

<論 文>

# 슬롯주위의 應力分布와 破壞舉動

—(I) 슬롯 및 노치를 갖는 平板에서의 應力分布舉動—

宋 森 弘\*·高 性 渭\*\*

(1983年 10月 14日 接受)

## Fracture Behaviour and Stress Distribution around Slot

—(I) A Study on Stress Distribution of Slotted or Notched Plate—

Sam Hong Song and Sung Wi Ko

### Abstract

In this paper, stress concentration factor and distribution of slotted or notched plate which is subjected to uniaxial tensile load are studied.

The experimental measurements have shown the following;

- (1) The stress around slot or notch of slotted or notched plate which is subjected to uniaxial tensile load is state of biaxial stress, which is mainly varied to notch radius and depth.
- (2) The stress concentration factor around slot or notch is mainly influenced by the  $\sigma_{yy}$ , it is varied with notch radius and depth.
- (3) For the notched specimen, there is a notch depth where stress concentration factor is maximum. On the other hand, for the slotted specimen, stress concentration factor increases as the notch depth increases. An investigation of the relationship between fracture and stress concentration factor due to the slot or notch will be presented on the later paper, for reference.

### 1. 緒 論

機械나 構造物에는 여러가지의 모양과 缺陷이 不連續의 存在하고 靜的 또는 반복되는 負荷를 받을 경우, 그것들은 應力集中源<sup>(1)</sup>이 된다는 것은 周知의 事實이다. 破壞事故의 대부분은 이들 應力集中源으로부터 크랙이 發生하여 傳播<sup>(2)</sup>한다고 해도 過言이 아니다. 따라서 機械나 構造物의 安全性을 確保하기 위해서는 우선, 그것들 應力集中部의 크랙發生 壽命을 가능한 범위에서 正確하게 豫測할 필요가 있고, 그 때문

에 應力集中部의 應力分布에 對한 詳細한 情報가 필요하다. 이러한 應力集中問題는 슬롯주위의 應力集中問題 및 노치주위의 應力集中問題로 크게 나눌 수 있으며, 우선 前者와 相關된 대표적인 研究의 例를 들면 다음과 같다. Frocht<sup>(3)</sup>는 引張應力下에서 슬롯을 갖는 平板을 試驗片으로 하고 슬롯길이 對 슬롯선단반지름의 比가 變化하면 應力集中係數는 變化한다고 하였고, Dixon<sup>(4)</sup>은 슬롯선단 반지름이 작은 크랙形態의 試驗片을 가지고 板幅과 슬롯선단반지름은 固定한채, 슬롯길이 對 板幅의 比를 變化시키면 應力集中係數는 變化한다고 하였다. 또 Durelli<sup>(5)</sup> 등은 슬롯선단의 모양을 半圓에서 圓까지 變化시키면서 應力集中係數를 考察하였는데, 應力集中係數는 슬롯모양의 變化에 따라 變化

\* 正會員, 高麗大學校 機械工學科

\*\* 正會員, 高麗大學校 大學院

한다고發表하였다. 한편 後者와 관련된 研究의 代表的인 例는 다음과 같다. 즉 Neuber<sup>(6)</sup>는 無限히 얇은 노치와 無限히 깊은 노치 등에 對한 應力集中係數의 變化로부터 有限노치 깊이의 應力集中係數를 구하는 소위 三角公式의 基礎를 發表하였고, Peterson<sup>(7)</sup>은 Neuber의 應力集中係數에 對한 三角公式를 利用하여 圖表를 만들었다. 또 Kikukawa<sup>(8)</sup>는 스트레인 게이지를 利用한 應力集中係數의 實驗값을 Neuber의 應力集中에 對한 理論값과 比較하고, 應力集中에 對한 Neuber의 三角公式는 다소 修正되어야 된다는 報告를 하였다. 이상과 같이 應力集中에 對한 從來의 研究資料들은 주로 슬롯이나 노치선단에서의 應力集中係數만을 다루고 있으며 슬롯이나 노치주위의 應力分布舉動에 對한 資料는 彈性理論解<sup>(9)</sup>를 除外하면 거의 찾아볼 수 없다. 특히 應力集中과 破壞舉動과의 關係를 考察해 보려는 資料도 다른 方面의 많은 研究資料에 比하면 매우 희귀하다.

