

<論 文>

固體粒子가 浮上된 벤츨리管流動의 解析

成 亨 鎭* · 鄭 明 均*

(1983年 10月 27日 接受)

Analysis of Turbulent Gas-Particle Suspension Flows in a Venturi

Hyung Jin Sung and Myung Kyoon Chung

Abstract

A "two-fluid" equation model has been applied for predicting gas-solid suspension flows through a Venturi tube. In the "two-fluid" equation model, the bulk motion of the particles is considered as a continuum whose governing equation is obtained by averaging the conservation equations over a volume and expressing the equations in differential forms. Closure of the time-mean equations is achieved by modeling the turbulent correlations with an extended mixing-length theory. Proposed closure model is found to aptly simulate the dependency of the static pressure drop on the particle size, flow rate and the loading ratio.

記 號 說 明

- a, b : 常數
- D : 管의 直徑
- D_t : 목(throat) 部의 直徑
- d_p : 固體粒子의 直徑
- F_{pi} : Stokes 의 抵抗力
- l_f : 第1 流體의 混合距離
- P : 壓力
- R : 管의 半徑
- Re : Reynolds 數
- Re_p : 固體粒子의 Reynolds 數 $(= \frac{\rho_f(\bar{U}_p - \bar{U}_f)d_p}{\mu})$
- St : Stokes 數 $(= \rho_s d_p^2 \bar{U} / 18\mu D_t)$
- t^* : Stokesian relaxation time $(= \rho_s d_p^2 / 18\mu)$
- t_i : Lagrangian integral time
- \bar{U}, \bar{V} : 軸方向과 半徑方向의 管의 平均速度
- u', v' : 軸方向과 半徑方向의 亂流搖動速度
- x, r : 軸과 半徑座標
- z : 負荷度 $(= \bar{\rho}_p / \rho_f)$
- α : 單位體積當 固體粒子의 體積率 $(= \bar{\rho}_p / \rho_s)$

- $\delta_{.99}$: 境界層두께(管의 半徑)
- ϵ : 渦粘性係數
- ν : 層流動粘性係數
- κ, λ : 모델常數
- $\bar{\rho}_f$: 第1 流體의 密度
- ρ_s : 固體粒子의 密度
- $\bar{\rho}_p$: 第2 流體의 密度
- σ_ϕ : Schmidt 數

下添字

- d : 下流
- eff : 有效
- f : 第1 流體
- g : 固體粒子가 없는 氣體
- p : 第2 流體
- s : 固體粒子
- u : 上流

1. 序 論

* 正會員, 韓國科學技術院 機械工學科

動過程에서 많이 일어나고 있다. 그중 微細한 粒子의 空氣運搬(pneumatic transport)은 重要한 部分을 차지하며, 이 固體粒子運搬量(mass flow rate)의 適切한 測定器機로서 簡單한 벤츨리관을 使用할 수 있는지의 疑問은 오래前부터 提起되어 왔다. 이에 對한 實驗的 研究는 Carlson, Frazier 와 Engdahl⁽¹⁾과 Farbar⁽²⁾가 있으며, 最近에는 Lee 와 Crowe⁽³⁾가 벤츨리관에 對한 尺度法則(scaling law)을 찾는 實驗研究를 遂行하였다.

이에 對한 數值的 研究로서 Sharma 와 Crowe⁽⁴⁾는 準 1次元 固體粒子의 浮上流動 模型을 세워 벤츨리관 流動을 解析하였다. 이들은 數值計算을 爲한 1次元 流動體積(cell)을 流動方向에 따라 微小한 크기로 設定하고, 이에 對한 質量保存과 流動方向의 流動量保存方程式을 세울때, 固體粒子 때문에 생기는 質量效果를 氣相流動에 對한 質量과 流動量的 源泉項(source term)으로 보았다. 이 境遇 Stokes의 抵抗力(Stokesian drag force)이 氣相流動의 流動量에 對한 主된 源泉項이며 壁面에서의 摩擦에 依한 流動量損失은 無視하였다. 같은 方法으로 Lee 와 Crowe⁽³⁾는 數值計算을 2次元 流動으로 擴張시켰으며, 이 境遇 必要한 2次元 微小體積內에 있는 固體粒子들이 氣相流動에 對한 質量 및 流動量的 源泉項으로 作用한다고 보아, Particle Source in Cell (PSI-Cell) 모델이라고 불렀다.

이에 反해 固體粒子群의 流動을 第2의 流體(secondary fluid)의 흐름으로 보고, 固體粒子를 실어 나르는 氣相流動(第1流體, primary fluid)과 이 第2流體 사이에 서로 質量과 運動量的 傳受가 있다고 보는(即 相互作用이 있다고 보는) 2流體모델(two-fluid model) 方法이 있다⁽⁵⁾. 이 方法을 利用하여 Di Giacinto 등⁽⁶⁾이 2次元 오리피스와 같이 2次元 닥트의 窄狹한 部分을 通過하는, 固體粒子가 적게 浮上된 層流空氣流動을 理論적으로 解析하였다. 이들은 Reynolds 數가 $10^2 \sim 10^4$ 區間에서 Stokes 數와 固體粒子의 負荷度(gas-particle loading ratio)가 壓力降下에 미치는 影響을 考察하였다.

