

<論 文>

박강판의 변형도에 따른 Lankford 값의 변화에 대한 실험적 연구

徐 大 教* · 金 東 垣**

(1984年 6月 13日 接受)

An Experimental Study on the Strain-Dependence of Lankford's Value of Steel Sheets

Dae Gyo Seo and Dong Won Kim

Abstract

The dependence of Lankford's value of rimmed steel sheets on plastic strain is investigated in this paper. It is shown that Gotoh's theory predicts the Lankford's value satisfactorily, if suitable material constants are adopted. In addition the strain dependence of Lankford's value in the balanced biaxially-prestrained steel sheets is studied experimentally.

기 호 설 명

n : 가공경화지수
 σ : 단축인장에서 인장방향에 대한 진응력
 $[D_T^0]_{ijkl} = D^0_{ijkl}$: 4階 等溫彈性 컴플라이언스(σ, T, λ 의 함수)
 T : 절대온도
 λ : 내부상태변수
 $\langle \phi \rangle$: $= \phi, \phi > 0$ 時
 $= 0, \phi \leq 0$ 時(또는 彈性狀態에서)
 α^* : 材料定數
 A, B : 材料定數
 C_{ijkl} : 初期異方性 係數
 β_i^j : 좌표변환에 따른 方向餘弦
 $R_0^\circ, R_{45}^\circ, R_{90}^\circ$: $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 시험면에 대한 초기 R 값
 $\epsilon_{ij}^p, \epsilon_{nn}^p \dots$: 塑性變形度
 $\dot{\epsilon}_{11}^p, \dot{\epsilon}_{22}^p, \dot{\epsilon}_{33}^p$: 길이, 폭, 두께방향의 塑性變形度率

(plastic strain rate)
 $\dot{\sigma}^{11}$: 길이방향의 應力變化率(stress rate)
 σ^{11} : 길이방향의 應力
 $N^0, C_{r, \rho}^0, C_{ij}^{(1)}, C_{ik}^{(2)} : C_{ijkl}$ 과의 관계에서 가정된 계수
 x_i : 기본 좌표축
 \bar{x}_j : 이방성 좌표축
 R_θ : 압연방향과 임의의 각도 θ 로 채취한 인장시험편의 이론적 Lankford 값
 $\epsilon_i(\epsilon_{11}), \epsilon_b(\epsilon_{22}), \epsilon_z(\epsilon_{33})$: 길이, 폭, 두께방향의 變形度(strain)
 E_r : 오차함수(error function)
 $(R_{\theta z})_i$: $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 에 대한 각각의 變形度에서의 실험적인 R 값
 $(R_\theta)_i$: $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 에 대한 각각의 變形度에서의 이론적인 R 값
 $(\epsilon_{11})_i, (\epsilon_{22})_i, (\epsilon_{33})_i$: 각각의 變形度에 대응되는 길이, 폭, 두께방향의 變形度
 R : Lankford 값

* 정희원, 성균관대학교 공과대학

** 정희원, 서울대학교 공과대학

- ϕ_b : 목에 대한 변형도 함수
- ϕ_t : 두께에 대한 변형도 함수
- $\psi_{*i}^{(2)}$: 응력, 변형도 함수
- $\bar{\epsilon}$: 상당 변형도

1. 서론

금속박판의 Lankford 값(R 값)의 변형도(strain)의존성에 대한 연구는 近來에 비로소 少數의 研究者에 의하여 시작되었다. Hu^(1,2)는 인장시험을 斷續하는 방법으로 R 값을 측정하여 그것의 변형도 의존성을 밝혔으며 Truszkowski⁽³⁾는 니켈, 銅, 알루미늄에 대한 실험 결과를 발표하였고 Hutchinson⁽⁴⁾ 등은 Al-킬드 鋼에 대하여 같은 결과를 얻었으며 이를 極點圖를 利用하여 설명하였다. 한편 Lankford가 R 값을 제안할 때에도 그는 Al-킬드 鋼을 광범위한 인발 공정을 통하여 시험한 결과 R 값이 1.1~1.5 사이임을 밝혔으며 아울러 이 값의 측정은 국부수축(necking)이 일어나기 직전의 최대하중점에서 측정해 줄것을 권유한바 있다^(4,5). 이러한 사실은 그 당시에도 R 값이 일정하게 측정되지 않았음을 암시하는 것으로 생각된다. 그 후 Grumbach와 Pomey⁽⁶⁾, Atkinson⁽⁶⁾ 및 Chao⁽⁷⁾ 등에 의하여 실험적으로 연구되었으며 그 결과의 일부는 R 값이 변형도에 의존됨을 밝혔다. 이러한 일련의 연구들은 R 값이 변형도에 의존된다는 것이 전혀 새로운 사실이 아님을 말해준다. 본 연구에서는 豫變形된 材料에 있어서의 R 값의 변형도 의존성을 고찰하기 위하여 Rimmed 鋼板에 對하여 2軸引張變形을 豫變形으로 준 다음 다시 單軸引張試驗을 遂行하여 R 值의 변형도 의존성을 檢討 하였다. 아울러 Gotoh의 理論式의 妥當性を 實驗結果와 比較하여 檢討하였다.

