

<論 文>

열전달에 의한 비가역성을 고려한 열기관 성능 해석[†]

김 성 진* · 정 평 석** · 노 승 탁***

(1984년 8월 29일 접수)

Analysis of a Heat Engine with the Irreversibility by the Heat Transfer

Seong Jin Kim, Pyung Suk Jung and Sung Tack Ro

Abstract

An analysis has been performed for the internally reversible heat engine with the finite heat transfer rate. In the heat engine operating between two fluid streams, there exist the optimum temperatures at which the engine has maximum power. The optimum values can be expressed in terms of the temperatures of the heat source and sink. The condition for the maximum power can be explained as the minimum entropy generation by the finite heat transfer rate.

기 호 설 명

- A : 면적
- \dot{C} : Capacity rate
- \dot{Q} : 열플럭스
- T : 온도
- U : 열관류율
- \dot{W} : 출력
- ΔT_m : 로그평균온도차
- $\dot{\theta}$: 생성엔트로피
- η : 효율

하첨자

- H : 고온열원
- L : 저온열원

- h : 작동유체의 고온부
- l : 작동유체의 저온부
- c : 카노사이클

1. 서 론

동력을 발생시키는 여러가지 열기관은 이에 대응하는 사이클을 도입하여 해석할 수 있다. 이러한 사이클 해석에서는 에너지를 효과적으로 사용하기 위한 방안 또는 효과적인 사용의 척도로서 적절한 효율을 정의하게 되는데 대부분의 경우 공급된 에너지에 대한 발생 일의 비를 효율로 정의한다.

두 일정한 온도의 열원 사이에서 얻을 수 있는 최대 효율이 카노사이클 효율임을 잘 알려져 있으며 많은 경우 이것을 실제 열기관에서 얻을 수 있는 이상적인 효율로 생각하고 또 추구하고 있다. 그러나 실제 열기관이 두 등온사이에서도 카노사이클과 같은 효율을 가질 수는 없으며 이것은 단순히 열전달 과정에서의 열

[†]1983년도 대한기계학회 추계학술대회(11.5)발표

*서울대학교 대학원

**정회원, 서울대학교 대학원, 현재 영남대학교 공과대학

***정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

손실 또는 기계적인 일로 변환될 때의 마찰손실 때문인 것으로 취급한다^(1,2). 그러나, 이론적인 효율에 도달하기 위해서는 이 외에도 사이클내에서의 비가역성을 없애기 위하여 작동유체의 상태가 시스템의 완화시간(relaxation time)에 비하여 천천히 변화하여야 하며 열기관의 수열부 온도 T_h 와 방열부 온도 T_l 이 각각 고온열원 및 저온열원의 온도 T_H, T_L 과 동일하여서 각각의 온도차가 없어야 한다(Fig. 1 참조). 이것을 열전달 측면에서 보면 열관류율(overall heat transfer coefficient)이나 열전달 면적이 유한한 경우에는 단위 시간 동안의 열전달량 \dot{Q}_H 와 \dot{Q}_L 자체가 0이 되며 따라서 출력 \dot{W} 도 0이 되는 결과가 된다.

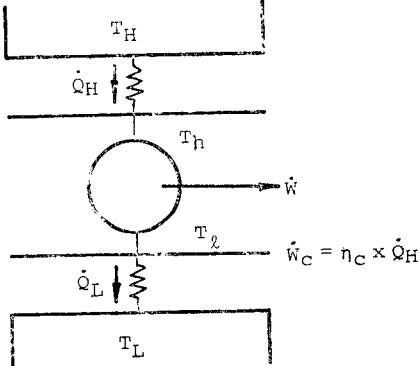


Fig. 1 Heat engine between heat source and sink

그러나 실제 열기관에서는 출력이 중요한 역할을 하며 에너지의 효율적 이용이라는 면만 강조된 카노사이클 효율은 실제 열기관에서 추구해야 하는 효율이 아님은 분명하다. 또한 열역학 제 1법칙에 의한 열효율을 높이는 것만이 이론적으로나 실질적으로 추구하는 최적상태가 아님은 잘 알려진 사실이다⁽²⁾⁽³⁾.

