

제한된 View에서의 산란 데이터의 역산에 의한 회절 단층영상법

최 종 호 · 최 종 수

=Abstract=

Limited View Diffraction Tomography by Inversion of Scattered Data

Jong-Ho Choi, Jong-Soo Choi

In this paper a new "limited view frequency correlation algorithm" for diffraction tomography is proposed.

In this algorithm the problem of limited view sampling is solved by spectrum of spatial frequencies of refractive index.

This algorithm is very important in a view of reduction of scanning time and improvement of considerably higher image quality object reconstruction.

1. 서 론

초음파를 의용계측에 응용한 것은 1950년 경으로 되어 있으나 생체에 대해 무해, 무통하며 검사대상에 노약자, 소아 등의 구별이 없는 점, 등의 특징때문에 tissue-characterization으로 향한 연구의 중요성이 인식되어 가고 있다. 이의 대표적인 예가 초음파 C.T. (ultrasonic computed tomography)라 할 수 있겠다.

통상 초음파 C.T.에서는 파가 직진한다는 것으로 가정하여 X선 C.T. 알고리즘을 적용하고 있으나 X선에 비해 초음파를 쓸 경우에는 굴절에 의해 재생오차가 생기게 된다. 이의 보정법으로 ray tracing법¹⁾이 있으나 초기재생 굴절을 분포에 대해 파의 전파경로를 구하는 과정 및 얻어진 전파경로에 대해 ART로 재생치를 구하는 과정을 반복하는 방법이므로 계산량이 복잡하며 해의 수렴성의 면에서 일반적으로 적용한은 용이하지가 않다. 한편 광학의 분야에서는 굴절율을 재생하는 방법으로 기하광학의 기초방정식인 아이코날 방정식에 섭동법을 적용하여 재생치를 구하는 방법이 제

안되어 있다. 본 논문에서는 역산란의 해를 Rytov's approximation을 이용하여 구하며, 피검체의 기하특성 및 산란파의 측정과정에서 요구되는 작은 주사범위, 어떤 제약된 조건이나 시간을 절약하기 위하여 제한된 데이터를 얻어야 할 경우 생기는 데이터의 결핍을 보정하는 알고리즘을 제안한다. 필자는 제한된 view에서 얻은 정보에 주파수 상관법에 의한 굴절율의 공간 주파수 스펙트럼을 이용하면 완전한 주사에 의한 화상에 수렴할 수 있다는 가능성을 제시하며, 주사시간을 감소시키므로 해서 종래의 초음파 CT와는 다른 새로운 기술을 제안하고자 한다.

2. Limited view Frequency Correlation Algorithm

(1) 산란 데이터의 역산

Inhomogenous medium에서 음파의 전파를 기술하는 미분방정식은 hydro-dynamic equation으로부터 유도하면 다음의 식 (1)을 얻는다.

$$\nabla^2 \phi(\vec{r}) + k_0^2 N(\vec{r}) \phi(\vec{r}) = 0 \quad (1)$$

피검체에 의해서 일어나는 산란특성을 기술하기 위해 파동방정식 (1)의 해를 아이코날 또는 optical length라고 불리우는 양 $\phi(\vec{r})$ 을 도입하여 다음과 같이 둔

<1984. 6. 1 접수>

중앙대학교 전자공학과

Dept. of Electronics Eng., Chung Ang University

다.

$$\psi(\bar{r}) = \exp\{ik_0\phi(\bar{r})\} \quad (2)$$

식 (2)를 식 (1)에 대입하면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$ik_0^{-1}\nabla^2\phi - (\nabla\phi)^2 + N^2 = 0 \quad (3)$$

식 (3)에 $N=1+N_1$, $\phi=\phi_0+\phi_1$ 이라 놓고 ϕ_0 는 섭동이 없는 매질에서의 아이코날이라 하여 식 (3)에 대입하고 고차항을 무시하면 다음의 (4) 식과 같이 나타난다.

$$\nabla^2\phi_1 + k_0^2\phi_1 = i_2k_0N_1 \quad (4)$$

식 (4)의 해를 얻기 위해 inhomogenous part가 Dirac-delta함수를 갖는다고 하여 Green함수를 도입하면 그림 1의 좌표계하에서 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_1(x_0, y_0, \theta) = & -\exp\{-ik_0\phi_0(x_0, y_0, \theta)\} \\ & \frac{k_0}{2} \iint N_1(x, y) \exp\{ik_0\phi_0(x, y, \theta)\} \\ & H_0(k_0, r) dx dy \end{aligned} \quad (5)$$

단, H_0 는 Hankel function이며

$$r = \sqrt{(x - x_0 \cos\theta + y_0 \sin\theta)^2 + (y_0 - x_0 \sin\theta - y_0 \cos\theta)^2}$$

이다.