한편 이상과 같은 資料와는 별도로 슬롯주위에 發生하는 破壞舉動에 對한 資料로서는, 슬롯선단부의 強度<sup>(10)</sup>, 크랙發生<sup>(11)</sup>, 傳播<sup>(12)</sup> 및 치수效果<sup>(13)</sup> 등을 論한 것과 強度와 구멍의 大小<sup>(14)</sup>, 크랙發生<sup>(15)</sup>, 傳播<sup>(16)</sup> 등을 論한 資料를 代表로 열거할 수 있다. 그런데 이러한 研究들의 內容을 詳細히 검토해 보면 슬롯 및 노치선단에 發生하는 應力集中 및 應力分布와 破壞舉動과를 직접 관련시켜 考察해 보려고 努力한 資料는 거의 찾아볼 수 없다.

따라서 本 研究에서는 上述한 點들을 考慮하고 우선 다음과 같은 事項을 考察하려고 努力하였다. 즉 슬롯 및 노치주위에는 (1) 어떤 應力들이 分布되며 應力分布舉動은 어떤 因子에 의하여 좌우되는가 (2) 어떤 應

力이 應力集中을 支配하며 應力集中現象은 어떤 因子에 의하여 좌우되는가를 주로 考察하였다. 참고로 實驗에서 노치 및 슬롯선단의 應力測定에는 실제로 機械나 構造物에 직접 사용할 수 있는 스트레인 게이지를 사용하였고 測定치의 精度를 높이기 위하여 스트레인 게이지率 校正방법<sup>(8)</sup>을 이용하였다. 참고로 노치 및 슬롯주위에 發生하는 應力集中과 破壞舉動과의 關係에 대해서는 다음에 報告하겠다.

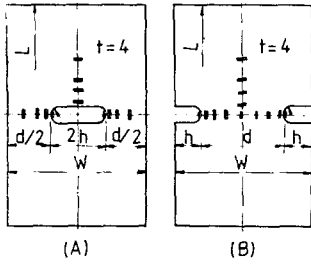
## 2. 試驗片加工 및 實驗方法

우선 스트레인 게이지로 슬롯 및 노치를 갖는 試驗片의 應力分布를 檢討하기 위하여 다음과 같은 사항을 고려하였다. 즉 試驗材料는 異方性이 적을 것, 스트레인을 測定하므로 彈性限度內에서 延伸率이 클 것, 또 加工性이 容易하고 試驗에 필요한 충분한 하중을 가할 수 있도록 比例限度가 높을 것 등이다. 따라서 上記 조건을 가능한 만족할 수 있는 材料를 選擇하려고 努力하였다. 試驗材料는 國產으로서 試驗片의 모양과 치수 기타는 Table 1 및 Fig. 1과 같다.

試驗片의 치수는 實驗機의 容量을 考慮하여 有限치수로 정하고 原材料의 壓延方向을 길이 方向으로 選定했다. 슬롯 및 노치선단반지름은 노치曲面上에 부착하는 스트레인 게이지의 크기 및 應力集中을 考慮하여  $r=3, 4, 6, 8\text{mm}$ 로 택했다. 스트레인 게이지 선정 및 부착은 다음과 같이 하였다. 즉 單軸應力狀態가 되는 슬롯 및 노치선단 曲面上에는 0.2mm 單軸게이지를 接着하였고 노치로 인하여 2軸應力狀態가 되는 主軸上에는 노치로부터 각 5mm 거리마다 各 對稱이 되는 點 모두에는

