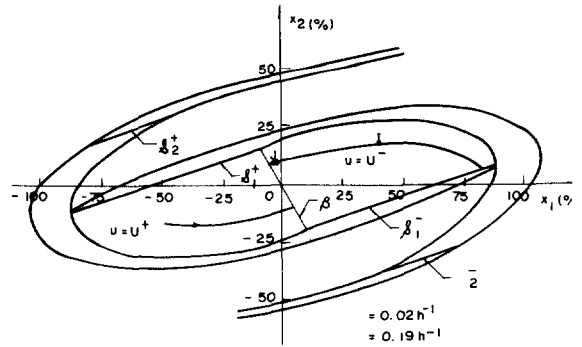


그림 4. 制御入力 拘束條件에 對한 最適制御軌跡  
Fig. 4. Optimal control trajectories for constrained control

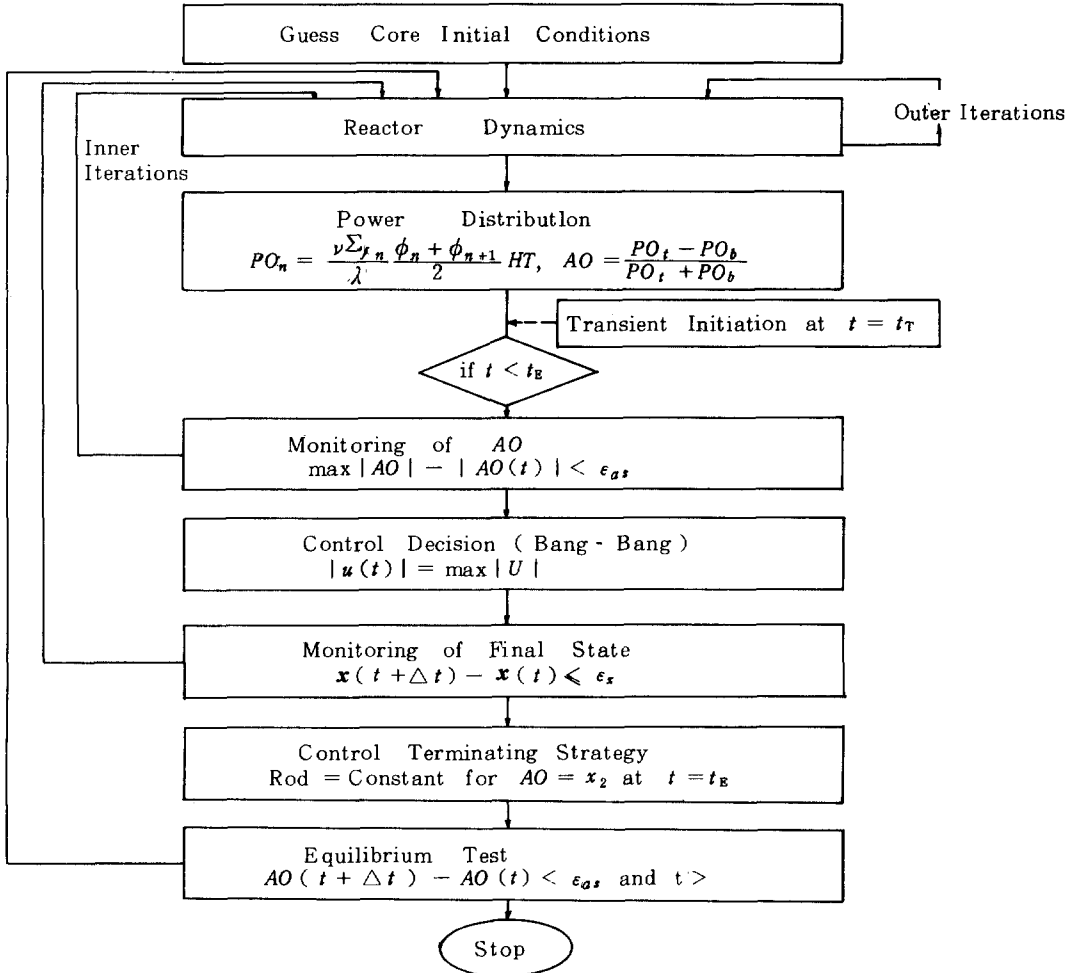


그림 5. 제논影響으로 因한 原子爐出力 振動의 計算흐름圖  
Fig. 5. Calculation strategy for reactor power oscillation induced by xenon effect