$N_1(x, y)$ 에 대한 역산²⁾은 주파수 영역에서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{N}_1(U, V) = & -\frac{u}{2\pi k_0} \exp\{i(k_0 - u)X_0\} \cdot \\ & \hat{\phi}_1(x_0, v, \theta) \end{aligned} \quad (6)$$

단, \hat{N}_1 , $\hat{\phi}_1$ 은 각각의 후리에 변환이며, X_0 는 피검체의 중심에서 수신기까지의 거리이다. 또한 $U = (u - k_0) \cos \theta - v \sin \theta$, $V = (u - k_0) \sin \theta + v \cos \theta$, $u^2 + v^2 = k_0^2$ 이다.

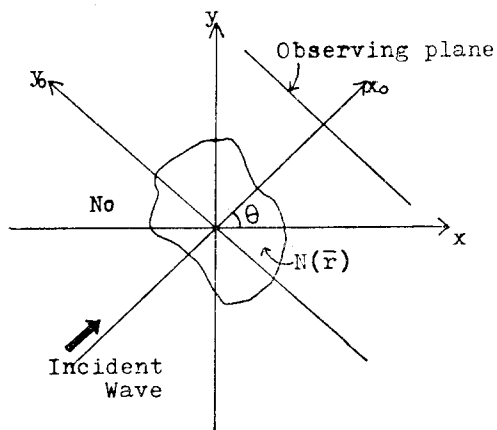


Fig. 1. Geometry for application of Rytov's method

(2) Frequency Correlation Function

직각 좌표계에 피검체가 위치되어 있는 경우 굴절율은 x, y, z 의 random함수로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$N(x, y, z) = N_0 + \mu N_1(x, y, z) \quad (7)$$

단, N_0 는 평균값이며 μN_1 은 표준편차 μ 를 가지고 변하는 양이다.

피검체의 산란특성은 식 (7)에도 관계되지만 다음의 식에도 의존적이다.

$$f(\xi, \eta, \zeta) = \langle N_1(x, y, z) N_1(x+\xi, y+\eta, z+\zeta) \rangle \quad (8)$$

식 (8)은 굴절율이 불규칙하게 변하는 부분의 자기상관 함수이며 피검체의 irregularity에 관한 유용한 정보를 제공해 주고 있다. 이러한 자기상관 함수는 피검체의 irregularity에 관계되는 여러가지 형태의 함수 즉 Gaussian form, exponential form, Kaman form 등으로 나타낼 수 있다.

$N(x, y, z)$ 를 결정하는 확률밀도의 형태와 자기상관 함수의 형태는 서로 의존적이며, Gaussian form은 다양한 산란의 경우 많은 피검체의 자기상관 함수와 유사하므로 본 논문에서는 자기상관 함수가 Gaussian form에 관계되는 2차원의 경우를 고려한다.

$$f(\xi, \eta, \zeta) = \mu^2 \exp\{-s^2/r_0^2\} \quad (9)$$

단, $s^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$ 이며 r_0 는 irregularity scale size이다.

전파방향에 전치되는 굴절율의 공간주파수 스펙트럼은 자기상관 함수의 후리에 변환으로써 정의³⁾된다.

$$F(v_1, v_2) = (2\pi)^{-2} \iint f(\xi, \eta) \exp\{-i(v_1\xi + v_2\eta)\} d\xi d\eta \quad (10)$$

Irregularity scale size r_0 는 굴절율의 공간주파수 스펙트럼 즉 투영치의 형태를 결정하는 요소로써 다음의 기법에 의해 결정한다.

$$f(z) = \sum_{k=1}^K P_k f_k(z) + ax + by + c \quad (11)$$

$z = x + iy$

단, P_k 는 스칼라양이며, $f_k(z)$ 는 측정된 view에서의 투영치로써 base function으로써 고려된다.

