

<論 文>

사이드 비어러가 있는 보기의 安定性 및 커브 走行性能

林 振 秀*

(1984年 7月 14日 接受)

Stability and Curving Performance of Bogies Having Side Bearer

Jin Soo Lim

Key Words: Railway Vehicle, Lateral Stability, Curving.

Abstract

An analysis has been developed to evaluate the lateral stability and curving performance of rigid bogies having side bearer friction. A bogie model having 2 degree of freedom in lateral and yaw direction is utilized, and it's validity is examined. The effect of various design parameters are investigated. It is shown that there is no change in curving performance as lateral load is varied, and that varying side bearer friction has no significant effect on both critical speed and curving.

기 호 설 명

- $2b$: 차륜 사이의 횡방향 거리
- $2b_2$: 사이드 비어러 사이의 횡방향 거리
- $2b_3$: 2차 현가 스프링 사이의 횡방향 거리
- $2b_4$: 볼스터 앵커 사이의 횡방향 거리
- C_{Fz} : 사이드 비어러의 등가 점성감쇠 계수
- C_{Tz} : 2차 현가장치의 횡방향 점성 감쇠계수
- f_1 : 길이방향 크라이프 계수
- f_2 : 횡방향 크라이프 계수
- I : 차축, 보기 및 스윙잉 볼스터의 요오 관성 모우멘트
- I_B : 차체의 요오 관성 모우멘트
- I_{Bz} : 차체의 등가 요오 관성 모우멘트
- i_B : 차체의 회전반경

- K_{Ax} : 볼스터 앵커의 길이방향 강성도
- K_{Ay} : 볼스터 앵커의 횡방향 강성도
- K_x : 횡방향 중력 강성도
- K_h : 요오방향 중력 강성도
- K_{Tz} : 2차 현가 스프링의 길이방향 강성도
- K_{Tz} : 2차 현가 스프링의 횡방향 강성도
- $2l$: 차축사이의 길이방향 거리
- m : 차축 및 보기의 질량
- m_B : 차체의 질량
- m_{Bz} : 차체의 등가질량
- P : 보기에 작용하는 횡방향 하중
- R : 커브의 곡률반경
- R_1 : 차륜 단면의 곡률반경
- R_2 : 레일 단면의 곡률반경
- r_0 : 차륜의 구름반경
- V : 철차의 주행속도

*정회원, 아주대학교 공과대학 기계공학과

- V_0 : 기준 주행속도
- v : 철차의 무차원 주행속도
- W : 차축에 작용하는 수직하중
- y : 보기의 횡방향 변위
- δ_0 : 차륜 단면의 경사도
- λ : 유효 경사도
- μ_w : 차륜과 레일사이의 마찰계수
- σ : 차륜 플랜지와 레일사이의 틈새
- ϕ : 무차원화된 보기의 횡방향 변위
- Φ : 임계속도일 때 ϕ 의 진폭
- ψ : 요오 각변위
- Ψ : 임계속도일 때 ψ 의 진폭
- ω : 진동 주파수
- Ω : 무차원화된 진동 주파수

1. 서 론

鐵道車輛 설계에서 가장 문제가 되는 점은 직선궤도를 주행할 때의 動的 安定性과 커브 주행時 궤도에 대한 適應性이다. Wickens^(1,2) 이래 鐵車의 安定性에 대한 많은 연구가 있었고, 또 Boocock⁽³⁾, Newland⁽⁴⁾ 등은 크리이프 힘(creep force)을 이용한 커브 주행 성능 향상방안을 제시하였다.

스윙잉 볼스터(swinging bolster)와 사이드 비어러(side bearer)가 있는 보기는 국내에서 많이 제작 사용되고 있으나 Matsudaira⁽⁵⁾가 그 주행 安定性을 부분적으로 언급한 외에는 이들 보기의 특성에 관한 연구는 별로 발견되지 않고 있다. 본 연구에서는 사이드 비어러가 있는 서울 지하철 1호선 보기를 대상으로 그 직선 및 커브 주행성능을 해석하고, 또 각종 설계 변수에 따른 성능변화를 관측하고자 한다. 한편 지금까지 소개된 수학적 모델들은 너무 간단하여 현실성이 없거나 또는 너무 복잡하여 각종 설계 변수의 영향을 알아보는 데는 많은 계산이 소요된다. 본 연구에서는 개인용 컴퓨터 정도를 사용하여서도 각 성능을 계산할 수 있고 또 실제 상황이 비교적 잘 반영될 수 있는 모델을 채택하였다. 한편으로 이 모델의 적합성 여부도 검토하여 해석 결과의 적용한계를 추측하고자 하였다.

2. 보기의 모델화

대상 보기의 대략적인 구조는 Fig. 1과 같다. 車體 ①은 2次 懸架裝置(secondary suspension) ②를 통하여 스윙잉 볼스터(swinging bolster) ③위에 얹혀져 있

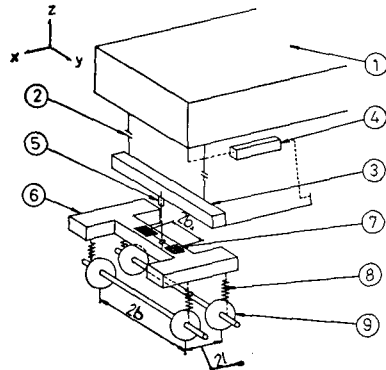


Fig. 1 Arrangement of the vehicle

고 볼스터 앵커(bolster anchor) ④가 차체와 스윙잉 볼스터 사이에 설치되어 牽引 및 制動力을 전달한다. 핀 ⑤는 스윙잉 볼스터와 보기몸체 ⑥을 연결하고, 마찰판 역할을 하는 사이드 비어러(side bearer) ⑦이 수직하중을 지지한다. 한편 보기 몸체는 1次 懸架裝置(primary suspension) ⑧을 통하여 車軸 ⑨에 연결되어 있다.