固體粒子가 浮上된 亂流流動에 對한 解析은 지금까지 壁面境界가 없는 제트流動에 對하여 遂行되었는데, Melville 와 Bray⁽⁷⁾는 混合距離모델(mixing-length model)로서, Elghobashi 와 Abou-Arab⁽⁸⁾은 第1流體의 亂流運動 에너지(k)와 그에 對한 消滅率(ϵ)을 支配하는 方程式을 誘導함으로써, 2相流動에 對한 2-方程式 模型($k-\epsilon$ model)을 開發하여 亂流제트流動을 解析하였다.

한편, Choi 와 Chung⁽⁹⁾은 처음으로 이러한 2流體 모델 方法을 壁面境界가 存在하는 2相亂流流動으로 圓管에 適用하였으며, 粒子의 크기가 작고, 粒子負荷가 작을 때, 粒子와 氣體의 流動速度가 같다는 平衡流動(equilibrium flow) 假定下에 修正된 混合距離모델(mixing-length model)을 利用하여 解析하였다.

本 研究에서는 이러한 2流體方程式모델을 Stokes의 抵抗力 뿐만 아니라^(3,4) 壁面의 影響을 함께 考慮하여 벤츨리관에서의 靜壓降下가 空氣流量과 固體流量, 그리고 粒子의 크기에 어떻게 依存하는가를 解析하였다. 本 研究의 數值解析結果를 Farbar⁽²⁾와 Lee 와 Crowe⁽³⁾의 實驗과 比較하였으며, 滿足할 만한 一致를 얻었다.

2. 解析方法

2.1. 保存方程式

浮上된 固體粒子의 負荷도가 작고(dilute), 粒子의 크기도 상당히 작은 境遇, 이 固體粒子는 運搬流體(conveying fluid), 即 第1流體(primary fluid)에 完全히 浮上되어 서로 같은 速度를 가지는 平衡流動(equilibrium flow) 狀態로 假定할 수 있다.

그러나 粒子의 크기가 比較的 커지면, 이러한 平衡流動狀態가 될 수 없다. 따라서, 이 境遇 固體粒子들의 流動相을 다른 하나의 連續體相(第2流體)으로 볼 수 있다. 2流體 모델에 依한 接近方式은 第1流體와 第2流體 사이에 서로 質量과 運動량을 相互交換하고 있다고 간주한다.

2次元 管流動을 支配하는 2流體 모델의 連續方程式과 平均亂流項을 包含하는 運動量方程式은 附加質量效果를 無視하는 境遇 다음과 같이 整理할 수 있다⁽¹⁰⁾.

第1流體

$$\cdot \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{V}_f) = 0 \quad (1)$$

$$\cdot \bar{\rho}_f \bar{U}_f \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial x} + \bar{\rho}_f \bar{V}_f \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \bar{\rho}_f \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\nu_f \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} - \overline{u_f' v_f'} \right) \right\} + \frac{F_{pi}}{(1-\alpha)} \quad (2)$$

第2流體

$$\cdot \bar{U}_p \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x} + \bar{V}_p \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{\rho_p' v_p'}) - \bar{\rho}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial x} - \frac{\bar{\rho}_p \bar{V}_p}{r} - \bar{\rho}_p \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial r} - \frac{\partial}{\partial x} (\overline{\rho_p' u_p'}) \quad (3)$$

$$\cdot \bar{\rho}_p \bar{U}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial x} + \bar{\rho}_p \bar{V}_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} = -\alpha \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\nu_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} - \overline{u_p' v_p'} \right) \right\} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{U_p \rho_p' v_p'})$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}(2\bar{U}_p \overline{\rho_p' u_p'}) - F_{pi} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \cdot \bar{\rho}_p \bar{U}_p \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial x} + \bar{\rho}_p \bar{V}_p \frac{\partial \bar{V}_p}{\partial r} = & -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (2r \bar{V}_p \overline{\rho_p' v_p'}) \\ & -\frac{\partial}{\partial x} (\bar{V}_p \overline{\rho_p' u_p'}) - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\rho}_p' \overline{u_p' v_p'}) \\ & -\frac{\partial}{\partial x} (\bar{U}_p \overline{\rho_p' v_p'}) - \frac{1}{t^*} [(\bar{V}_p - \bar{V}_f) \bar{\rho}_p] \quad (5) \end{aligned}$$

第2流體를 構成하는 粒子의 形態는 球形이고, 크기는 均一하며, 또한 粒子間의 衝突은 없다고 假定한다. 만일 單位體積當 固體粒子들이 차지하는 體積率(volume fraction, $\alpha = \bar{\rho}_p / \rho_s$)이 대단히 클 境遇는 第1流體의 單位體積當 質量으로 定義되는 變化를 考慮해야 하나, 本 研究에서 다루고 있는 流動에서는 $\bar{\rho}_p / \rho_s < 3 \times 10^{-3}$ 이므로 $\bar{\rho}_p$ 는 一定($\bar{\rho}_p = \rho_p$)하다고 보는, 第2流體의 密度變化만 考慮하였다⁽⁷⁾.