식 (11)은 surface-fitting technique에서 통상 사용되는 관계식이며, 2-D데이터의 표현에는 Yoram Bar-am⁴⁾에 의해 제안된 placement technique을 사용한다.

각각의 view에서의 irregularity scale size는 위의 과정에 의해서 구한 2-D데이터를 projection함수에 의해

구할 수 있다.

(3) 3 D피검체의 구성

그림 2와 같이 평면파를 피검체에 입사시킨 후에 산란파 ϕ 를 x_0 에서 측정하면 이의 진폭과 위상은 y 의 함수로써 나타나며 피검체를 회전시키므로 해서 많은 $\phi^{(n)}$ 을 얻을 수 있다. 그러나 산란파를 적당히 표현하기 위해서는 각각의 파장에서 샘플링해야 하므로 샘플링시간이 길어짐으로 인해 계산시간이 길어지며 큰 기

역용량을 필요로 한다. 따라서 산란데이터는 제한된 view에서 측정됨이 바람직하다.

피검체를 회전시킨다는 의미에서 웨이브 벡터를 회전시킴에 의해서 그림 2의 2-D 후리에 평면 위에서 위상정수를 샘플링한다.

제한된 view에서 측정된 산란데이터에 샘플링된 위상정수들을 곱해 줌에 의해 그림 3의 2-D 평면 위에 위치시킨다. 산란 데이터가 측정되지 않은 view에서는 식 (10)에 의해 표현된 굴절율의 공간 주파수 스펙트

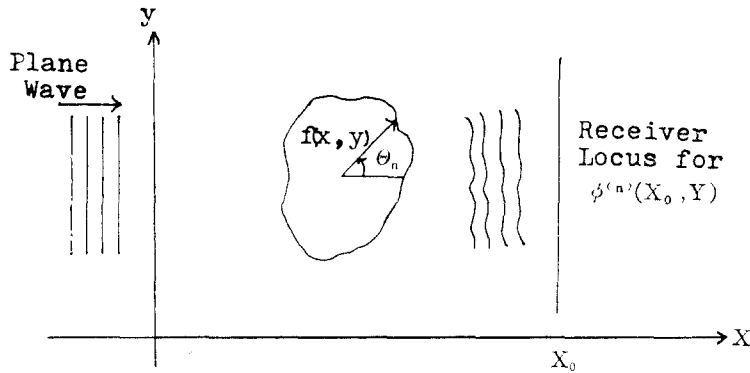
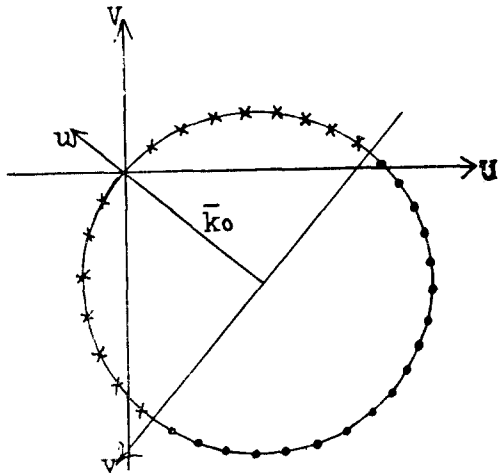


Fig. 2. Measurement of scattered data



×××× Data from Transmission Scan
 Data from Reflection Scan

Fig. 3. The measured profile is fourier transformed and after multiplying by a phase factor is placed along a circle in the 2-D Fourier plane

림에 위상정수를 곱함에 의해 각각의 투영치를 구할 수 있다. 즉 $U-V$ 점에 대한 각각의 투영치는 측정된 데이터나 또는 굴절율의 공간 주파수 스펙트럼에 대응되는 웨이트를 곱함에 의해 얻을 수 있으며, 기존의 C.T. 알고리즘을 적용하여 3-D 물체의 정량적 평가를 유도할 수 있는 화상을 얻을 수 있다.

Computer Simulation 결과 및 검토

제안된 알고리즘의 유효성을 검증하기 위해 simulation에 사용된 데이터는 다음과 같다. 피검체에 굴절율이 2-D로 분포되어 있는 경우를 가정하여 사용된 초음파의 주파수는 2.5MHZ, 피검체의 중심축상에서 수신기까지의 거리는 10cm로 하였다. 또한 음장은 엄밀히 파동방정식에 근거를 두어 산출해야 하나 view를 제한하는 경우에 phantom에 어느 정도까지 수렴할 수 있는가를 확인하는데 있으므로 음장은 모두 기하광학에 근거를 두어 산출한다. 계산기 속에서의 재생면의 화소수를 64×64 로 하고 샘플수는 각 view에 대해 64개로 하였다. 그림 4의 flow Chart에 따라 simulation한 결과는 다음과 같다.