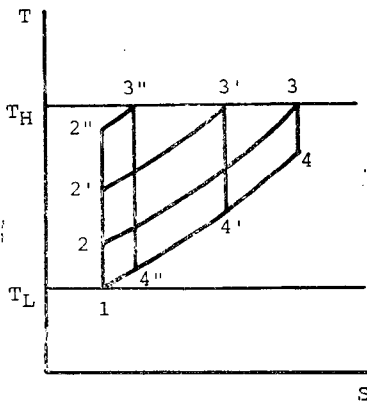


Fig. 2 Brayton-Joule cycle

예를 들어 Fig. 2의 Brayton-Joule 사이클에서 사용 가능한 최대온도 T_H 와 최저온도 T_L 이 정하여져 있는 경우, 단열압축후의 온도가 T_H 에 도달하면 제 1법칙적인 효율은 카노효율로서 최대값을 가지나 사이클당 일은 사실상 0이 된다. 반면에 효율은 조금 떨어지나 적당한 압축비가 존재하여 T - S 선도상의 사이클 면적이 최대가 되는 1-2'-3'-4'-1에서 사이클당의 최대일이 발생됨을 알 수 있다⁽²⁾⁽³⁾.

따라서 실제 동력 발생장치에 사용되는 사이클은 장치의 크기를 고려한 파라미터의 선정이 필요하며, 여기서는 열전달에 의한 비가역성을 고려할 때의 열기관 사이클을 출력에 중점을 두어 해석하고자 한다. 그리고 비가역성에 의한 엔트로피 생성량과 출력과의 관계도 살펴볼 것이다.

2. 카노사이클의 최대출력

유한 열용량을 가진 유동열원과 열교환을 하여 일을 발생시키는 Fig. 3과 같은 카노열기관을 생각해 보자. 이 열기관은 내부적으로는 가역 열기관이나 열원과 열교환을 할 때 온도차이때문에 생기는 비가역성으로 인해 외부적으로는 비가역 열기관이다.

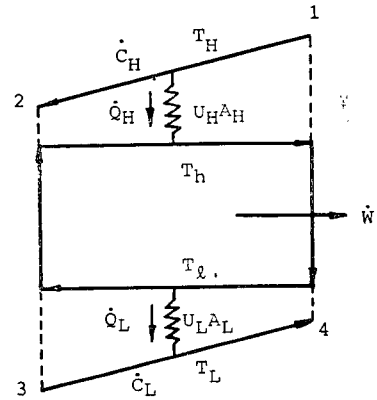


Fig. 3 Carnot cycle with thermal resistance between the heat sources and the engine

여기서 고온열원은 고정온도 T_1 에서 사이클의 수열 온도 T_h 인 작동유체로 열플럭스 \dot{Q}_H 를 주면서 T_2 로 온도가 낮아지고, 저온열원은 T_3 에서 사이클의 방열 온도 T_l 인 작동유체로부터 열플럭스 \dot{Q}_L 를 받아 T_4 로 온도가 상승한다.

이때 에너지의 가장 효율적인 이용은 비가역성이 없

어야 하므로 열전달은 등온으로 일어나야 하고 따라서 T_h 는 T_H 에, T_l 은 T_L 에 접근하여야 한다. 그러나 열관류율과 열전달 면적의 곱 $U_H A_H$ 와 $U_L A_L$ 이 유한하게 주어진 열기관에서는 카노사이클로의 열플럭스가 0이 되고 따라서 출력도 0이 된다. 반대로 사이클로의 수열온도 T_h 가 낮아져서 T_l 과 같아지는 경우 카노사이클을 통과하는 열플럭스는 많으나 비가역성의 결과로 출력은 역시 0이 된다. 이 출력이 0이 되는 두 극한(효율 최대와 효율 0이 되는 작동조건) 사이에 적절한 T_h 에서 출력이 최대가 되는 운전조건이 존재하게 된다. 이에 대한 실제 계산을 하여 보자.

단위시간당 출력은 고온부와 저온부의 열플럭스 차이 즉,

$$\dot{W} = \dot{Q}_H - \dot{Q}_L \quad (1)$$

이고, 열관류율 U , 열전달 면적을 A 로 표시하면 열플럭스는

$$\dot{Q}_H = \dot{C}_H(T_1 - T_2) = U_H A_H \Delta T_{mH} \quad (2a)$$

$$\dot{Q}_L = \dot{C}_L(T_4 - T_3) = U_L A_L \Delta T_{mL} \quad (2b)$$

이 된다. 이때 ΔT_m 은 로그평균온도차 (LMTD)로서

$$\Delta T_{mH} = (T_1 - T_2) / \ln[(T_1 - T_h) / (T_2 - T_h)] \quad (3a)$$

$$\Delta T_{mL} = (T_4 - T_3) / \ln[(T_l - T_3) / (T_l - T_4)] \quad (3b)$$

이므로 식 (2), (3)에서 T_2 와 T_4 를 T_h 와 T_l 의 함수로 나타낼 수 있다.