式 (2)와 式 (4)의 右邊 마지막 項은 第1流體와 第2流體의 速度差에 依하여 發生하는 Stokes의 抵抗力이다. 이는 粒子의 Reynolds數 Re_p 가 700보다 작은 境遇,

$$F_{pi} = \frac{\bar{\rho}_p (\bar{U}_p - \bar{U}_f)}{t^*} + \frac{2.7 \rho_f \bar{\rho}_p (\bar{U}_p - \bar{U}_f)^2}{d_p \rho_s} Re_p^{-0.313} \quad (6)$$

이며⁽¹⁰⁾, 여기서 t^* 는 Stokesian relaxation time으로 $t^* = \rho_s d_p^2 / 18\mu$ 이다.

式 (1)에서 式 (5)를 誘導하는 過程에서, $\overline{\rho_p' u_p' v_p'}$ 와 $\overline{\rho_p' v_p'^2}$ 는 3次擴散傳達項으로서 制御體積內의 運動量平衡을 이루는데 있어서 다른 項들에 比較해서 相對的으로 크기가 적으며, 또한 正確한 情報가 缺如되어 있으므로 無視하였다.

2.2. 亂流傳達項들에 대한 모델設定

支配方程式 (1)~(5)를 數值的으로 解析하려면 亂流傳達項들의 모델이 必要하다. 이 모델方法에 對해서는 Choi와 Chung⁽⁹⁾에 자세히 言及되어 있으므로, 여기서는 簡單하게 結果들만 整理하기로 한다.

벤츨리管內의 流動은 流動의 方向에 따라 流動斷面積이 縮小되거나 擴大되는 것으로서, 各各의 斷面에 따라서 \bar{U}_f , \bar{U}_p , \bar{V}_p 그리고 $\bar{\rho}_p$ 의 分布가 다르다. 이들 各各 4個의 亂流項들에 對한 모델은 簡單한 勾配모델方法으로서, Boussinesq의 渦粘性係數 모델을 適用하였다.

$$\overline{u_p' v_p'} = -\epsilon_f \frac{\partial \bar{U}_f}{\partial r} \quad (7)$$

$$\overline{u_p' v_p'} = -\epsilon_p \frac{\partial \bar{U}_p}{\partial r} \quad (8)$$

$$\overline{\rho_p' v_p'} = -\frac{\epsilon_p}{\sigma_\phi} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial r} \quad (9)$$

$$\overline{\rho_p' u_p'} = -\frac{\epsilon_p}{\sigma_\phi} \frac{\partial \bar{\rho}_p}{\partial x} \quad (10)$$

여기서 ϵ_f 와 ϵ_p 는 第1流體와 第2流體의 스칼라渦粘性係數(eddy viscosity)이며, σ_ϕ 는 Schmidt의 擴散係數로서 本 解析에서는 0.7을 使用하였다.⁽⁷⁾ 그러므로 ϵ_p / σ_ϕ 는 바로 第2流體의 渦擴散係數(eddy diffusivity)이다. 이들 ϵ_f 와 ϵ_p 에 對한 亂流모델은 이미 Choi와 Chung⁽⁹⁾이 開發하여 固體粒子가 부상된 空氣의 管流動을 成功的으로 解析하였기 때문에 本 研究에서도 이를 引用하여 使用한다.

Owen⁽¹¹⁾에 依하면, 純粹한 氣體流動에 작은 크기의 粒子가 부상되어 있으면, 粒子들 表面에서 氣體流動의 亂流에너지의 消滅로 因하여, 氣體流動의 渦粘性係數는 減少하게 된다고 했다. 그는 이 減少率을 定하기 위하여 氣體와 固體의 부상流動에서 亂流平衡(turbulence equilibrium)을 假定하여 定하였다. 亂流에너지의 生成은 第1流體에 依해서만 일어나며 亂流에너지 消滅은 第1流體와 第2流體 모두에 依해서 일어난다는 假定으로부터

$$\frac{\epsilon_f}{\epsilon_{f0}} = 1 / \left(1 + \frac{\bar{\rho}_p}{\rho_f} \right)^{1/2} \quad (11)$$

의 關係式을 誘導하였다. 여기서 ϵ_{f0} 는 固體粒子가 부상되어 있지 않을 境遇의 渦粘性係數이다. 이에 比較하여 Choi와 Chung⁽⁹⁾은 Boothroyd⁽¹⁰⁾의 實驗의 觀察에 依據하여

$$\frac{\epsilon_f}{\epsilon_{f0}} = \left(1 + \frac{\bar{\rho}_p}{\rho_f} \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} / 1 + \frac{\bar{\rho}_p}{\rho_f} \right)^{1/2} \quad (12)$$

의 關係式을 誘導하였다.

위의 두 研究에서 第2流體에 依한 亂流에너지 生成率과 消滅率에 對한 모델은 第1流體에서의 相應하는 項들의 形態를 取하여 單純하게 假定하였다. 그러나 氣體와 固體粒子의 부상流動에 對해서 理論的으로 誘導한 亂流運動에너지 k 의 支配方程式에 依하면⁽⁸⁾, 第2流體에 依한 k 의 生成率은

$$\rho_f \nu_t \left(\frac{k}{\epsilon} \right) \frac{d}{dr} \left\{ \nu_t \frac{d}{dr} \left(\frac{\bar{\rho}_p}{\rho_s} \right) \right\} \left(\frac{d\bar{U}}{dr} \right)^2$$