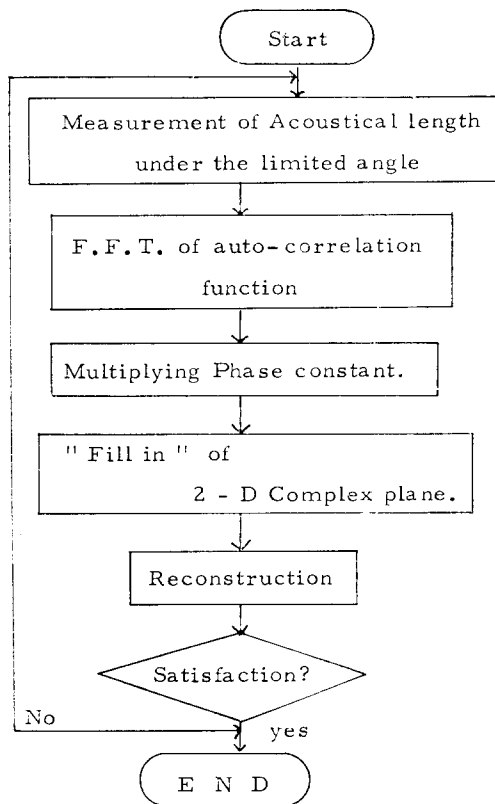


Fig. 4. Flow chart for computer simulation

[결과 1]

본 알고리즘을 적용하기 위한 예로써 그림 5-a와 같이 굴절율이 1.02인 정사각형안에 굴절율이 1.06인 정사각형이 내부에 존재한다고 가정하였다.