이 보기의 운동을 해석하기 위하여 다음과 같은 가정을 하였다.

(1) 레일 표면은 매끈하고 레일의 변형도 무시할만 하여 차축은 外部攪亂을 거의 받지 않고 레일 위를 움직인다.

(2) 차체는 횡방향(y 축 방향) 및 요오 각(yaw angle, z 축을 중심으로한 회전) 변위없이 일정한 속도로 주행한다.

(3) 볼스터 앵커의 x 축 방향 강성도는 아주 커서 스윙잉 볼스터의 요오 각변위도 거의 영이다.

(4) 보기 몸체는 근사적으로 대칭(전후, 좌우 및 상하)이어서 이의 요오잉, 로울링(rolling) 및 피칭(pitching) 사이의 連成(coupling)은 무시할만하다.

(5) 1차 현가장치의 x 및 y 축 방향 강성도는 아주 크다. 따라서 수평면 내에서의 운동에 관한한 보기 몸체와 차축은 일체가 되어 움직인다.

(6) 2차 현가장치는 선형 스프링과 선형 감쇄기로 구성되어 있다.

가정 (1)~(3)으로부터 보기만의 운동을 분리하여 생각할 수 있다. 또 가정 (4)에 의하여 보기의 수평면 내에서의 운동(y 방향 및 요오방향)을 분리하여 생각할 수 있고, 이 운동에는 부록에 소개된 크리이프 힘(creep force)이 영향을 미친다.

위 가정들 중 (2)는 실제와 많은 차이가 있을 수 있으나 해석 모델을 간단히하고 또 차체를 제외한 보기

만의 특성을 규명하기 위하여 취하였다. 또 이 가정은 4절에서 다시 검토하기로 한다. 그 외의 가정들은 실제 철차의 조건에 비교적 유사하다. 이러한 가정들을 취하면 보기의 운동은 Fig. 2와 같은 y, ϕ 2 자유도를 가지는 모델에 의해 해석될 수 있다.

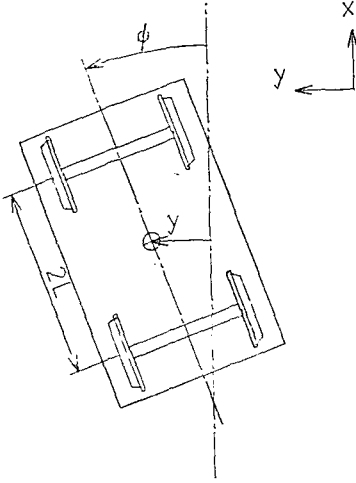


Fig. 2 Bogie coordinates on straight track

3. 직선궤도를 주행하는 보기의 횡방향 동적 안정성

보기의 변위가 (y, ϕ) 일 때 前方차축의 변위 (y_{w1}, ϕ_{w1}) 및 後方차축의 변위 (y_{w2}, ϕ_{w2}) 는

$$\begin{aligned} y_{w1,2} &= y \pm l\phi \\ \phi_{w1,2} &= \phi \end{aligned} \quad (1)$$

부록에 소개된 크리이프 힘과 重力剛性度, 그리고 懸架裝置에서 발생하는 힘들을 고려하여 보기의 운동방정식을 세우면

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + \left(\frac{4f_2}{V} + 2C_{T_y} \right) \dot{y} + 2(K_r + K_{T_y} + K_{A_y})y &= 0 \\ I\ddot{\phi} + \left(\frac{4f_1 b^2}{V} + \frac{4f_2 l^2}{V} + 2b_2^2 C_{F_x} \right) \dot{\phi} + \frac{4f_1 b \lambda}{r_0} y \\ + 2(l^2 K_r - K_h)\phi &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

이 식에서 y 와 ϕ 는 길이방향 크리이프 힘 $4f_1 b \lambda y / r_0$ 에 의하여 서로 連成되어 있다. 또 C_{F_x} 는 사이드 비어러 마찰에 의한 等價 점성감쇠계수이며

$$C_{F_x} = \frac{4\mu N}{\pi \omega b_2 |\Psi|} \quad (3)$$

로 표시할 수 있다. 여기에서 μN 은 마찰력, ω 및 Ψ 는 주어진 모우드에서 보기 요오방향 진동주파수 및 진폭이다. 다음으로 식 (4)와 같은 무차원 변수들을 도

입하면 식 (2)는 식 (5)와 같이 무차원화된다.

$$\begin{aligned} \phi &= y/b, \quad \tau = \frac{t}{b/V_0}, \quad \Omega = \frac{b}{V_0} \omega \\ v &= V/V_0, \quad ()' = \frac{d()}{d\tau} \\ \alpha_1 &= b_2/b, \quad \alpha_2 = l/b, \quad \alpha_3 = r_0/b \\ \beta &= R_2/R_1, \quad \gamma = \sqrt{I/m b^2} \\ \varepsilon_1 &= \frac{2b^2(K_{T_y} + K_{A_y})}{m V_0^2}, \quad \varepsilon_2 = \frac{2b^2 W}{m V_0^2 R_1 (1-\beta)} \\ \varepsilon_3 &= \frac{2W b \delta_0}{m V_0^2}, \quad \xi_0 = \frac{4\mu N b}{m V_0^2}, \quad \xi_1 = \frac{b \xi_0}{\pi \Omega b_2 |\Psi|}, \\ \xi_2 &= \frac{b C_{T_y}}{m V_0}, \quad \lambda = \frac{\delta_0}{1-\beta}, \quad \mu_1 = \frac{4f_1 b}{m V_0^2} \\ \mu_2 &= \frac{4f_2 b}{m V_0^2} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\phi'' + C_3 \phi' + C_1 \phi - \mu_1 \phi = 0$$

$$\phi'' + C_4 \phi' + \frac{\lambda \mu_1}{\alpha_3 \gamma^2} \phi + C_2 \phi = 0$$

$$C_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$C_2 = \frac{1}{\gamma^2} (\alpha_2^2 \varepsilon_2 - \varepsilon_3)$$

$$C_3 = \frac{\mu_2}{v} + \xi_2$$

$$C_4 = \frac{1}{\gamma^2} \left(\alpha_2^2 \frac{\mu_2}{v} + \frac{\mu_1}{v} + 2\alpha_1^2 \xi_1 \right) \quad (5)$$