에 比例하며, 消滅率은 第1流體와 第2流體의 相對速度에 比例하므로 混合距離모델을 이들에 適用하여 다음과 같이 平衡關係를 單略化시켰다.

$$\begin{aligned} \rho_f u_f l_f \left[1 + 1.02 l_f^2 \frac{d^2(\bar{\rho}_p / \rho_s)}{dr^2} \right] \left(\frac{d\bar{U}}{dr} \right)^2 \\ = 0.147 \rho_f \frac{u_f^3}{l_f} + C_{pe} \frac{\bar{\rho}_p}{t^*} u_f (u_f - u_p) \quad (13) \end{aligned}$$

여기서 u_f, u_p, l_f 는 第1, 第2 流體의 亂流特性值들이며 左邊의 둘째項과 右邊의 첫째項은 Elghobashi와 Abou-Arab⁽⁸⁾의 모델方程式에서 使用한 係數들과 等方消滅率 ϵ 에 對한 非粘性評價式($\epsilon=0.08k^{3/2}/l_f$), 그리고 $k=\frac{3}{2}u_f^2$ 을 適用하여 얻은 結果이다⁽¹²⁾. 또한 $C_{\rho\epsilon}$ 는 $O(1)$ 程度의 값을 갖는 常數이다. 위의 關係에서 左邊의 두번째 項은 數值的으로 대단히 작은 값이므로 無視하고 $\epsilon_f \equiv u_f l_f$ 와 $\epsilon_{f0} \sim l_f^2 \left| \frac{\partial U}{\partial r} \right|$ 의 關係를 利用하면 浮上粒子에 依하여 減少되는 渦粘性係數의 比는 다음으로 表示되어진다.

$$\frac{\epsilon_f}{\epsilon_{f0}} = 1 / \left\{ 1 + C_{\rho\epsilon} \frac{\bar{p}_p}{\rho_f} \frac{l_i}{t_i^*} \left(1 - \frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} \right) \right\}^{1/2} \quad (14)$$

第1 流體流動에서의 渦粘性係數로서, 一般的으로 使用되고 있는 混合距離모델을 다음 形態로 適用하였다.

$$\epsilon_{f0} = \kappa^2 (R-r)^2 \mathcal{D}^2 \left| \frac{dU}{dr} \right|, \quad (R-r) \leq \frac{\lambda \delta_{.99}}{\kappa} \quad (15)$$

$$= \nu_f a R e^b, \quad (R-r) \geq \frac{\lambda \delta_{.99}}{\kappa} \quad (16)$$

여기서 \mathcal{D} 는 Van Driest damping function이며, $a=0.005$, $b=0.9$ 그리고 $\kappa=0.41$ 이다. $\delta_{.99}$ 는 境界層의 두께를 나타내는 것으로, 여기에서는 管의 半徑(R)이며, λ 는 式 (15)와 式 (16)이 부드럽게 連結되도록 定하였다.⁽¹²⁾ Choi와 Chung⁽⁹⁾에 依하면

$$\frac{\epsilon_p}{\epsilon_f} = 1 / \left\{ 1 + \left(\frac{t_i^*}{t_i} \right)^2 \right\} \quad (17)$$

의 關係式이 管流動을 解析할 때 가장 實驗値와 一致함을 알 수 있다. 여기서 t_i 은 Lagrangian integral time 으로서 Melville과 Bray⁽⁷⁾는 $t_i = l_f^2 / \epsilon_f$ 로 하였다. 管의 中心部에서 $l_f \sim \lambda \delta_{.99}$ 와 ϵ_f 는 一定한 값을 가지며, 따라서 式 (17)에 依하면 ϵ_p 도 一定한 값이 된다. 그러나 壁주위에서는 l_f 가 減少하므로 式 (17)에서 보면 ϵ_p / ϵ_f 도 壁에 接近함에 따라 減少하게 되지만 Soo⁽¹³⁾의 理論의 그리고 實驗的 結果에 依하면 ϵ_p / ϵ_f 가 壁面 주위에서도 거의 一定한 값을 가지므로 本 研究에서는 ϵ_p / ϵ_f 가 壁面 주위에서도 中心部와 같은 一定한 값을 갖는 것으로 한다⁽⁹⁾.

한편 第2 流體의 層流와 亂流의 動粘性係數의 比는 Choi와 Chung⁽⁹⁾에 따라

$$\frac{\nu_p}{\epsilon_p} = \frac{\nu_f}{\epsilon_f} \quad (18)$$

의 關係式을 利用하였다.

3. 數值解析方法

本 方程式의 數值解析을 爲하여 Patankar와 Spald-

ing의 forward marching technique이 使用되었다⁽¹⁴⁾. 座標變換은 第1 流體의 連續方程式에서 誘導되는 流線函數로 各 亂流偏微分方程式을 變換(Von Mises transformation) 하였으며, 이 境遇 V_f 는 自動消滅된다.