Table 1 Chemical composition, mechanical properties and dimensions of specimen

Materials	Tensile strength kg/mm <sup>2</sup>	Yield strength kg/mm <sup>2</sup>	Elongation %	Young's modulus kg/mm <sup>2</sup>	r mm	2h mm	W mm	L mm
Brass Cu : 70 Zn : 30 (A Series)	60.2	53	15.9	1.0376×10 <sup>6</sup>	4	8	111	550
					4	16	111	550
					4	26	111	550
					4	32	111	550
Carbon Steel C : 0.17 Si : 0.05 Mn : 0.47 P : 0.18 S : 0.014 (B Series)	43.8	30.6	30.9	1.9561×10 <sup>6</sup>	3	50	85	420
					4	50	85	420
					6	50	85	420
					8	50	85	420



(A) Slot specimen (B) Notch specimen  
**Fig. 1** Geometry of specimens

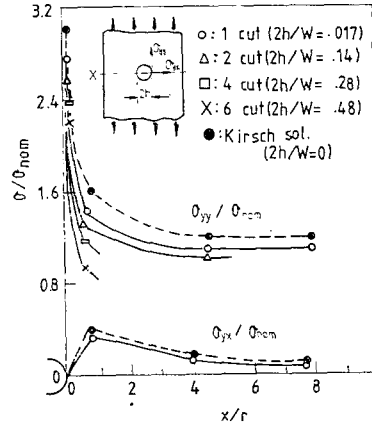
에 2mm 2軸게이지를 接着하였다. 또한 試驗片 중앙 15mm 간격으로 5mm 2軸게이지를 接着하였다. 또 應力分布測定 값은 兩對稱點에서 얻은 값의 平均이고 試驗片의 幅 및 노치깊이는 어떤 試驗片이든 共히 스트레인 게이지를 노치선단에 接觸시킨 상태에서 測定하여 5 단계로 變化시켰다. 또 스트레인을 應力으로 換算하기 위해서는 彈性係數가 필요하고, 本 實驗에서의 彈性係數값은 Hooke의 法則을 利用하여 直接 測定하였다.

또한, 本 實驗에 사용한 公稱應力  $\sigma_{nom}$ 의 크기는 最大應力이 작용하는 곳에서도 彈性限度內에 있도록 고 려하였고 이것을 基準으로 實驗하였다. 즉 黃銅試驗片 (A 材)인 경우, 彈性限度(약 40kg/mm<sup>2</sup>)를, 예상되는 最大應力集中係數( $\alpha=4$ )로 나눈 값보다 훨씬 적은  $\sigma_{nom}=6\text{kg/mm}^2$ 로 통일하여 이에 해당되는 하중을 작용시켜 實驗하였고 炭素鋼試驗片(B 材)은 彈性限度(약 28 kg/mm<sup>2</sup>)를  $\alpha=4$ 로 나눈 값보다 훨씬 적은  $\sigma_{nom}=4\text{kg/mm}^2$ 로 통일하여 實驗하였다. 이렇게 A 材와 B 材를 선택한 이유는 앞으로 破壞舉動에 미치는 단결정 및 다결정의 영향을 비교·고찰하기 위한 것이다.

### 3. 實驗結果 및 考察

#### 3.1. 구멍을 포함한 슬롯주위에 發生하는 $\sigma_{yy}$ , $\sigma_{yx}$ 의 應力分布舉動

구멍을 갖는 平板에 單軸引張應力을 가하면, 구멍선단을 除外한 구멍부근의 應力分布는 구멍으로 인하여 2軸狀態가 되는데, 本 節에서는 우선 A 材의 試驗片을 가지고 圓孔을 포함한 슬롯선단부의  $x$ 軸上에서의  $y$ 방향應力( $\sigma_{yy}$ ) 및  $x$ 방향응력( $\sigma_{yx}$ )의 應力分布에 對하여 考察하였다. 이 結果의 一部分은 이미 發表<sup>(9)</sup>한 바 있다. 우선  $\sigma_{yy}$ 에 對하여 알아 본다. Fig. 2는  $\frac{h}{r}=1$ 인 圓孔의 應力分布狀態를 나타낸다. 應力은 슬롯선단에서는 높고 선단에서 멀어질수록 減衰하는데 그것은 슬롯선단부근에서는 급격히, 그 이후는 점차 완만하게