식 (5)의 특성방정식은

$$s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 = 0$$

$$a_0 = C_1 C_2 + \frac{\lambda \mu_1^2}{\alpha_3 \gamma}$$

$$a_1 = C_1 C_4 + C_2 C_3$$

$$a_2 = C_1 + C_2 + C_3 C_4$$

$$a_3 = C_3 + C_4 \quad (6)$$

식 (6)에 Routh-Hurwitz의 안정성 판별법을 적용하면 보기가 안정하기 위한 조건은 아래와 같이 된다.

$$a_2 a_3 - a_1 \geq 0$$

$$a_1 a_2 a_3 - a_1^2 - a_0 a_3^2 \geq 0 \quad (7)$$

이 식의 좌변은 무차원화된 주행속도 v 의 함수이다. v 를 영에서부터 증가시켜서 식 (7)이 처음으로 만족되지 않는 값이 이 보기의 臨界속도(critical speed)이고 그 이상의 속도에서는 보기가 불안정 즉 헛팅(hunting)이 발생한다. v 가 이러한 임계속도 값을 가질때 식 (6)의 해는

$$s_{1,2} = \pm i\Omega \quad (8)$$

의 형태가 되며 Ω 는 이때의 무차원 진동 주파수이다. 또 진동형태비(modal ratio)는 식 (5)로부터

$$\Psi/\Phi = (s^2 + C_3 s + C_1)/\mu_1 \quad (9)$$

여기에 임계속도에서의 s 값 즉 식 (8)에서 구한 $\pm i\Omega$

를 대입하면 임계속도에서의 진동형태를 구할 수 있다.

한편 식 (3)으로 표시되는 등가 점성감쇠계수 C_{Fx} 를 구하기 위하여는 사이드 비어러의 진동 주파수 ω 및 진동진폭 $b_2\psi$ 를 알아야 한다. 실제로 보기의 운동이 불안정해지면 차륜 플랜지와 레일의 접촉이 발생할 때까지 진폭은 계속 증가한다. 따라서 차륜 플랜지와 레일 사이의 틈새를 σ 라 할 때 임계속도에서는

$$\max\{|b\phi + l\psi|, |b\phi - l\psi|\} = \sigma \quad (10)$$

이 성립한다고 볼 수 있다. 실제 계산時 먼저 C_{Fx} 의 초기 추정값을 사용하여 임계속도를 구한 다음 식 (8)에서 ω , 식 (9)와 (10)에서 구한 ψ 를 식 (3)에 대입하여 C_{Fx} 를 구하고 다시 임계속도를 구하는 반복법 형태를 취하면 사이드 비어러의 마찰에 의한 감쇠효과를 고려할 수 있다.

위 전개된 식들을 현재 서울 지하철 1호선에 사용되고 있는 M_2 보기에 적용하였다. 계산에 사용된 매개변수들의 기준값은 Table 1에 나타나 있다. 이 중 크리이프 계수 f_1 과 f_2 는 Vermeulen⁽⁶⁾의 식을 선형화한 값이다. 이 계수는 접촉면에 작용하는 수직하중과 접촉면 곡률반경의 함수이다. 따라서 f_1 과 f_2 는 空車 또는 滿車, 새 차륜 또는 마멸된 차륜인가에 따라 그 값이 달라진다.

해석 결과는 Table 2에 나타나 있다. 이에 의하면 임계속도 V_{cr} 은 104~144 km/h, 이때의 진동주파수는 1.17~3.26 Hz, 또 임계속도에서 보기의 횡방향 변위가 요소자 변위보다 크게 나타난다는 것을 알 수 있

Table 1 Base line vehicle parameters

$b=0.767$ m	$l=1.05$ m
$b_2=0.450$ m	$m=8.65 \times 10^3$ kg
$C_{Ty}=0$	$r_0=0.430$ m
$I=7.27 \times 10^3$ kg·m ²	$R_2=0.254$ m
$I_s=6.32 \times 10^2$ kg·m ²	$V_0=10$ m/sec
$K_{Ax}=8.58 \times 10^7$ N/m	$\delta_0=0.05$
$K_{Ay}=6.42 \times 10^4$ N/m	$\sigma=0.044$ m
$I_B=1.05 \times 10^6/1.41 \times 10^6$ kg·m ²	
$R_1=\infty/2.95$ m	
$K_{Tx}=K_{Ty}=2.75 \times 10^5/3.46 \times 10^5$ N/m	
$W=1.03 \times 10^5/1.30 \times 10^5$ N	
$m_B=2.54 \times 10^4/3.64 \times 10^4$ kg	
$\mu N=1.05 \times 10^4/1.48 \times 10^4$ N	
$f_1=1.06 \times 10^7/1.24 \times 10^7/1.08 \times 10^7/1.26 \times 10^7$ N	
$f_2=9.32 \times 10^5/1.09 \times 10^7/9.41 \times 10^5/1.10 \times 10^7$ N	

I_B, K_{Tx}, K_{Ty}, W and m_B values are for tare/full vehicle.