管流動에서 Von Mises의 座標變換으로 管徑의 變化에 따라 Fig. 1과 같은 벤츄리形態의 境界條件을 滿足시킬 수 있다. 第1 流體와 第2 流體의 運動方程式의 解析에서 壓力勾配項은 forward marching 計算過程 동안 速度分布가 바뀌고, 또 벤츄리管인 境遇 流動斷面積이 바뀌기 때문에 正確한 計算이 必要하다. 그리고 境界條件으로서 實際로 주어진 半徑과 座標變換된 連續方程式을 滿足하는 半徑이, 即 計算過程에서의 流量이 같기 위한 假想半徑이 速度變化가 심할 境遇 약간의 差異가 있기 때문에 이를 保證하기 爲하여 다음과 같은 過程으로 壓力勾配를 計算한다⁽¹⁴⁾. 우선 連續方程式($\dot{m} = \rho U A$)과 運動量方程式($d(\dot{m}U) = -d(PA) - F'dx$)에서, 密度變化를 無視하면,

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{F'}{A} - \frac{\dot{m}U}{A^2} \frac{dA}{dx} \quad (19)$$

이 된다. 여기서 $d(\)$ 는 微分을 나타내며, \bar{U} 는 平均速度이다. 또 F' 는 管의 單位길이에 따라 壁面의 摩擦로 인한 힘이고, A 는 斷面積이다. 管의 길이에 따른 面積變化項은 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dx} &= \frac{A_{d,v} - A_{f,v}}{\Delta x} \\ &= \{ (A_{d,v} - A_{d,v}) + (A_{d,v} - A_{f,v}) \} / \Delta x \quad (20) \end{aligned}$$

이것은 管의 모양이 바뀔 때 따라 생기는 差異($A_{d,v} - A_{d,v}$)와 流動面積($A_{f,v}$)과 境界面積($A_{d,v}$)의 差異의 합으로 나타낸다. 여기서 U 와 D 는 上流(upstream)와 下流(downstream)의 添字이다.

다음은 벤츄리管 入口에서의 第1 流體와 第2 流體의 速度分布이다. 여기서는 벤츄리管 入口에서 流動이 完全히 確立되었다(fully developed)고 假定 하였는데, 이는 式 (2)와 式 (4)를 合하여 整理하면,

$$\frac{dP}{dx} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ (\mu_{eff,f} + \mu_{eff,p}) r \frac{d\bar{U}_f}{dr} \right\} \quad (21)$$

이 된다. 여기서 μ_{eff} 는 有效渦粘性係數로서 層流粘性

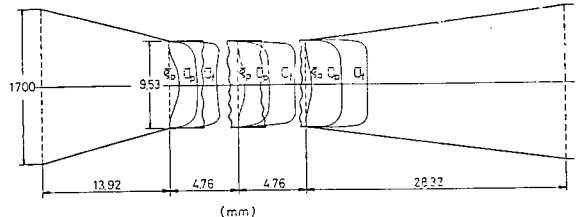


Fig. 1 Predicted distributions of \bar{U}_f, \bar{U}_p and \bar{p}_p in a Venturi

係數와 亂流粘性係數를 合한 것이다. 式 (21)에 앞節의 亂流모델 ϵ_r 와 ϵ_p 를 適用하여 積分하면 速度分布가 計算되는데, 이 境遇 dP/dx 의 決定은 積分한 速度分布가 連續方程式을 滿足할 때까지 反復(iteration)함으로써 定하였다. 第2流體의 初期速度分布도 第1流體의 初期速度分布와 같은 分布를 가지나 절대값은 \bar{U}_r 보다 조금 작게 하였다. 그리고 \bar{V}_p 의 初期速度는 없으며, \bar{p}_p 의 初期分布는 주어진 固體粒子負荷度, z 에 따라 均一하게 주어졌다($z = \bar{p}_p / \rho_f$).

壁面에서의 境界條件은

$$\bar{U}_r = \bar{U}_p = \bar{V}_p = 0, \text{ 그리고 } \frac{d\bar{p}_p}{dr} = 0 \quad (22)$$

이고, 中心線에서 軸對稱境界條件은 Patankar와 Spalding의 方法과 같은 方法으로 適用하였다⁽¹⁵⁾.

第2流體의 速度分布에서 壁面の slip value는 式(18)을 利用하여, bypassing wall function을 使用하였는데, 이는 壁面 가까운 層인 粘性底層(viscous sublayer)까지 積分하기 爲하여 壁附近의 그리드(grid)의 크기를 작게 하는 것으로서, 여기의 速度分布를 지수법칙(power law)으로 表現할 境遇, 그 指數가 1에 가까운 값이 되도록 하였다⁽¹⁴⁾.

4. 計算結果 및 討議

微細한 固體粒子가 浮上된 管流動에서 길이에 따른 壓力降下의 要因은 第1流體와 第2流體의 速度差에 依해 發生하는 Stokes의 抵抗力과 壁面에서의 摩擦에 起因하며 벤츠히리管의 목(throat)部分에서의 速度差가 크기 때문에 첫번째 要因에 依한 壓力降下가 重要하다. 이 때문에 벤츠히리管流動의 解析을 爲하여 開發한 準1次元 CONVAS(Conservative Variable and Source)모델⁽⁴⁾과 Lee와 Crowe의 2次元 PSI-Cell 모델⁽⁹⁾에서는 모두 壁面의 摩擦을 無視하였다. 그러나, 固體粒子의 크기가 대단히 微細하여 粒子速度와 流體速度가 같은 平衡流動이 될 境遇는 Stokes의 抵抗力은 存在하지 않으며, 단지 亂流剪斷應力에 依한 壓力降下만 일어난다. 벤츠히리 管流動內에서 粒子와 氣體間의 相對流速이 계속 變하기 때문에 壁面摩擦에 依한 壓力降下와 Stokes의 抵抗力에 依한 壓力降下の 程度가 位置에 따라 다르기 때문에 두가지 效果가 다함께 考慮되어야 한다.