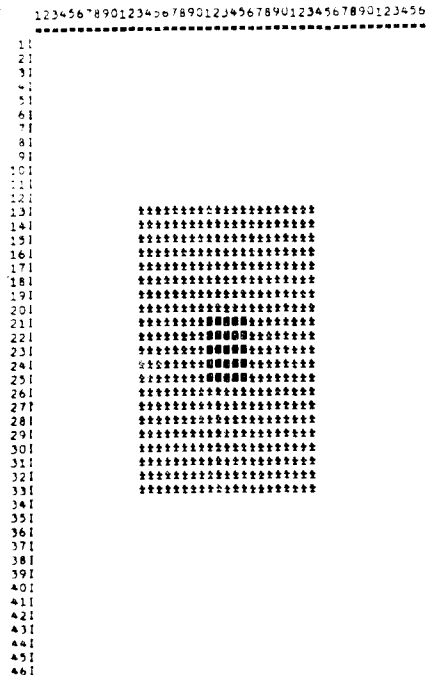


Fig. 5-a. Phantom

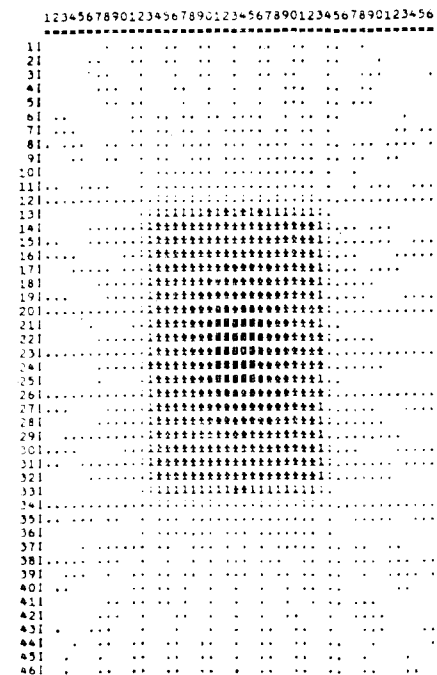


Fig. 5-b. The simulated image by 40 views

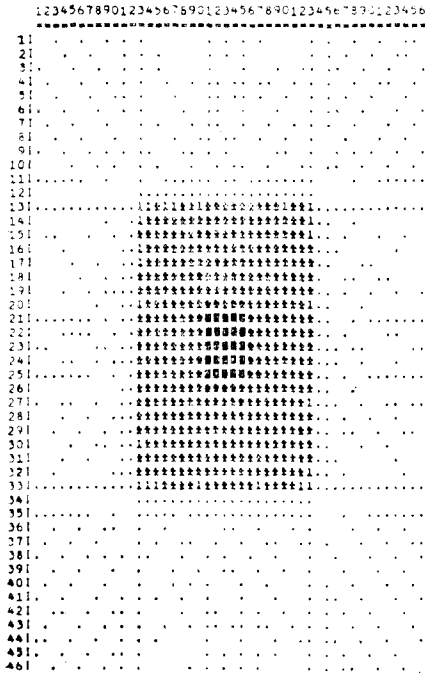


Fig. 5-c. The simulated image by 20 views

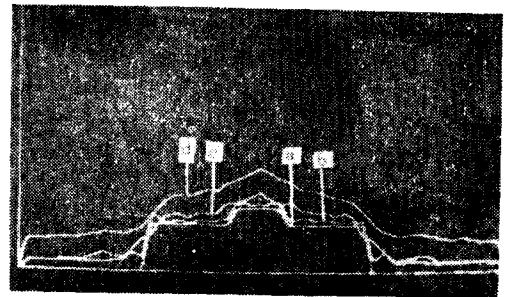


Fig. 5-e. The profile of acoustical length in reconstructed image by quantization.
a) phantom b) 40 view c) 20 view d) 8 view

[결과 2]

그림 6-a와 같이 굴절율이 1.02인 타원안에 굴절율이 1.06인 타원을 phantom으로 하였다.