R_1 values are for new/worn wheel.

f_1 and f_2 values are for new-tare/new-full/worn-tare/worn-full vehicle.

Table 2 Base line vehicle performance on straight track

	new-tare	new-full	worn-tare	worn-full
V_{cr}	2.88	3.03	3.59	4.03
Ω	0.534	0.599	1.40	1.57
$ \psi/\phi $	0.166	0.164	0.341	0.340

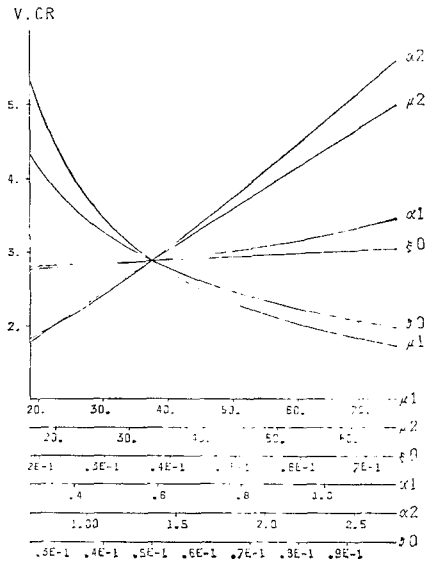


Fig. 3 Variation of critical speed-1

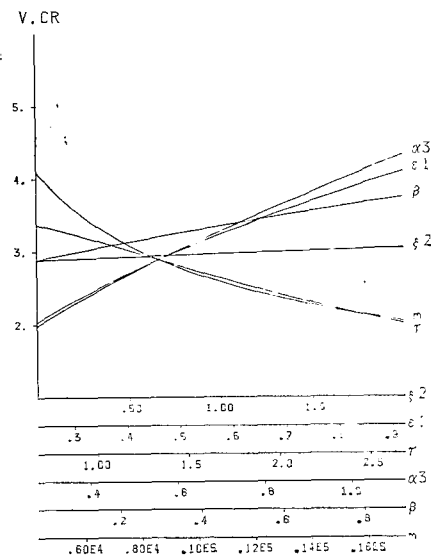


Fig. 4 Variation of critical speed-2

다. V_{cr} 은 滿車—마멸된 차륜에서 가장 큰 값을 가지는데 이는 滿車時 K_{Tx} 가 증가하고 마멸된 차륜에서는 K_x 가 증가하기 때문일 것이다. Ω 와 $|W/\phi|$ 의 변화도 같은 이유로 설명될 수 있다. 또 마멸된 차륜에서는 λ 가 커지므로 이에 따른 운동학적 주파수(kinematic frequency)⁽⁴⁾의 증가도 Ω 를 크게 할 것이다.

다음으로 대상 보기의 각종 설계변수에 따른 성능변화를 보기 위하여 독립인 매개변수들을 변화시켜 가며 임계속도를 구하였다. 空車—새 차륜 경우에 대한 결과가 Fig. 3과 Fig. 4에 나타나 있으며 나머지 경우도 그 변화양상은 거의 유사하였다. 이 그림으로부터 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) $\mu_1(f_1)$ 이 증가하면 v_{cr} 은 감소하고 $\mu_2(f_2)$ 가 증가하면 v_{cr} 은 증가한다. 그러나 f_1 과 f_2 는 조건이 달라지면 동시에 증가 또는 감소한다. 따라서 임계속도는 크리이프 계수의 영향을 별로 받지 않는다고 할 수 있다.

(2) $\xi_0(\mu N)$, $\xi_2(C_{Ty})$, $\alpha_1(b_2)$ 는 v_{cr} 에 큰 영향을 주지 않는다. 즉 2次 懸架裝置의 감쇠는 임계속도에 큰 영향을 주지 않는다.

(3) m , $\gamma(I)$, δ_0 를 감소시키면 임계속도는 증가한다.

(4) $\alpha_2(I)$, $\alpha_3(r_0)$ 를 증가시키면 임계속도는 증가한다.

(5) β 가 증가, 즉 차륜이 마멸됨에 따라 임계속도는 증가한다.

(6) 2차 현가장치의 횡방향 강성도 $\epsilon_1(K_{Ty}+K_{Ax})$ 가 증가하면 임계속도는 증가한다.

결과 (1)은 Wickens⁽²⁾가 $f_1=f_2$ 라 두고서 예측했던 바와 같다. 그러나 이는 f_1 과 f_2 의 효과가 서로 상쇄되어 나타난 결과임을 알 수 있다. (3)은 일반적으로 잘 알려진 사실이다. (5)에서 β 가 증가하면 λ 와 K_x 도 증가한다. 일반적으로 λ 의 증가는 v_{cr} 을 감소, K_x 의 증가는 v_{cr} 을 증가시키는 것으로 알려져 있다. 따라서 M_2 보기에서는 K_x 의 영향이 크게 나타남을 알 수 있다. 또 4절에서 보듯이, (6)에서의 같이 $K_{Ty}+K_{Ax}$ 가 증가하면 상대적으로 차체 질량의 영향도 커져서 2절의 가정 (2)가 성립되지 않는다. 즉 차체의 운동까지 고려한 모델을 취하였을 때 $K_{Ty}+K_{Ax}$ 의 변화에 따른 v_{cr} 의 변화는 (6)과 달라질 가능성이 많다.