**Fig. 2** Stress distribution of  $\sigma_{yy}$ , and  $\sigma_{yx}$  along the  $x$  axis for the  $h/r=1$ , circular hole,  $r=4.0$ <sup>(9)</sup>

감소한다. 한편,  $\sigma_{yx}$ 에 對하여도 알아보기로 한다. 먼저 圓孔  $\frac{h}{r}=1$ 인 경우의 應力分布도 Fig. 2에 함께 圖示했는데  $\sigma_{yx}$ 는 單軸應力狀態가 되는 슬롯선단부에서는 0이고, 선단에서 약  $\frac{r}{2}$ 만큼 떨어진 곳에서의 그것은 最大값을 갖는다. 그리고, 그것은 그 이후 점차적으로 감소하여 다시 0으로 수렴되는 共通點을 갖는다. 이러한 應力分布의 精度에 대해서는 既存의 應力集中에 對한 대부분의 研究들이 주로 구멍선단에서의 應力集中係數만을 다루고 있고 兩 主軸上에서의 應力分布에 對한 資料가 거의 없기 때문에 그 比較가 어려우나 圓孔의 경우는 無限平板에 對한 Kirsch<sup>(17)</sup>의 理論解가 있으므로 이것과 比較해 본다. 點線으로 表示한 Kirsch의 理論解와 實線으로 表示한 本 實驗結果와는 거의 유사하다는 것을 알 수 있다.

이상과 같은  $\sigma_{yy}$  및  $\sigma_{yx}$ 의 應力分布舉動은  $\frac{h}{r}=2, 3, 4$ 인 슬롯의 경우에도 거의 같은 경향을 나타내는데 특히 슬롯선단에서의 應力集中을 좌우하는 應力은  $\sigma_{yy}$ 임을 알 수 있다.

다음은 슬롯선단에 集中되는  $\sigma_{yy}$ 의 舉動은 어떤 因子에 의하여 좌우되는가를 알아 본다. 有限板에서의 板幅變化에 對한 應力集中係數( $\alpha$ )를 實線으로 表示하고 Howland<sup>(18)</sup>의 理論解를 點線으로 表示한다(Fig. 3). Fig. 3에서 어느 경우나 同一試驗片에서는 板幅이 減少할수록 ( $\frac{2h}{W}$ 가 增加할수록)  $\alpha$ 는 減少한다. 일 예로서 Fig. 3 중의  $\frac{h}{r}=1$ 인 圓孔에서의  $\alpha$ 는  $\frac{2h}{W}$ 의 값의 大小에 관계없이 매우 완만하게 감소하여 슬롯모양비( $\frac{h}{r}$ )가 커질수록 그것은 급격하게 감소하는 것을 알 수 있다. 이 結果는 有限平板은 兩端境勇의 영향을

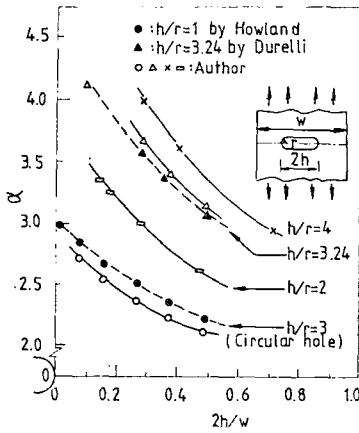


Fig. 3 Variation of notch form factor ( $\alpha$ ) at the solt tip under tension for the  $2h/W$  ratio<sup>(9)</sup>