Fig. 1은 Farbar⁽²⁾의 實驗에서 使用한 것과 같은 模型的 벤츠히리管 內에 固體粒子가 浮上되어 있을 때, 목部分에서 \bar{U}_r , \bar{U}_p , \bar{p}_p 의 分布에 對한 計算結果를 部分

別로 나누어 나타내었다($z=1, d_p=1.0 \times 10^{-5}m$). 管의 入口에서는 \bar{U}_r 와 \bar{U}_p 가 거의 같은 速度分布를 보이지만, 流動이 進行될수록, \bar{U}_p 가 \bar{U}_r 를 따라가지 못함을 알 수 있으며, 管의 목部分에서는 많은 速度差가 있다. 여기에서 \bar{U}_r 는 別로 變化가 없지만, \bar{U}_p 는 점점 增加되고 있으나, 이 보다는 \bar{p}_p 의 減少가 더욱 큼을 알 수 있다. 또 목入口에서는 中心軸에 가까와 질수록 \bar{p}_p 는 增加하는데, 이는 固體粒子가 進行方向에 따라 加速이 되어 中央으로 集結하게 되며, 이 地域에서 流動抵抗이 發生하여 오히려 第1流體의 中央速度는 조금 減少함을 보여 준다.

Fig. 2에서는 벤츠히리管의 목部分을 약간 지난 擴散部에서 같은 負荷度($z=1$)下에서 固體粒子의 크기를 變化시킨 때, 第1流體와 第2流體의 速度分布의 影響을 나타낸 것이다. 固體粒子의 크기가 작으면 작을수록 더욱 流動에 많이 浮上됨을 보여주며, 이는 相對的으로 \bar{U}_r 에도 影響을 미치게 되어 오히려 減少하게 된다.

Fig. 3은 같은 固體粒子의 크기($d_p=1.0 \times 10^{-5}m$)下에서 負荷度を 달리할 때의 速度分布의 差를 나타낸 것으로서, 負荷度의 變化는 \bar{U}_p 의 速度分布에 큰 影響을 주지 않음을 알 수 있다. Fig. 4의 \bar{p}_p 의 分布와 連

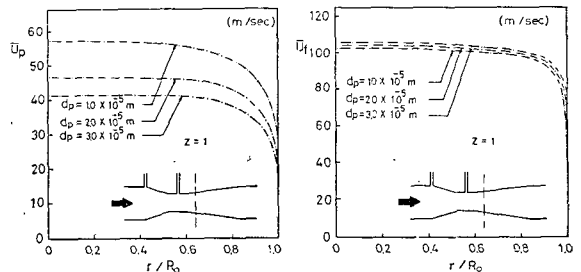


Fig. 2 Predicted distributions of \bar{U}_p, \bar{U}_r at the diffuser section in a Venturi as a function of particle diameter (for $z=1$)

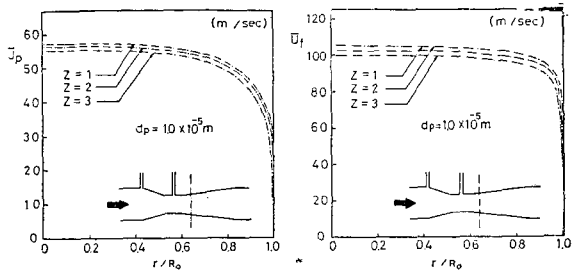


Fig. 3 Predicted distributions of \bar{U}_p, \bar{U}_r at the diffuser section in a Venturi as a function of particle loading ratio (for $d_p=1.0 \times 10^{-5}m$)

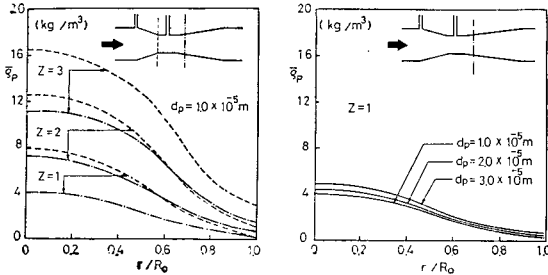


Fig. 4 Predicted distributions of $\bar{\rho}_p$ at the throat and diffuser section in a Venturi as a function of particle loading ratio and diameter (.....; at throat, -.-.-; at diffuser)

關시켜 比較해 보면, 負荷度の 增加는 대부분 固體粒子의 密度에 影響이 있음을 알 수 있다. 또한 목부와 擴散部에서 密度分布를 負荷도와 粒子크기의 變化에 따라 比較하여 보면 (Fig. 4), 管의 壁面에 가까이 갈수록 목부의 密度分布의 勾配가 더욱 크다. 이는 앞서 說明한 바와 같이 第1流體의 流動는 벤츄리管의 境界面을 따라 流動方向의 變換이 용이하지만, 第2流體는 목부의 入口에서 流動方向의 變換이 어려워서 中心軸으로 물리게 된다. 이 現象을 Channeling 效果라고 하는데, 本 數值解析에서도 이 現象이 나타남을 볼 수 있다. 그리고 擴散部の 粒子크기에 따른 密度變化도 Fig. 4에 나타나 있다.