게 함으로써 最適制御措置를 取한 것이다. 만일  $S_1^+$  以前の 스위칭커브를  $S_2^+$  라면,  $S_2^+$  에서의 스위칭發生은  $S_1^+$  보다  $\frac{\pi}{\omega}$  時間 빠르게 일어나며  $u = U^+$  에서  $U^-$  로 (또는  $U^-$  에서  $U^+$  로) 轉換하게 된다. 즉,

$$S_2^{\pm} = \{ x | x = U^{\pm} z + \exp(-b\pi/\omega)(y - U^{\pm} z) ; y \in S_1^{\mp} \} \quad (64)$$

만일 必要하다면 다른 스위칭커브  $S_3^{\pm}, S_4^{\pm}$  等도 같은 方法으로 求할수 있다. 그러나 一般的으로 實際原子爐에서는 여러차례에 걸친 스위칭은 必要하지 않다. 즉, AO의 값은 運轉指針書에 따라 매 30분마다 確認되며, AO의 振動週期가 約30時間인 점을 감안하면, 初期狀態는 平衡點으로부터 멀리 떨어져 있지 않다고 假定할 수 있다. 또한 事故等에 의한 급작스러운 狀態의 變位는 保護系統에 依하여 原子爐의 停止를 誘發하도록 되어있어, 이러한 경우는 考慮대상에서 除外되므로 그림 4의 IJ 軌跡과 같이 單一펄스制御로 充分히 제논으로 인한 振動을 停止시킬 수 있다.

#### 4. 結果 및 檢討

앞에서 導出된 制御方法에 따라 제논毒作用, 熱-水力學的 피이드백 및 制御棒移動效果를 考慮한 非線形 中性子擴散方程式을 有限差分法으로 푸는 컴퓨터코드를 利用하여 原子爐를 模擬運轉하였으며 計算흐름圖는 그림 5와 같다.

本 論文에서는 安定度係數  $\alpha = 0.02 \text{ hr}^{-1}$ , 振動週期  $T = 33 \text{ hr}$  또는  $\omega = 0.19 \text{ hr}^{-1}$  및 出力偏差帶域(AO Band)을  $-8\% \leq AO \leq 2\%$ 로 假定하여 爐心길이 366 Cm의 첫週期後伴(end of life of a first cycle)에 있는, 100%의 一定出力으로 運轉되는 原子爐의 資料를 利用하였다. 結果는 그림 6, 7에서 처럼 제논 및 옥소의 過渡現狀은 完全히 鎮壓 되었으며, 이에따라 그림 8에서와 같이 제논影響으로 인한 AO의 振動도 完全한 平衡狀態를 維持하였다. 그림 9는 制御棒의 bang-bang 操作을 圖示한 것이다.