$$T_2 = T_h + (T_1 - T_h) \exp(-U_H A_H / \dot{C}_H) \quad (4)$$

$$T_4 = T_l - (T_l - T_3) \exp(-U_L A_L / \dot{C}_L) \quad (5)$$

또 카노사이클은 내부적으로 엔트로피의 생성 $\dot{\theta}_s$ 가 없으므로

$$\dot{\theta}_s = \frac{\dot{Q}_L}{T_l} - \frac{\dot{Q}_H}{T_h} = 0 \quad (6)$$

즉

$$T_l = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{Q}_H} T_h = \frac{\dot{C}_L(T_4 - T_3)}{\dot{C}_H(T_1 - T_2)} T_h \quad (7)$$

가 얻어진다. 이제 식 (4), (5) 및 식 (7)로부터 T_2 , T_4 , T_l 을 T_h 의 함수로 표시하여 식 (2)에 대입하면 \dot{Q}_H 와 \dot{Q}_L 이 T_h 만의 함수로 나타나고 이것을 다시 식 (1)에 대입하면 출력 \dot{W} 를 T_h 만의 함수로 나타낼 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} H &= [1 - \exp(-U_H A_H / \dot{C}_H)] \cdot R \\ L &= 1 - \exp(-U_L A_L / \dot{C}_L) \\ B &= H + L \\ R &= \dot{C}_H + \dot{C}_L \end{aligned} \quad (8)$$

라 하면 출력은 다음과 같이 나타난다.

$$\dot{W} = \dot{C}_H H (T_1 - T_h) \left[\frac{B(T_1 - T_h) - L(T_1 - T_3)}{B(T_1 - T_h) - L T_1} \right] \quad (9)$$

식 (9)를 T_h 에 대하여 그림으로 나타내면 Fig. 4와 같이 적당한 T_{hm} 에서 극대값을 갖는다.

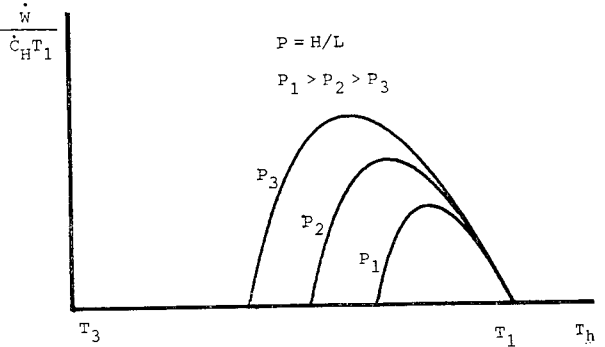


Fig. 4 Cycle net work as a function of the heat reception temperature

최대출력 조건을 찾기 위하여 식 (9)를 T_h 로 미분하여 0으로 두면 T_{hm} 와 T_{lm} 은 각각

$$T_{hm} = \frac{H\sqrt{T_1} + L\sqrt{T_3}}{H+L} \sqrt{T_1} \quad (10a)$$

$$T_{lm} = \frac{H\sqrt{T_1} + L\sqrt{T_3}}{H+L} \sqrt{T_3} \quad (10b)$$

이 되고, 최대출력은 다음과 같다.

$$\dot{W}_{max} = \frac{\dot{C}_L H L}{B} (\sqrt{T_1} - \sqrt{T_3})^2 \quad (11)$$

또 이때의 효율은

$$\eta_{wmax} = 1 - \frac{T_{lm}}{T_{hm}} = 1 - \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{1/2} \quad (12)$$

로 되어 U, A 또는 열원의 열용량 등에 무관하게 고온 열원과 저온열원의 입구온도만에 의하여 결정되며 카노효율 ($\eta_c = 1 - T_3/T_1$)에 비하여 작은 값을 갖는다.

위의 출력을 나타내는 식 (9)에서 T_h 를 효율 η 의 함수로 치환하면

$$\dot{W} = \frac{\dot{C}_L H L T_1}{B} \left[\frac{\eta(\eta_c - \eta)}{1 - \eta} \right] \quad (13)$$

으로 나타나며 Fig. 5와 같다.