받고 있으며 또 板幅이 감소하면 兩端境界가 중앙의 구멍에 가까워짐과 동시에, 그 영향은 커지기 때문이라 생각된다. 반면, 슬롯깊이對 板幅의 比( $\frac{2h}{W}$ )가 일정할 경우,  $\alpha$ 는  $\frac{h}{r}$ 의 大小에 따라 현저히 다르고  $\frac{h}{r}$ 의 比가 클수록 높게 나타난다. 또한  $\frac{2h}{W}$ 의 比가 작은 경우는 큰 경우보다 동일한  $\frac{h}{r}$ 의 범위내에서  $\alpha$ 는 현저히 크다는 것을 알 수 있다. 이 結果는  $\frac{2h}{W}$ 의 比가 작은 경우는  $\alpha$ 는  $\frac{h}{r}$ 에 크게 영향을 받으나  $\frac{2h}{W}$ 가 큰 경우의 그것은  $\frac{h}{r}$ 에 그다지 큰 영향을 받지 않

는다는 것을 의미한다. 이상과 같이 圓孔을 포함한 슬롯선단주위에는 2軸應力狀態인 應力  $\sigma_{yy}$  및  $\sigma_{yx}$ 가 分布되는 데, 이것들의 값은 板幅, 슬롯깊이 등에 따라 變化한다는 것을 알 수 있고 또  $\frac{2h}{W}$ 의 比가 작은 경우의 슬롯은 소위 Neuber의 얇은 노치에, 또  $\frac{2h}{W}$ 의 比가 큰 경우의 슬롯은 Neuber의 깊은 노치에 各各가깝다고<sup>(6)</sup> 생각한다.

### 3.2. 노치주위에 發生하는 $\sigma_{yy}$ , $\sigma_{yx}$ 의 應力分布舉動

本節에서는 노치주위에 發生하는  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{yx}$ 의 應力分布舉動을 考察하기로 한다. 주로 B材를 基準으로 記述하되 Table 2에는 노치반지름을  $r=3, 4, 6, 8$  mm로 變化시키고 또 노치깊이를 各各 變化시켰을 때의 應力測定값을 제시한다. 이 實驗結果中 노치반지름  $r=3$ mm인 경우만을 정리한 것이 Fig. 4이다. Fig. 4 및 Table 2에는 1 cut, 2 cut 등의 記號가 있는데 1 cut는 有限板幅의 試驗片을 첫번째로 노치깊이  $h=25$ mm 되도록 절단했다는 뜻이고 2 cut는 同一試驗片을 두번째로  $h=20$ mm로 절단했다는 뜻이다. 이하 마찬가지로의 뜻을 갖는다.

우선 노치반지름 및 노치깊이가 일정한 경우(일례로서,  $h=25$ mm인 경우)의  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{yx}$ 를 살펴보자. —○—로 表示된 曲線에서  $\sigma_{yy}$ 는  $\frac{2x}{d}=0, 0.286, 1$ 일 때 각각 11.44, 3.65, 2.59kg/mm<sup>2</sup>를 얻었는데 이 값은 노치선단( $\frac{2x}{d}=0$ )에서는 크게 나타나고 試驗片中央( $\frac{2x}{d}$