그림 8에서와 같이 AO가 減少하는 方向으로 振動이 始作된지 2.5時間後에 그림 9에서와 같이 爐心上端으로부터 60Cm가 挿入되어 있는 制御棒을 最上端까지 引出하여 振動制御를 始作하였다. 이는 發電所의 實際運轉條件인 AO의 許用範圍(-8%)를 超過하지 않도록 措置한 것이며, AO는 制御棒을 引出하면 增加하고, 挿入하면 減少하는(이경우 反應

度 補償은 硼酸으로 調節) 原子爐의 固有特性 때문에, 計器에 나타난 AO의 값에 따라 자연히 制御棒의 制限值를 알 수 있다. 制御를 如作하자 AO의 軌跡은 거의 線形的으로 增加 하였다. 最終目標B는 位相平面的 原點을 지나고, 기울기는  $L/K$ 기므로  $R = x_1/x_2$ 를 監視하여, 約3.85時間에  $R = L/K$ 임을 確認하고 式(40)을 만족하도록 制御棒을 約52cm位置로 挿入하였다. 그以後의 制御措置는 없었으며, 이때 제논 및 옥소의 變位는 各各 約1.66% 및 -4.97%에서, AO는 約-5.13%에서 平衡狀態를 維持하였다.

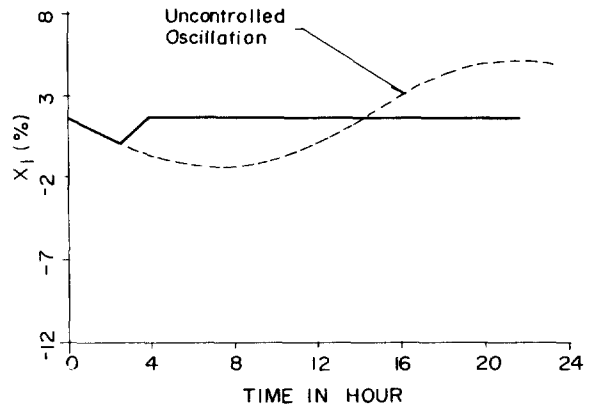


그림 6. 制御入力 拘束條件에 대한 제논振動 最適制御  
Fig. 6. Optimal control of xenon oscillation with limited available control strength

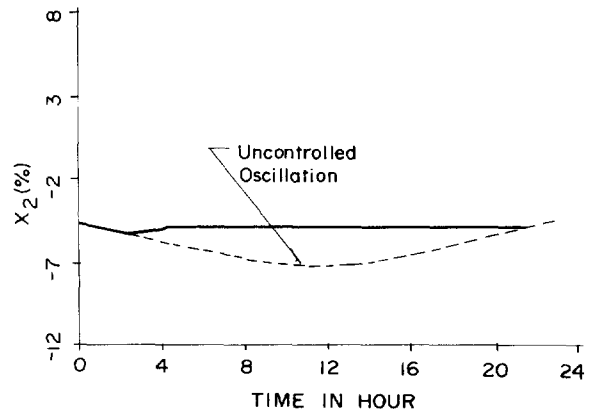


그림 7. 制御入力 拘束條件에 대한 옥소振動 最適制御  
Fig. 7. Optimal control of iodine oscillation with limited available control strength

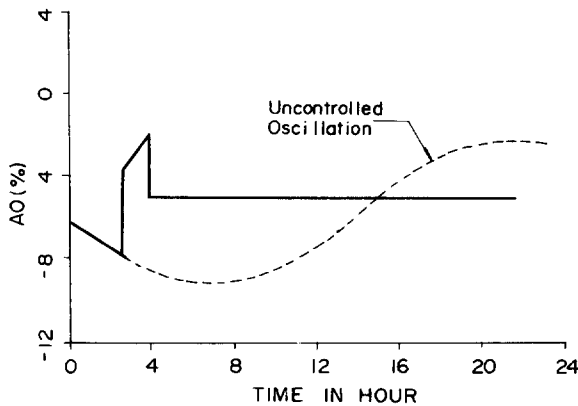


그림 8. 制御入力 拘束條件에 대한 AO振動 最適制御  
 Fig. 8. Optimal control of axial offset oscillation with limited available control strength