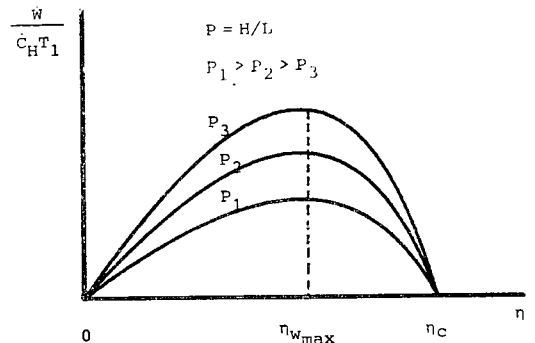


Fig. 5 Cycle net work as a function of the thermal efficiency

위의 결과를 고온열원과 저온열원의 열용량이 무한히 커서 열교환에 따른 온도변화가 없는 특수한 경우에 대하여 적용시키면 식 (10)과 (12)에서

$$T_{h,m} = \frac{U_H A_H \sqrt{T_H} + U_L A_L \sqrt{T_L}}{U_H A_H + U_L A_L} \sqrt{T_H} \quad (14a)$$

$$T_{l,m} = \frac{U_H A_H \sqrt{T_H} - U_L A_L \sqrt{T_L}}{U_H A_H + U_L A_L} \sqrt{T_L} \quad (14b)$$

$$\eta_{w,max} = 1 - \left(\frac{T_L}{T_H} \right)^{1/2} \quad (15)$$

이 얻어지며 이 결과는 Curzon과 Ahlborn이 얻은 결과와 일치한다^{(5),(6)}.

3. 카노사이클의 최대출력과 생성엔트로피

3.1. 최대출력과 생성엔트로피

외부와 열교환을 하여 일을 발생시키는 열기관을 생각하면 모든 과정을 가역적으로 진행시켰을 때 최대일을 얻을 수 있다. 그러나 앞서도 언급했듯이 열전달 과정 또는 기계적인 일로 변환시키는 과정이 어느 정도 비가역성을 포함하게 되므로 실제 얻을 수 있는 일은 가역적인 일보다 작게 된다. 이때 비가역성으로 인한 손실일 즉 가역적인 일과 실제일과의 차는

$$\dot{W}_{lost} = \dot{W}_{rev} - \dot{W} \quad (16)$$

이고, 이 손실일은 생성엔트로피에 비례하므로

$$\dot{W}_{lost,0} = T_0 \dot{\theta}_s \quad (17)$$

과 같이 나타낼 수 있다⁽⁷⁾. 여기서 T_0 는 열기관과 열교환을 하는 주위 열원의 온도를 나타낸다.

위 두 식을 결합하여 단위시간당의 변화율로 표시하면

$$T_0 \dot{\theta}_s = \dot{W}_{rev} - \dot{W} \quad (18a)$$

또는

$$\dot{W}_{rev} = \dot{W} + T_0 \dot{\theta}_s \quad (18b)$$

이므로 \dot{W}_{rev} 이 일정한 경우 출력최대조건은 생성엔트로피가 최소가 되는 조건과 일치하게 됨을 알 수 있다. 여기서 출력최대가 되는 조건과 생성엔트로피가 최소가 되는 조건이 일치함을 Fig. 3의 카노사이클에 대하여 살펴보겠다.

3.2. 열원과 카노사이클 사이의 열교환에 의한 생성엔트로피

Fig. 3의 열원과 열기관사이에서 열이 전달될 때 생성되는 엔트로피를 생각해 보자. 일반적인 생성엔트로피는 다음식으로 나타낼 수 있다.

$$\dot{\theta}_s = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\dot{C}_H}{T_H} dT_H + \int_{T_3}^{T_4} \frac{\dot{C}_L}{T_L} dT_L$$

$$= \dot{C}_H \ln \frac{T_2}{T_1} + \dot{C}_L \ln \frac{T_4}{T_3} \quad (19)$$

여기서 \dot{C} 는 열용량율을 표시한다.

그러나 2장에서도 설명하였듯이 이 생성량을 최소로 하는 조건은

$$T_h = T_1, \quad T_l = T_3 \quad (20)$$

가 되고 이때 사이클은 카노효율을 가지게 되나 주어진 열원을 충분히 사용하지 못하고 버리는 경우가 된다. 즉 사실상 열전달량이 없는 경우가 되며, 출력은 $\dot{W}=0$, 엔트로피생성량 $\dot{\theta}_s=0$ 이 된다.

이번에는 고온열원이 고정온도 T_1 에서 작동유체로 열플럭스 \dot{Q}_H 를 주면서 T_2 로 온도가 낮아지고 저온열원은 T_3 에서 작동유체로부터 열플럭스 \dot{Q}_L 를 받아 T_4 로 온도가 상승한 후에는 두 열원을 사용하지 못하는 것을 고려하여 가상적으로 열이 고온열원(T_2)에서 저온열원(T_4)으로 직접 흘러 두 열원의 온도가 같아질 때까지 열원끼리 열교환을 한다고 생각해 보자. 이 때의 생성엔트로피는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_s = & \dot{C}_H \ln \frac{T_2}{T_1} + \dot{C}_L \ln \frac{T_4}{T_3} + \dot{C}_H \ln \frac{T_L}{T_2} \\ & + \dot{C}_L \ln \frac{T_L}{T_4} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서

$$T_l = \frac{\dot{C}_H T_2 + \dot{C}_L T_4}{\dot{C}_H + \dot{C}_L} \quad (22)$$

이고, 식 (21)의 우변에 있는 뒤의 두 항이 열원끼리 열교환을 할 때의 가상적인 엔트로피생성량을 나타낸다.