Table 2 Experimental results of  $r=3, 4, 6, 8$  for the varied notch depth

Notch radius mm	$2x/d$	1 cut $h=25$ mm		2 cut $h=20$ mm		3 cut $h=15$ mm		4 cut $h=10$ mm		5 cut $h=3$ mm	
		$\sigma_{yy}$	$\sigma_{yx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{yx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{yx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{yx}$	$\sigma_{yy}$	$\sigma_{yx}$
$r=3$	0	11.44	0	11.56	0	11.35	0	11.03	0	9.84	0
	0.286	3.65	2.16	3.83	1.99	3.96	1.83	3.88	1.39	3.93	0.90
	1	2.59	1.51	2.80	1.25	2.96	1.12	3.24	0.69	3.44	0.34
$r=4$	0	9.95	0	10.36	0	10.44	0	10.12	0	9.13	0
	0.286	3.72	2.12	3.79	2.00	3.81	1.88	3.83	1.78	3.86	1.26
	1	2.72	1.56	2.86	1.49	2.93	1.37	2.96	1.21	3.16	0.28
$r=6$	0	8.85	0	8.90	0	8.90	0	8.78	0	8.27	0
	0.286	3.83	1.77	3.87	1.73	3.95	1.66	3.94	1.46	3.95	1.15
	1	2.89	1.57	2.94	1.43	3.03	1.26	3.13	1.03	3.26	0.66
$r=8$	0	8.00	0	8.12	0	8.20	0	8.05	0	7.65	0
	0.286	3.78	1.47	3.83	1.46	3.91	1.41	4.06	1.36	4.11	1.05
	1	3.12	1.36	3.18	1.37	3.34	1.32	3.42	1.11	3.46	0.75

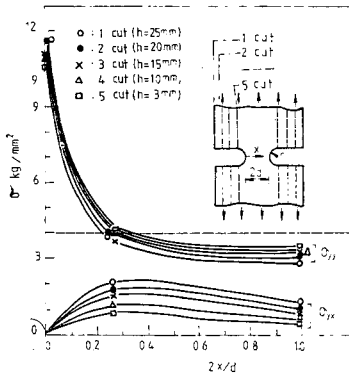


Fig. 4 Stress distribution of  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xx}$  along the  $x$  axis for  $r=3.0$

$=1$ )으로 갈수록 점차 작게 나타난다. 한편  $\sigma_{xx}$ 는  $\frac{2x}{d} = 0, 0.286, 1$  일 때 각각  $0, 2.16, 1.51 \text{ kg/mm}^2$ 를 얻었는데 이 값은 노치선단에서는 0이고 노치선단에서 멀어질수록 증가하다가 板幅中央에 가까워질수록 감소하는 경향을 나타낸다.

다음은 노치반지름이 일정하고 노치깊이만이 변화할 때의  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xx}$ 를 살펴본다. 노치깊이가  $h=25, 20, 15, 10, 3 \text{ mm}$ 로 감소함에 따라 노치선단( $\frac{2x}{d}=0$ )에서  $\sigma_{yy}$  값은 순차적으로 작아지고 板幅中央( $\frac{2x}{d}=1$ )에서의 그것은 점차 커진다. 특히 板幅中央에서의  $\sigma_{yy}$  값은  $h=r=3 \text{ mm}$ , 즉 제일 얇은 노치일 때가 제일 크게 나타난다. 한편  $\sigma_{xx}$  값은 노치깊이가 점차 감소하더라도 노치선단에서는 항상 0이고 노치선단에서부터 板幅中央에 가까워질수록 그 값은 증가하다가 감소한다. 특히 板幅中央에서의  $\sigma_{xx}$  값은  $h=25 \text{ mm}$  즉 제일 깊은 노치일 때가 제일 크게 나타난다. 이러한 결과는 노치반지름이  $r=3, 4, 6, 8 \text{ mm}$ 인 시험편인 경우에도 거의 동일한 경향을 나타내는 데(Table 2 참조)  $\sigma_{yy}$  및  $\sigma_{xx}$ 의 변화가 어떤 原因에 의하여 일어나는지에 대한 구체적인 解析은 現在로서는 매우 어려우나, 巨視的인 觀點에서의 그것은 노치깊이가 점점 얇아짐에 따라 노치주위에 分布되는 應力狀態가 2軸應力狀態에서 單軸應力狀態로 變化하고 있기 때문이라고 생각된다. 따라서 노치주위에 分布되는 應力  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xx}$  중  $\sigma_{yy}$ 는 주로 應力集中을 좌우하고 그 값은 노치깊이가 일정 때는 노치반지름이 작을수록 크게 나타나고, 노치반지름이 일정하고 노치깊이가 변화할 때의 그것은 일률적으로 변화하지 않는다. 즉 노치반지름이 일정할 때는  $\sigma_{yy}$ 의 最大값을 나타내는 最適깊이가 存在하고 있음을 예측할