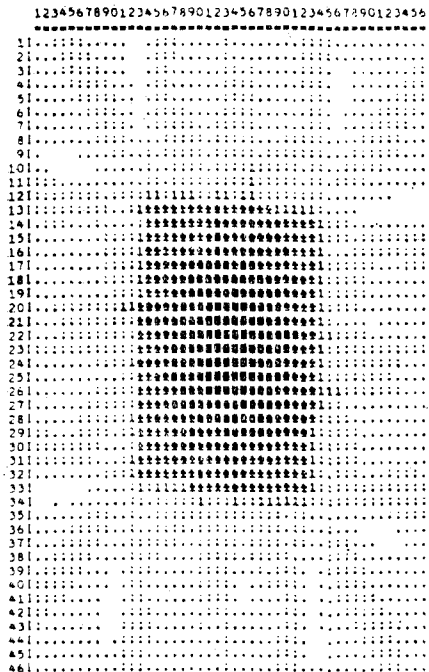


Fig. 5-d. The simulated image by 8 views

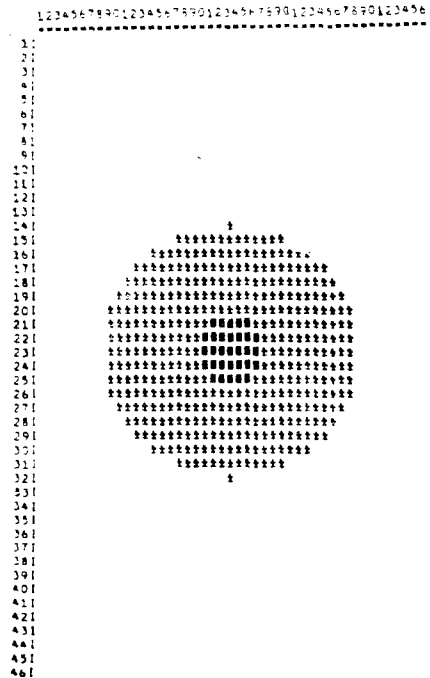


Fig. 6-a. Phantom

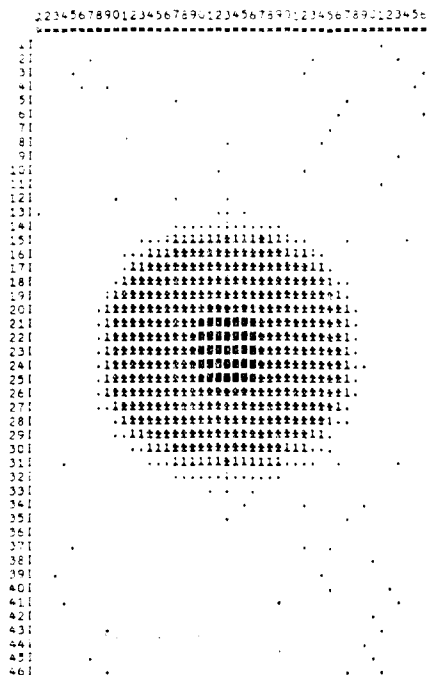


Fig. 6-b. The simulated image by 40 views

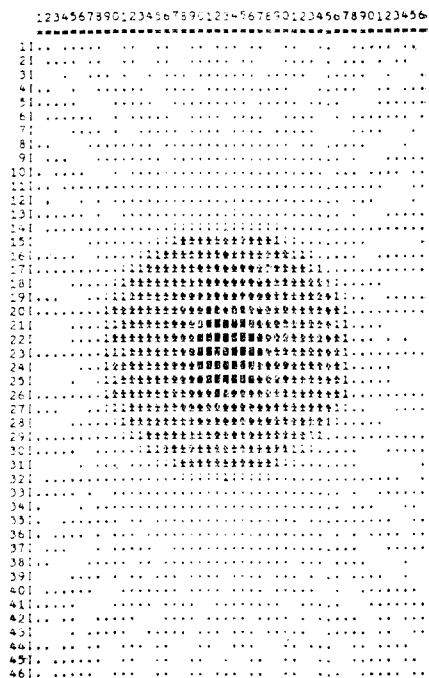


Fig. 6-d. The simulated image by 8 views.

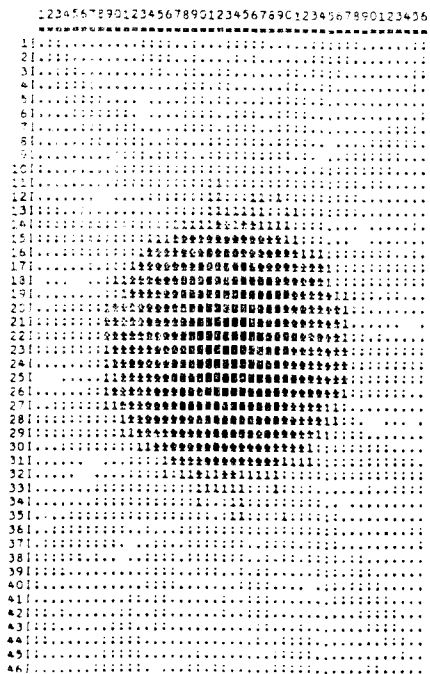


Fig. 6-c. The simulated image by 20 views

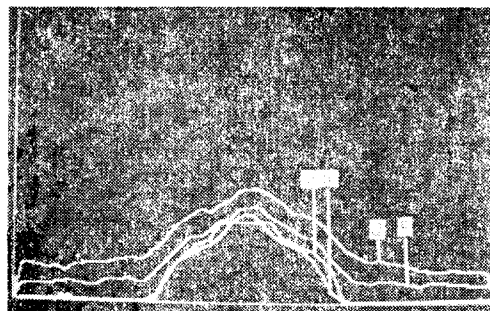


Fig. 6-e. The profile of acoustical length in reconstructed image by quantization.
a) phantom b) 40 view c) 20 view d) 8 view