Fig. 5는 固體粒子가 浮上된 벤츄리管 流動에서 管의 入口와 목부의 中間까지의 壓力降下를 粒子크기에 따라 나타낸 것으로서, CONVAS와 本 解析의 結果를 함께 나타낸 것이다. Crowe⁽⁵⁾의 固體浮上流動에 對한 數值解析모델에 對한 整理論文에서 言及한 바와 같이 서로 다른 크기의 粒子가 浮上되어 있는 流動을 均一 粒子크기 流動의 粒子크기 分布 (particle size distribu-

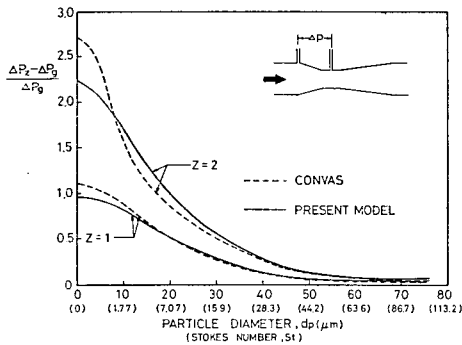


Fig. 5 Comparisons of predicted pressure drop ratios by effects of particle diameter with CONVAS⁽⁴⁾

tion)에 따른 重疊으로 假定하고 壓力損失을 計算할 수 밖에 없는 方法論的 問題때문에 本 計算結果의 正確性을 保障할 理論的인 根據가 희박한 것은 事實이다. Sharma와 Crowe⁽⁴⁾의 主張과 같이 壓力降下는 粒子의 크기가 작을수록 커짐을 알 수 있는데, 本 解析의 結果와는 粒子가 작을 境遇, 약간의 差異가 發生한다. 固體粒子가 대단히 微細한 境遇는 平衡流動이라고 볼 수 있는데, CONVAS의 結果보다 낮게 豫測하고 있다. 各各의 結果에 對한 것을 Farbar의 粒子크기 分布에 適用시켜 負荷度の 變化에 따라 壓力降下를 Fig. 6에 나타내었는데, 앞의 亂流모델에서 說明한 바와 같이 亂流모델係數, C_{μ} 를 0.7로 놓을 境遇 Farbar의 實驗結果와 가장 一致함을 알 수 있다. 이 係數를 Lee와 Crowe⁽³⁾의 實驗結果와 比較하면 (使用된 固體粒子는 glass bead 입), Fig. 7에서와 같이 약간 높게 豫測하고 있다. 그러나, Lee와 Crowe⁽³⁾의 2次元 數值 計算은 앞서 言及한 바와 같이 各 粒子크기에 對해 計

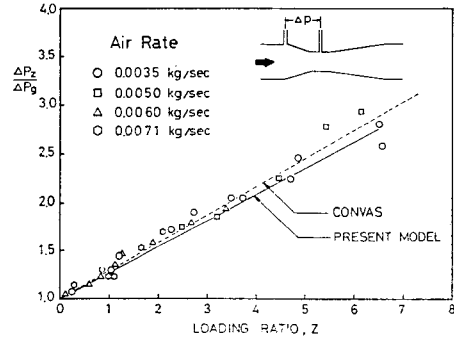


Fig. 6 Comparisons of predicted pressure drop ratios with experimental data by Farbar⁽²⁾

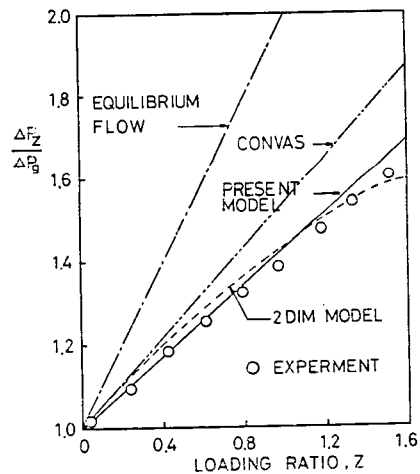


Fig. 7 Comparisons of predicted pressure drop ratios with experimental data by Lee and Crowe⁽³⁾

算을 한 後 粒子크기分布(Coulter counter)에 따라 適用한 것이 아니고, 하나의 平均粒子인 mass median 半徑의 粒子에 對해서만 適用한 것($St=3.85$)으로서 負荷도가 커질수록 壓力降下가 점점 낮아지는 傾向을 볼 수 있으며, 이는 壓縮性(compressibility)을 考慮하지 않았기 때문이라고 그들은 설명하였다.

마지막으로 Fig. 8은 벤츨리管의 목부를 지나기 前과 後의 壓力回復(pressure recovery)의 程度를 百分率로 나타낸 것이다. 粒子가 浮上되지 않는 流體에 對한 壓力回復程度(Farbar의 實驗에서 大略 80%)를 맞추기 위한 벤츨리管의 뒷 部分의 壓力測定位置는 擴散部를 훨씬 지난 곳임을 알 수 있다(流動剝離가 일어나지 않는 境遇). 이에 對해 固體粒子가 存在하면 壓力回復이 잘 안됨을 보여주고 있으며, 解析結果는 實驗과 좋은 一致를 나타낸다. 實際 parabolic 方程式의 forward marching 方法으로 數值計算을 進行하면, 流動의 剝離가 管의 擴散部에서 發生하는데, 이 境遇 流動剝離가 생기고 난 後의 壓力變化는 크지 않음을 勸案하여 이곳에서의 壓力回復을 그대로 採擇하였다.