수 있다. 한편, 이와 같은 경향은 슬롯시험편인 경우에도 同一하게 나타나는지의 여부에 對하여 고찰해 보 고져 한다. 우선, 最小板幅  $d$ 와 노치반지름  $r$ 을 一定 하게 할 경우,  $\alpha$ 의 舉動을 살펴보기로 하자. 종축에  $\alpha$ 를, 횡축에  $\frac{h}{r}$ 의 比를 各各 잡고 實驗結果를 정리하였다(Fig. 5). Fig. 5에서  $\text{—}\circ\text{—}$ 로 表示된 曲線은  $\frac{r}{d}=0.082$ 일 때 슬롯시험편의 結果로서  $\frac{h}{r}$ 의 比가 1, 2, 3, 24, 4로 變化함에 따라 應力集中係數  $\alpha$ 는 2.547, 2.997, 3.330, 3.448로 증가하였다. 이 結果는  $\frac{h}{r}$ 의 比가 증가함에 따라  $\alpha$ 도 함께 증가한다는 것을 意味한다고 생각된다. 반면에  $\text{—}\times\text{—}$ 로 表示된 曲線은  $\frac{r}{d}=0.114$ 일 때 노치시험편의 結果로서  $\frac{h}{r}$ 의 比가 1, 2, 3.75, 5, 6.25로 증가함에 따라 應力集中係數  $\alpha$ 는 2.280, 2.530, 2.610, 2.448로 變化한다. 따라서 應力集中係數의 最大( $\alpha=2.61$ )는  $\frac{h}{r}=3.75$ 일 때 나타난다. 이러한 경향은  $\frac{r}{d}=0.171, 0.229$ 의 경우에서도 관찰할 수 있다. 다만  $\alpha$ 가 最大가 되는  $\frac{h}{r}$ 의 比는 다르다.

이상과 같은 Fig. 5의 考察로부터, 슬롯시험편의 應力集中係數의 舉動은 노치시험편의 그것과는 다르고, 노치깊이의 增加에 따라 應力集中係數도 增加한다는 것을 알았다.

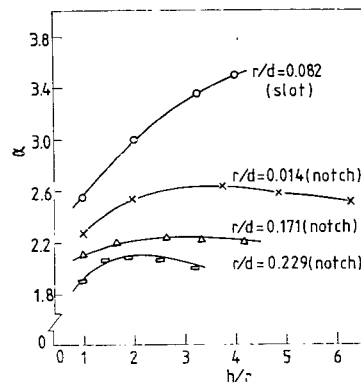


Fig. 5 Variation of notch form factor ( $\alpha$ ) for the  $h/r$  ratio

#### 4. 結 論

本 實驗에서는 우선 슬롯 및 노치주위에서의 應力分布과 應力集中의 變化를 노치반지름 및 板幅을 變化시켜가면서 考察하였는데, 얻어진 주요한 結果는 다음과 같다.

(1) 슬롯 및 노치주위에서의 應力은 2軸應力狀態가 되며 그것들의 크기는 주로 노치반지름, 노치깊이의

大小에 따라 變化한다.

(2) 슬롯 및 노치선단의 應力集中은 주로  $\sigma_y$ 에 의하여 支配되며 그 크기는 노치반지름 노치깊이의 大小에 따라 變化한다.

(3) 노치試驗片에서는 노치선단의 應力集中 係數가 最大로 되는 最適노치깊이가 存在하는 반면, 슬롯을 갖는 試驗片에서의 슬롯선단의 그것은 노치깊이가 增加할수록 增加한다.