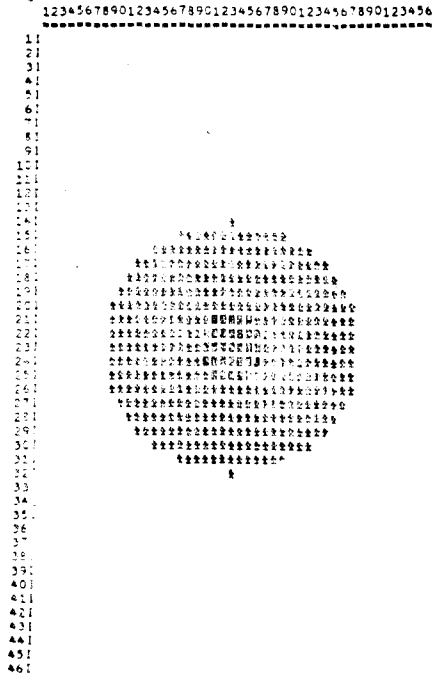


Fig. 7-a. Phantom

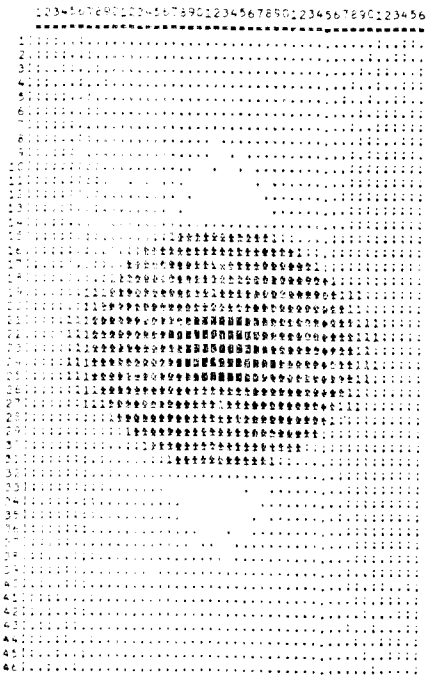


Fig. 7-b. The simulated image of real part

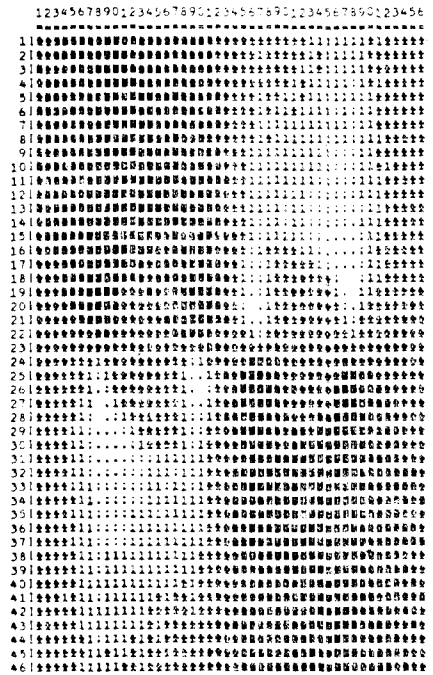


Fig. 7-c. The simulated image of imaginary part

이상의 실험결과를 통하여 제한된 view하에서 측정된 정보에 제한된 알고리즘을 적용하면 완전한 스캐닝에 의한 화상에 수렴할 수 있다는 가능성을 보였다. 그러나 그림 7-b와 7-c에서 보듯이 실수에 의해 재구성된 상은 아직 거리감이 있다. 따라서 피검체에 관한 정확한 정보를 얻기 위해서는 품질에 의해 확산, 수렴하는 파의 진폭에 미치는 영향을 보정할 필요가 있다고 생각한다.

4. 결 론

제한된 view하에서 측정된 정보에 자기상관 함수의 공간 주파수 스펙트럼을 적용하면 이러한 정보로부터도 만족할만한 단층상을 얻을 수 있다는 알고리즘을 제안하였다.

이 기술은 C.T. Scanner에서 주사시간의 단축 및 화질의 개선등에 큰 의미를 갖게 한다. 이상의 토론은 기하광학에 근거를 두었으나 앞으로는 기하광학 근사를 가정하지 않고 직접 파동방정식으로부터 해를 구하는 방법을 고찰할 필요가 있다고 생각한다.

「아울러 상기의 연구는 1983년 한국과학재단의 기관
책무로써 승인된 연구비에 의한 것으로 본지를 빌어
감사를 드린다.」

참 고 문 헌

- 1) Johnson, S.A.: *Reconstruction of the three dimensional velocity fields and other parameters by acoustic ray tracing, ultrasonic symposium proceedings IEEE. Cat.*, pp.46~57. 1975.
- 2) Iwata, K. and Nagata, R.: *Calculation of refractive index distribution from inteferograms using Born and Rytov's approximation, J. Appl. Phys.* 14, 1975.
- 3) Uscinski, B.J.: *The elements of wave propagation in random media, McGraw-Hill International Book Company*, pp.12~48. 1957.
- 4) Yoram Baram: *On two-dimensional data representation by radial base functions, IEEE. Trans. Acoustics, speech and signal processing, vol. Ass p-32, No.1, February 1984.*
- 5) Kenue, S.K. and Greenleaf, J.F.: *Limited angle multifrequency diffraction tomography, IEEE. Trans. sonics and ultrasonics, vol. su-29, No.6, July 1982.*