4. 보기 모델의 적합성 검토

위 해석된 결과를 이용하여 2절의 가정 (2)의 적합

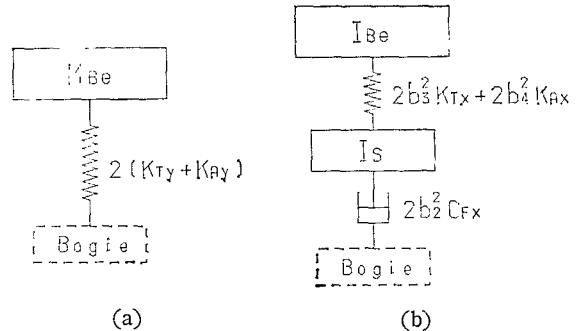


Fig. 5 Car body and secondary suspension reflected on bogie

성 여부를 검토하기로 한다. 차체를 고정되지 않은 직량으로 생각하면 보기 윗부분은 Fig. 5와같이 표시될 수 있다. 여기에서 m_{Be} 와 I_{Be} 는 각각 보기에서 본 차체의 등가질량 및 등가 관성 모우먼트이다. 가정 (2)를 취하였다는 것은 Fig. 5(b)에서 $2(K_{Ax}+K_{Ty})$, Fig. 5(b)에서 $2b_2^2 C_{Fx}$ 의 임피던스가 나머지 부분의 임피던스에 비해서 아주 작다고 보는 것이다. 즉

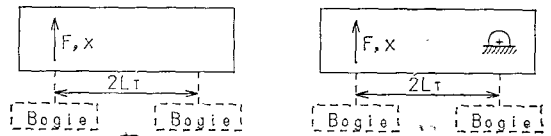
$$n_1 = \frac{\omega^2 m_{Be}}{2(K_{Ty} + K_{Ax})} \gg 1$$

$$n_2 = \frac{1}{2\omega b_2^2 C_{Fx}}$$

$$\left\{ \frac{(2b_3^2 K_{Tx} + 2b_4^2 K_{Ax})\omega^2 I_{Be}}{2b_3^2 K_{Tx} + 2b_4^2 K_{Ax} + \omega^2 I_{Be}} + \omega^2 I_s \right\} \gg 1$$

(11)

m_{Be} 는 맞은편 보기와 차체의 접촉점이 자유 또는 고정되었다고 생각하면 Fig. 6의 (a), (b)처럼 표시되고 I_{Be} 역시 Fig. 7의 (a), (b)처럼 표시될 수 있다. 3절에서 구한 임계속도에서의 ω 값을 식 (11)에 대입한 결과는 Table 3과 같다. 이에 의하면 차체의 요오각 변위는 없다고 보아도 좋으리 횡방향 변위가 없다고 보는 것은 문제가 된다. 그러나 $n_1 \cong 1$, 즉 현가장치와



$$m_{Be1} = \frac{m_B}{1 + \left(\frac{I_B}{I_T}\right)^2}$$

(a)

$$m_{Be2} = \frac{m_B}{4} \left\{ 1 + \left(\frac{i_B}{I_T}\right)^2 \right\}$$

(b)

Fig. 6 Effective mass of car body in lateral motion

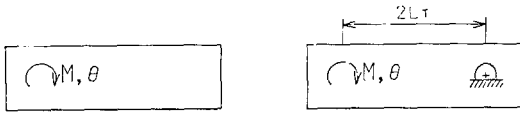


Fig. 7 Effective yaw moment of inertia of car body

차체의 임피던스가 거의 비슷하니 이 가정이 전연 불합리한 것은 아니다. 더우기 행렬의 고유치를 구하는 복잡한 계산보다 간단한 Routh-Hurwitz의 판별식을 사용하고, 어느 정도의 오차를 감수한다면, 위 전개된 이론은 보기 초기설계단계에서 유용하게 적용될 수 있다. 한편 Table 3은 가정 (2)아래 계산된 ω 를 대입한 결과이니, 이는 상황판단에는 도움이 될 수 있으나 단정적인 것은 아니다.

Table 3 Impedance ratio at critical speed

		new-tare	new-full	worn-tare	worn-full
n_1	$m_{B\theta 1}$	0.873	1.21	5.82	8.34
	$m_{B\theta 2}$	0.877	1.22	5.84	8.43
n_2	$I_{B\theta 1}$	15.3	12.7	43.8	32.3
	$I_{B\theta 2}$	19.2	14.9	45.8	33.3

5. 커브 주행성능 해석

Fig. 8과 같이 곡률이 일정한 커브위를 보기가 주행할 때 전후방 차축의 변위는

$$y_{w1,2} = y \pm l\phi + \frac{1}{2} \frac{l^2}{R}$$

$$\phi_{w1,2} = \phi \pm \frac{l}{R}$$
(12)

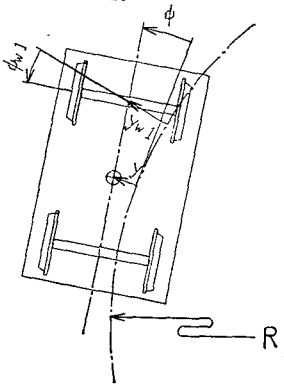


Fig. 8 Bogie coordinates on curved track

부록의 결과를 이용하고 정상상태 커브주행시 \dot{y} 와 $\dot{\phi}$ 가 영이던 점을 감안하면 아래와 같은 보기의 평행방정식을 유도할 수 있다.

$$K_s y + 2f_2 \phi = \frac{1}{2} P - \frac{l^2}{2R} K_s$$

$$- \frac{2f_1 b \lambda}{r_0} y + (l^2 K_s - K_h) \phi$$

$$= -\frac{1}{2} \text{sign}(\phi) M_f - \frac{2f_1 b^2}{R} - \frac{2f_2 l^2}{R} + \frac{f_1 b \lambda l^2}{R r_0}$$
(13)