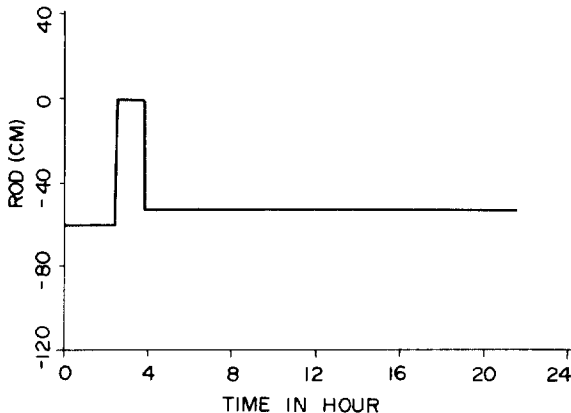


그림 9. 제논으로 인한 過渡狀態의 最適制御를 위한 制御棒 移動圖  
 Fig. 9. Control rod maneuvering scheme for optimal control of xenon-induced transient

5. 結 論

現在 加壓輕水型 原子爐에서 주로 使用되고 있는 CAOC는 AO가 그림 2에서 表示된 것과 같은 基準點 (reference AO)에서 약간씩 벗어날때마다, 試行-一錯誤法에 依하여 許用 AO帶域(Target Band)을 벗어나지 않도록 制御棒을 움직여 制御하며, 이에따라 거의 繼續的으로 制御棒을 움직여야 하는 短點이 있는 반면에, 本 論文에서 導出된 方法은 制御棒의 單-펄스 操作으로 最短時間에 原子爐의 제논 影響으로 인한 AO의 振動을 制御할 수 있다. 또한

제논에 의한 振動週期가 보통 30時間 정도인 점을 감안하면 制御棒의 引出 및 插入에 소요되는 時間은 거의 無視할 수 있으며, 일단 平衡狀態에 到達한 以後에는 아무런 制御動作이 要求되지 않으므로, 이 制御方法은 매우 實質的이며, 原子爐運轉員의 부담을 덜어준은 물론, 安全性 및 經濟性 向上에도 크게 기여할 수 있을 것으로 思料된다.

參 考 文 獻

- 1) H.J. Moon and K.I. Han; "PWR core stability against xenon induced spatial power oscillation", Journal of the Korean Nuclear society, 14-2, 1982
- 2) W.K. Shin; "Reactor operational transient analysis", Annual Report, KAERI/GP-54/82, Korea Advanced Energy Research Institute, 1982
- 3) Final Safety Analysis Report for the KNU #1, Ch. 16, KEPCO, 1977
- 4) E.J. Schulz and Jone C. Lee; "Time-optimal control of spatial xenon oscillations to a generalized Target", Nuclear Sci. and Eng.; 73, 140-152, 1980
- 5) D. Randall and D.S. ST. John; "Xenon spatial oscillation", Nucleonics, 1958
- 6) J. Karppinen; "Spatial reactor control Methods", Nuclear Sci. and Eng.; 64, 657-672, 1977
- 7) R. Gogal and D.K. Kim; "Seminar on current issues & advanced technology for PWR", Westinghouse Electric Corp., held at KAERI, May 9-May 19, 1983
- 8) Preliminary Safety Analysis Report for the KNU #9 & 10, Ch. 16, KEPCO, 1982
- 9) N.J. Cho and Lawrence M. Grossman; "Optimal control for xenon spatial oscillations in load follow of a nuclear reactor", Nuclear Sci. and Eng.; 83, 136-148, 1983
- 10) A.T. Chiang and W. D. Beckner; "A Reformulation of the xenon optimal control problem using lambda modes", Proc. Conf. Computational Methods in Nuclear Eng., CONF-750413, ANS, 1975



- 11) J. J. Duderstat and L. J. Hamilton; "Nuclear reactor analysis". John Wiley and Sons Inc., 1976
- 12) W.H. Yoon; "Time-optime control of xenon-induced axial power oscillations in PWR". MS Thesis, Korea University, 1983
- 13) D. E. Kirk; "Optimal control theory", prentice Hall, New Jersey, 1970