식 (21)을 정리하면

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_s = & (\dot{C}_H + \dot{C}_L) \ln \frac{\dot{C}_H T_2 + \dot{C}_L T_4}{\dot{C}_H + \dot{C}_L} \\ & - \dot{C}_H \ln T_1 - \dot{C}_L \ln T_3 \end{aligned} \quad (23)$$

가 되고 식 (4), (5) 및 (7)을 이용하여 T_2 와 T_4 를

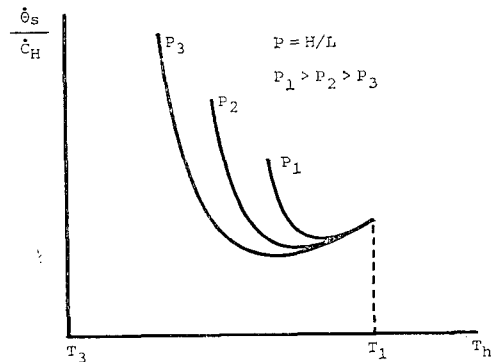


Fig. 6 Entropy generation as a function of the heat reception temperature

T_h 의 함수로 표시하여 식 (21)에 대입하면 엔트로피 생성량 $\dot{\theta}$ 는 T_h 만의 함수가 되며 이를 Fig. 6에 나타내었다.

이 엔트로피 생성량이 최소가 되는 조건을 구하기 위해 식 (21)을 T_h 에 대하여 미분하여 0으로 놓으면

$$T_h = \frac{H\sqrt{T_1} + L\sqrt{T_3}}{H+L} \sqrt{T_1} \quad (24a)$$

$$T_l = \frac{H\sqrt{T_1} + L\sqrt{T_3}}{H+L} \sqrt{T_3} \quad (24b)$$

$$\eta_{\dot{\theta}, \min} = 1 - \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{1/2} \quad (25)$$

가 되어 출력최대조건에서 얻은 결과와 같게됨을 알 수 있다. 즉 식 (21)과 같이 엔트로피 생성량을 적절히 나타내면 엔트로피 생성량이 최소가 되는 조건은 출력이 최대가 되는 조건과 일치하게 된다.

4. 결 론

초기온도가 주어진 고온열원과 저온열원사이에서 작동하는 열기관은 효율이 최대일 때 출력이 0이되므로 효율최대조건은 실제 작동조건 또는 설계조건과는 거리가 멀며 오히려 출력최대조건이 중요한 역할을 한다. 출력은 이러한 열기관뿐만 아니라 다른 경우에도 주어진 동력발생장치의 적절한 운전조건에서 그 극대값이 존재하며 특히 카노사이클의 경우 출력최대조건에서의

열효율은 열용량과, 사이클과 열원사이의 열관류율이 일정하다면 단순히 $1 - \sqrt{T_{hi}/T_{Li}}$ 의 형태로 나타난다. 그리고 이 출력최대조건은 생성엔트로피가 최소가 되는 조건과 일치하게 된다.

참 고 문 헌

- (1) G.J. Van Wylen and R.E. Sonntag, *Fundamentals of Classical Thermodynamics*, 2nd ed, pp.170~195, Wiley, New York, 1973
- (2) B.D. Wood, *Applications of Thermodynamics*, Ch. 1, Addison-Wesley, 1969
- (3) R.W. Haywood, *Analysis of Engineering Cycles*, 3rd ed., Ch.6, Pergamon Press, 1980
- (4) 노승탁, 열역학의 기본법칙과 에너지의 효율적 이용(II), 대한기계학회지, 제 23권, p.30, 1983
- (5) F.L. Curzon, B. Ahlborn, Efficiency of a Carnot Engine at Maximum Power Output, *American J. of Physis*, Vol. 43., p.22, 1975
- (6) M.H. Rubin, Optimal Configuration of a Class of Irreversible Heat Engines. (I), (II), *Physical Rev.*, A19, p.1272, 1979
- (7) A. Bejan, Entropy Generation through Heat and Fluid Flow, Ch.2, John Wiley & Sons, 1982