식 (13)에서 P 는 보기중심에 작용하는 횡방향 하중이며 이는 주로 캔트 부족량(cant deficiency)에 기인한다. M_f 는 사이드 비어러에서의 마찰에 의한 토크 크이며 ϕ 가 영이 아닐 때 그 크기는

$$M_f = 2 b_2 \mu N$$
(14)

이다. 만약 사이드 비어러에 작용하는 외력이 μN 보다 작다면 $\phi=0$ 이다. 따라서 $\text{sign}(\phi)$ 때문에 식 (12)의 해가 존재하지 않는다면 $\phi=0$ 이다. 식 (15)와 같은 무차원 매개변수들을 도입하면 식 (14)는 식 (16)과 같이 무차원화된다.

$$\alpha_4 = \frac{R}{b}, \quad \eta = \frac{P}{2W}$$
(15)

$$\varepsilon_2 \phi + \mu_2 \psi = \frac{\varepsilon_3 \eta}{\delta_0} - \frac{\alpha_2^2 \varepsilon_2}{2\alpha_4}$$

$$\frac{-\mu_1 \lambda}{\alpha_3} \phi + (\alpha_2^2 \varepsilon_2 - \varepsilon_3) \psi$$

$$= -\text{sign}(\phi) \frac{\xi_0 \alpha_1}{2} - \frac{1}{\alpha_4} \left(\mu_1 - \frac{\alpha_2^2 \mu_1 \lambda}{2\alpha_3} + \alpha_2^2 \mu_2 \right)$$
(16)

식 (12)의 $y_{w1,2}$ 는 궤도 중심선으로부터 차축 횡방향 변위로서 이는 바로 커브주행시의 追跡오차(tracking error)이며, 식 (16), (12)로부터 그 값들을 계산할 수 있다. 실제로 커브 주행을 할때 크리이프 힘의 합력이 차륜-레일사이 마찰력보다 크면 차륜은 플랜지 접촉이 일어날 때까지 레일위를 미끄러진다. 따라서 플랜지 접촉없이 커브주행을 하려면,

$$\left(\mu_w - \frac{W}{2} \right)^2 \geq \left\{ f_1 \left(\frac{\lambda y_{w1,2}}{r_0} - \frac{b}{R} \right) \right\}^2 + \left\{ f_2 \phi_{w1,2} \right\}^2$$
(17)

이 만족되어야 한다. 여기에서 우변의 각 항들은 길이 방향 및 횡방향 크리이프 힘이다. 식 (17)을 무차원화하면

$$\left(\frac{\varepsilon_3 \mu_w}{\delta_0} \right)^2 \geq \left\{ -\mu_2 \left(\phi \pm \frac{\alpha_2}{\alpha_4} \right) \right\}^2$$

$$+ \left\{ \frac{\mu_1 \lambda}{\alpha_3} \left(\phi \pm \alpha_2 \psi + \frac{\alpha_2^2}{2\alpha_4} \right) - \frac{\mu_1}{\alpha_4} \right\}^2$$
(18)

식 (16)의 해를 식 (18)에 대입하여 정리하면

$$\frac{P_2}{\alpha_4^2} + \frac{2P_1}{\alpha_4} + P_0 \leq 0 \quad (19)$$

인 형태가 되고, 이로부터 α_4 의 최소치 즉 미끄럼이 일어나지 않는 제도의 최소곡률반경 R 을 구할 수 있다.

Table 4 Numerical data for curving

$R=600$ m
$\eta=0.03$
$\mu_w=0.2$

Table 5 Base line vehicle curving performance

	new-tare	new-full	worn-tare	worn-full
max y_w (mm)	31.8	32.3	6.85	6.74
min R (km)	2.48	2.41	1.33	1.22

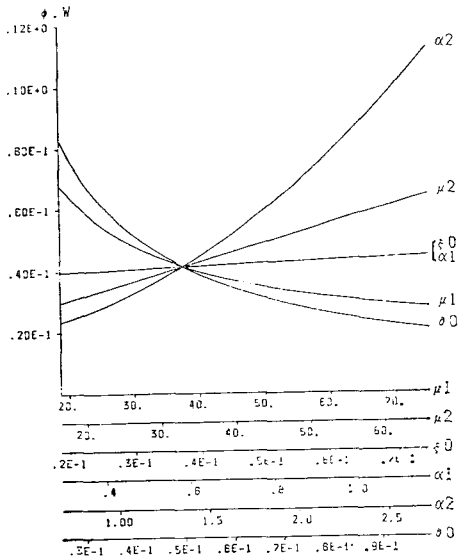


Fig. 9 Variation of yaw angle during curving-1

Table 4의 값들을 사용하여 M_2 보기의 커브 주행 성능을 계산하였으며 그 결과가 Table 5에 나타나 있다. 또 보기의 각 설계변수들을 변화시켰을 때 ϕ_w , ϕ_w 중의 최대치가 Fig. 9와 10에, 플랜지 접촉이 일어나지 않는 α_4 의 최소치가 Fig. 11과 12에 나타나 있다. Fig. 9~12는 空車—새 차륜의 경우에 대한 것이며 다른 경우에도 그 변화양상은 유사하였다. 이 그림들로부터 다음과 같은 결과를 얻었다.