#### 後 記

本 研究는 文教部의 研究支援에 의하여 慶應義塾大學에서 수행하였으며 關係諸氏에게 謝意를 表하는 바 입니다.

#### 參 考 文 獻

- (1) 日機械設計便覽編集委員會, 機械設計便覽(新版), pp. 579~592, 丸善 Co., 1978
- (2) (a) 石橋正, 金屬の疲勞と破壞の防止, p. 56, 養賢堂, 1968  
(b) 佐藤和郎外 3名, 應力集中おうける軟鋼の降伏, 日本機械學會論文集 Vol. 43, No.373, p. 3209, 1977
- (3) M.M. Frocht and M.M. Leven, Factors of Stress Concentration for Slotted Bars in Tension and Bending, Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, p. 403, 1968
- (4) J.R. Dixon, Stress Distribution Around a Central Crack in a Plate Loaded in Tension; Effect of Finite Width of Plate, Journal of Royal Aero. Soc., Vol. 64, p. 141, 1960
- (5) A.J. Durelli, V.J. Parks, and S. Uribe, Optimization of a Slot end Configuration in a Finite Plate Subjected to Uniformly Distributed Load, Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, p. 403, 1968
- (6) (a) H. Neuber, Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies with Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law, Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME, p. 544, 1961  
(b) 石橋正, Neuber 研究, 金屬の疲勞と破壞の防止, p. 40, 養賢堂, 1968
- (7) R.E. Peterson, Stress Concentration Factors, pp. 32~76. John Willy & Sons, 1974
- (8) 菊川眞, 佐藤芳久, 引張いキしくは曲げず受ける帶板, 丸棒の切欠きにとる應力集中, 日本機械學會論文集 38-311(1, 2, 3報), p. 1663, 1972
- (9) 宋森弘, 슬롯을 갖는 平板의 應力分布舉動에 관한 研究, 大韓機械學會論文集, 6-4, p. 367, 1982
- (10) 福原照明, 切欠材の疲れにおよぼす結晶粒大きさの影響(その1, 深い回轉雙曲體切欠試驗片による回轉曲け疲れ試驗), 日本機械學會論文集, Vol. 38-305, p. 1, 1972
- (11) 高尾健一, 西谷弘信, 疲勞き裂發生機構の表面連續觀察による檢討, 日本機械學會論文集, Vol. 46-402, p. 123, 1980
- (12) 村上敬宜, 西川健太郎, 西谷弘信, 圓周き裂を有する丸棒の切欠き底における延性破壞舉動とその寸法効果(S45C 焼存まし材の引張り), 日本機械學會論文集 Vol. 44-388 p. 4032, 1978
- (13) 西谷弘信, 村上敬宜, 切欠きによるひずみ集中におよぼす形状, 板厚および負荷形式の影響, 日本機械學會論文集, Vol. 43-366, p. 426, 1977
- (14) 遠藤達雄外人, 疲勞強度におよぼす微小欠陥の影響, 日本機械學會論文集, Vol. 44-388, p. 4003, 1978
- (15) 北川英夫, 高橋進, 微小存疲勞き裂の成長とその下限男條件に關する破壞力學的 研究, 日本機械學會論文集, Vol. 45-399, p. 1289, 1979
- (16) 吉川紀之萩原芳彦, 國尾武, 結晶粒度のすべり發生, 進展におよぼす影響について(その1, フェライト結晶粒度と $\epsilon_0$ との關係), 日本機械學會 論文集, Vol. 36-281, p. 9, 1970
- (17) G. Kirsch, See Timoshenko, Theory of Elasticity, p. 91, McGraw-Hill, 1970.
- (18) R.C.J. Howland, On the Stresses in the Neighborhood, of a Circular Hole in a Strip Under Tension Phil, Trans Roy. Soc(London), A. Vol. 229, p. 67, 1929-30