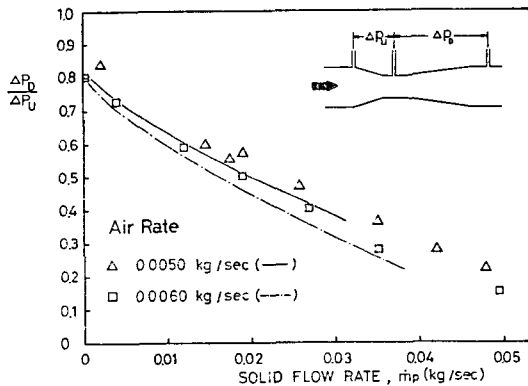


Fig. 8 Comparisons of predicted pressure recovery with experimental data by Farbar⁽²⁾

5. 結 論

本 研究에서는 固體粒子가 浮上된 2相 亂流流動을 벤츨리管에 適用시켜 數值計算을 遂行하였다.

氣相流動과 함께 流動하는 固體粒子群을 하나의 다른 連續體相으로 보는 2流體 方程式을 解析하였으며 이 境遇 使用된 亂流모델은 기존의 混合距離모델을 擴張시켜 適用하였다.

벤츨리管 流動은 管内를 通過하는 固體粒子와 氣體間의 相對速度가 계속 變하기 때문에, 2流體 方程式을 解析함으로써 各 分布를 알 수 있으며, 또 壁面摩擦에

依한 壓力降下와 Stokes의 抵抗에 依한 壓力降下の 程度가 位置에 따라 다른 效果를 모두 計算할 수 있다.

벤츨리管의 亂流流動의 壓力降下의 主要因은 固體粒子의 負荷도와 粒子의 크기이며, 負荷도가 클수록, 또 粒子의 크기가 작을수록 壓力降下가 크게 일어난다. 固體粒子의 크기가 같을 境遇, 負荷도의 變化는 粒子의 速度보다는 粒子의 密度에 더욱 影響이 있으며, 벤츨리管의 목부를 前後한 壓力回復은 固體粒子가 없는 境遇보다 적다.

參 考 文 獻

- (1) H.M. Carlson, P.M. Frazier and R.B. Engdahl, Meter for Flowing Mixtures of Air and Pulverized Coal, J. Fluids Engg., Trans. ASME, Feb., pp.65, 1948.
- (2) L. Farbar, The Venturi as a Meter for Gas-Solids Mixtures, J. of Fluids Engg., Trans. ASME, Vol. 75, pp.943-951, 1953.
- (3) J. Lee and C.T. Crowe, Scaling Laws for Metering the Flow of Gas-Particle Suspension through Venturi, J. of Fluids Engg., Trans. ASME, Vol. 104, pp.88-91, 1982, (Ph. D thesis, Washington State Univ., Pullman, WA, 1980).
- (4) M.P. Sharma and C.T. Crowe, A Novel Physics Computational Model for Quasi One-Dimensional Gas-Particle Flows, J. of Fluids Engg., Trans. ASME, Vol. 100, pp.343-349, 1978.
- (5) C.T. Crowe, Review-Numerical Models for Dilute Gas-Particle Flows, J. of Fluids Engg., Trans. ASME, Vol. 104, pp.297-303, 1982.
- (6) M. Di Giacinto, F. Sabetta and R. Piva, Two-Way Coupling Effects in Dilute Gas-Particle Flows, J. of Fluids Engg., Trans. ASME, Vol. 104, pp.304-312, 1982.
- (7) W.K. Melville and K.N.C. Bray, A Model of the Two Phase Turbulent Jet, Int. J. of Heat and Mass Transfer, Vol. 22, pp.647-656, 1979.
- (8) S.E. Elghobashi and T.W. Abou-Arab, A Two-Equation Turbulence Model for Two-Phase Flows, Phys. of Fluids, Vol. 26, pp.931-938, 1983.
- (9) Y.D. Choi and M.K. Chung, Analysis of Two Phase Turbulent Flow in Pipe with Suspension

- of Solid Particles, Trans. KSME, Vol. 5, pp. 159-169, 1981.
- (10) R.B. Boothroyd, *Flowing Gas-Solids Suspension*, Chapman and Hall, 1971.
- (11) P.R. Owen, *Pneumatic Transport*, J. Fluid Mech., Vol. 39, pp.407-432, 1969.
- (12) D.C. Leslie, *Developments in the Theory of Turbulence*, Clarendon Press Oxford, pp.304, 1973.
- (13) S. Soo, *Estimates of the Relations Between Eulerian and Lagrangian Scales in large Reynolds Number Turbulence*, J. Atmos. Sci., Vol. 20, pp.115-121, 1963.
- (14) M.E. Crawford and W.E. Kays, *A Program for Numerical Computation of Two Dimensional Internal External Boundary Layer Flows*, Rept. HMT-23, Stanford Univ. California, 1975.
- (15) S. V. Patankar and D.B. Spalding, *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*, Int. Ed., Morgan-Grampian, London, 1967.