(1) $\mu_1(f_1)$, $\mu_2(f_2)$ 가 같은 비율로 증가한다면 최대 추적오차 ϕ_w 는 큰 변화가 없다. 그러나 μ_2 가 증가하

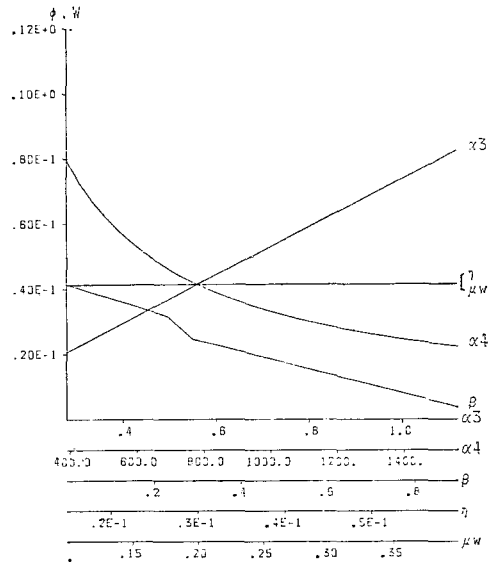


Fig. 10 Variation of yaw angle during curving-2

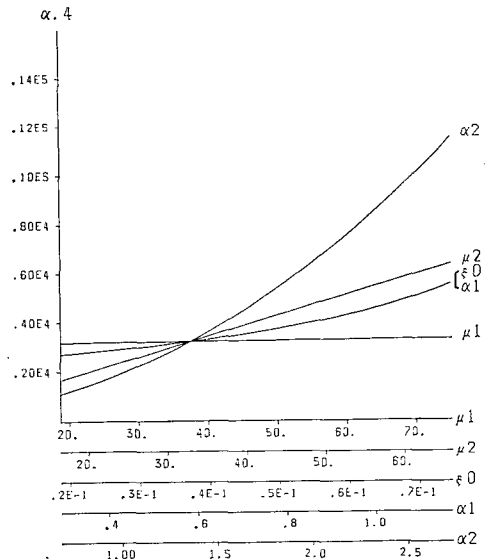


Fig. 11 Variation of minimum track radius without flange contact-1

면 제도의 최소곡률반경 α_4 가 증가한다.

(2) $\xi_0(\mu N)$ 및 $\alpha_1(b_2)$ 가 증가하면 ϕ_w 는 변화가 없으나 α_4 는 증가한다.

(3) $\alpha_2(l)$, $\alpha_3(r_0)$ 의 증가는 커브주행성능을 나쁘게 한다.

(4) δ_0 가 증가하면 ϕ_w 는 감소한다. 그러나 α_4 는 큰 변화가 없다.

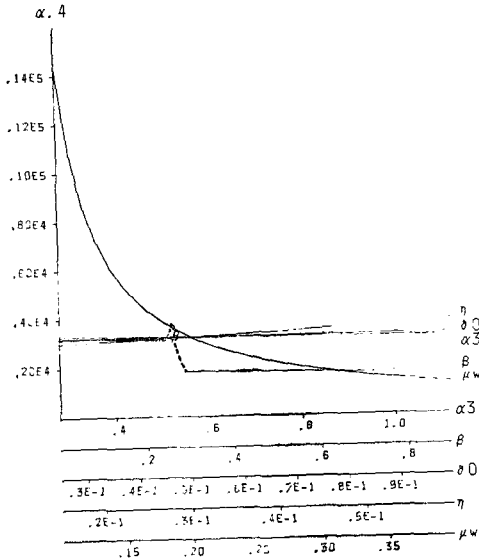


Fig. 12 Variation of minimum track radius without flange contact-2

(5) β 가 증가하면 커브 주행성능은 향상된다. 그러나 특정한 β 값에 대해서 α_4 는 아주 커진다.

(6) $\eta(P)$ 의 변화는 커브 주행성능에 큰 영향을 미치지 않는다.

(7) μ_w 의 증가는 α_4 를 급격히 감소시킨다.

이들중 (3), (4), (5), (7)은 일반적으로 잘 알려진 사실이다. 그러나 M_2 보기의 경우 β 에 따라 α_4 는 특이한 형태로 변화한다. 또 (6)으로부터 크리이프 힘은 차축과 보기가 일체를 이루고있는 구조에 기인하며 횡방향 하중 P 의 영향은 적다는 것을 알 수 있다. 이러한 점 때문에 (1)에서와 같이 크리이프 계수의 증가는 오히려 커브 주행성능을 악화시킨다.

5. 결 론

차체의 운동을 무시하였을 때 사이드 비어러가 있는 보기의 직선궤도 및 커브주행성능을 해석하였다. 또 사용된 모델은 간단하면서도 실제 상황을 비교적 잘 반영하고 있는 것으로 나타났다. 한편 대상 보기는 아래와 같은 특성을 지니고 있었다.

(1) 사이드 비어러의 마찰력은 보기의 안전성에 도움이 되지 않으며 커브 주행성능을 악화시킨다.

(2) 횡방향 하중은 커브 주행성능에 큰 영향을 미치지 않는다.

(3) 크리이프 계수의 증가는 안정성에 큰 영향을 주

지 않으며 커브 주행성능을 조금 악화시킨다.

(4) 차륜 단면의 곡률증가는 커브 주행성능을 좋게 하고 안정성도 높인다.

후 기

본 연구 수행에 많은 도움을 주신 대우중공업 관계자 여러분에게 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Wickens, A.H., "The Dynamic Stability of Railway Vehicle Wheelsets and Bogies Having Profiled Wheels", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 1, pp.319~341, 1965
- (2) Wickens, A.H., "The Dynamics of Railway Vehicles on Straight Track: Fundamental Considerations of Lateral Stability", *Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, London*, Vol. 180, Part 3F, pp.29~44, 1966
- (3) Boocock, D., "Steady State Motion of Railway Vehicles on Curved Track", *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 11, No. 6, pp. 556~566, 1969
- (4) Newland, D.E., "Steering a Flexible Railway Truck on Curved Track", *Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME.*, Aug. pp.908~918, 1969
- (5) Matsudaira, T., "Hunting Problem of High-Speed Railway Vehicles with Special References to Bogie Design for The New Tokaido Line", *Interaction Between Vehicle and Track, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Londons*, Vol. 180, Part 3F, pp. 58~66, 1966
- (6) Vermeulen, P.J., and Johnson, A.H., "Contact of Nonspherical Bodies Transmitting Tangential Forces", *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME.*, pp.338~340, 1964
- (7) 임진수, "철차의 동역학", *대한기계학회지*, 제23권, 제1호, pp.20~24, 1983

부 록 1

Fig. A1에서와 같이 차륜이 횡방향으로 y_0 만큼 이동하였을 때 레일에서 차륜에 작용하는 수직반력의 수

평성분은 서로 상쇄되지 않는다. 레일과 차륜의 단면이 Fig. A2와 같이 원호로 되어 있다고 가정하면 이 수평성분의 차이는

$$F = -K_r y_w, \quad K_r = \frac{W}{R_1 - R_2} \quad (A1)$$

이때 K_r 를 횡방향 重力剛性度(lateral gravitational stiffness)⁽¹⁾라고 한다. 또 Fig. A3과 같이 차축의 요오각변위 ϕ_w 가 발생하였을 때 차축에는

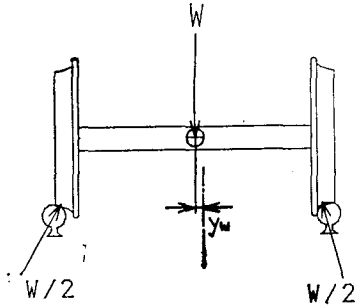


Fig. A1 Normal reaction between wheel and rail

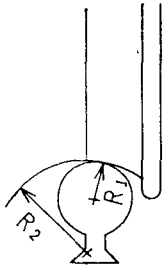


Fig. A2 Wheel-rail contact geometry

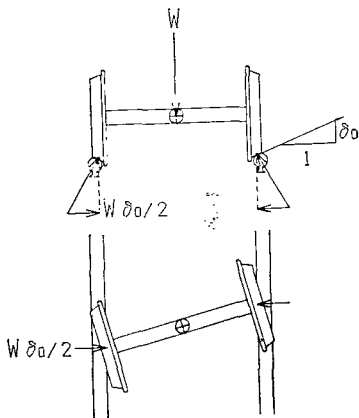


Fig. A3 Gravitational stiffness

$$M = K_h \phi_w, \quad K_h = W b \delta_0 \quad (A2)$$

인 모우멘트가 작용하며 그 방향은 ϕ_w 와 같다. 이때 계수 K_h 를 요오방향 중력 강성도(yaw gravitational stiffness)라고 한다.

마멸되지 않은 새 차륜에서 그 단면은 직선이다. 즉 Fig. A2에서 R_1 은 무한대가 된다. 이때 y_w 가 발생하면 좌우측 차륜의 구름반경(rolling radius) r 은

$$r = r_0 \pm \delta_0 y_w \quad (A3)$$

가 된다. (Fig. A4)그러나 마멸된 차륜의 경우 차륜의 접촉점은 y_w 에 따라 달라진다. 차륜의 단면이 원호하고 가정하면

$$r = r_0 \pm \lambda y_w, \quad \lambda = \frac{R_1 \delta_0}{R_1 - R_2} \quad (A4)$$

가 된다. 이때 λ 를 유효 경사도(effective conicity)⁽¹⁾라고 한다.

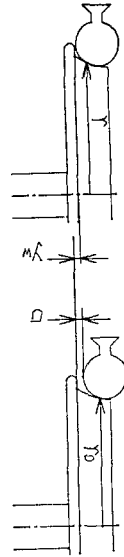


Fig. A4 Variation of wheel rolling radius

부 록 2

크리이프 속도란 실제속도 빼기 순수한 굴림운동을 할 때의 속도를 정의된다^(A1). 선형 크리이프 이론에서는

$$\text{크리이프 힘} = -\text{크리이프 계수} \frac{\text{크리이프 속도}}{\text{실제 속도}} \quad (A5)$$

인 관계를 가정한다. Fig. A5에서 차륜의 횡방향 크리이프 속도는 $\dot{y}_w - V \phi_w$ 가 된다. 한편 좌우측 차륜의

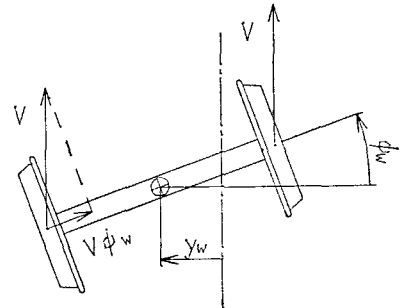


Fig. A5 Creep velocity on straight track

구름반경은 식 (A3)와 같으니 길이방향 크리이프 속도는

$$V - \frac{V}{r_0}(r_0 \pm \lambda y_w) \mp b \phi_w = \pm \left(\frac{-V\lambda}{r_0} y_w - b \phi_w \right)$$

가 된다. 커브 주행시 횡방향 크리이프 속도는 위와 같다. 그러나 길이방향 크리이프 속도는 커브의 곡률에 의한 속도차이 때문에

$$\pm \left(\frac{-V\lambda y_w}{r_0} - b \phi + \frac{b}{R} \right)$$

이 된다.

참 고 문 헌

- (A1) Carter, F.W., "On the Stability of Running Locomotives", Proceedings of Royal Society of London, Serie A, Vol. 121, pp.585~611, 1928

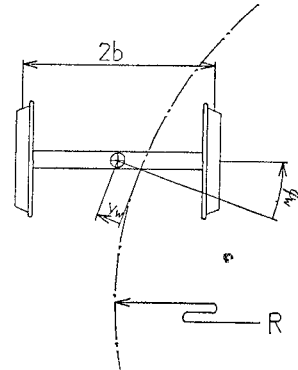


Fig. A6 Wheelset on curved track