2. 실험 방법

2.1. 예변형이 없는 경우

실험에 사용한 박강판의 화학성분은 Table 1 과 같다. 두께 0.5mm 의 박강판으로부터 壓延方向과 0°, 45°, 90°의 方向으로 채취하여 직경 2mm 의 격자원을 포토그리딩(photo gridding)법으로 입혔다. 실험은 용량

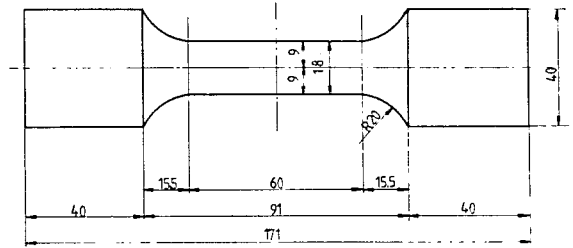


Fig. 1 Test piece

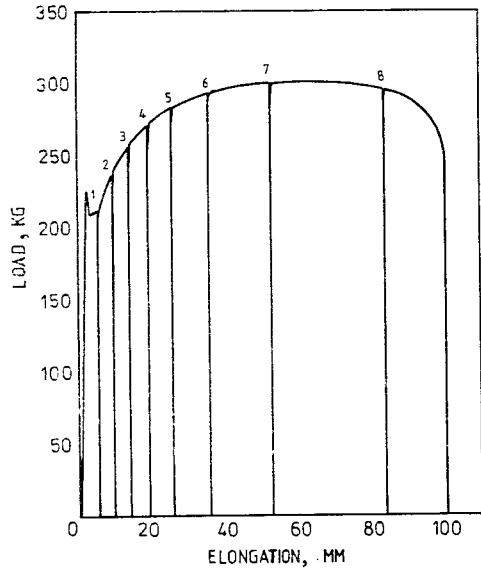


Fig. 2 Typical load-elongation curve of the tensile testing sequence

500kg의 인장시험기를 사용하여 크로스헤드속도(cross head speed) 5mm/min(차트속도 20mm/min)로 일정하게 하고 下降伏點이 끝나는 위치에서부터 인장강도에 이르기까지 Fig. 2와 같이 6~7 단계로 인장시험을 중단하여 공구현미경으로 격자원의 ϵ_{11} 과 ϵ_{22} 를 읽은후 인장을 계속하는 방법으로 하였다. 측정은 시험편 중심선에서 길이방향의 간격 약 13mm, 폭 방향 간격 약 10mm의 거리에 위치하는 서로 대칭인 4개의 격자원을 측정하여 그 값을 평균하여 R 값을 구하였다. Fig. 2에서 보는바와 같이 실험을 斷續하는 과정에서 인장시험 선도는 1회 인장으로 파단시키는 경우와 거의 일

Table 1 Chemical composition of test pieces

C(%)	Si	Mn	P	S	Cu	Al	Ni	Cr	V
0.0975	0.0097	0.4158	0.0235	0.0246	0.0088	0.0072	0.0098	0.0101	0.0058

치되었다. 이와같이 하여 한가지 각도에 대하여 3~5 회 반복하여 그 결과를 평균하였다.

2.2. 등 2축인장으로 예변형한 경우

2축인장 시험편은 두께 0.5mm, 규격 900×1800mm 의 강판에서 四邊으로부터 각각 100mm 의 나비의 부분을 잘라낸 나머지 부분에서 직경 305mm 의 원판을 채취하였다. 이렇게하여 한장의 강판에서 10 개의 시험편을 얻었다. 앞의 예변형이 없는 단축인장시험에서도 시험편의 채취방법은 이와 똑같이 하여 원판의 중심부에서 인장시험편을 채취하였다. 2축인장 시험편의 재질과 인장시험편의 규격은 앞의 경우와 같으며 예변형을 다음과 같이하여 주었다. 실험장치는 Ghosh⁽⁸⁾ 의 방법을 개조하여 Fig. 3 과 같이 하였다. 시험편은 M-K⁽⁹⁾ 법으로, 즉 보조판의 중심부에 적당한 크기의 원공을 뚫어서 시험편과 겹치고 주변을 고정판채 펀치로 누름으로써 등 2축 인장변형을 주었다. 보조판은 시험편과 같은 두께이다. 2축인장 시험편은 직경 2mm 의 격자원을 입힌후 2축인장실험을 하여 ϵ_{11} 과 ϵ_{22} 를

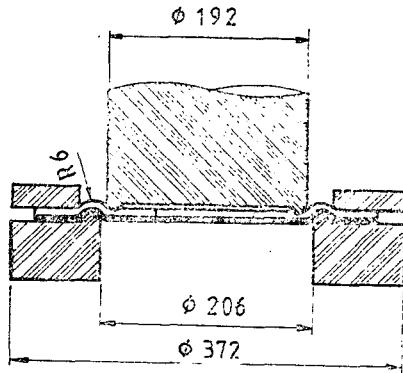


Fig. 3 Schematic diagram of punch and die set

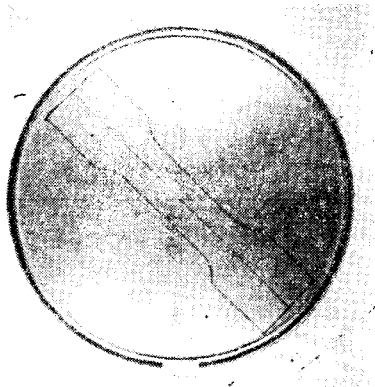


Photo 1 Test piece extraction from a prestrained blank

Table 2 Average strains for different points of same distances from the blank center

No.	Distance from blank center(mm)	ϵ_{11} (%)	ϵ_{22} (%)
1	10	10.11	9.79
2	20	10.04	9.88
3	30	10.06	9.93
4	40	10.05	9.88
5	50	10.05	9.89
6	60	10.09	9.84
7	70	10.08	9.88

측정하고 여기서 Photo 1 과 같이 소요각도의 인장시험편을 절취하여 다른 한면에 다시 2mm ϕ 의 격자원을 입혀서 2.1 절과 같은 방법으로 R 값을 측정하였다. 2축인장실험을 한후 시험편의 중심부에서의 변형도(strain) 分佈를 검토한 예가 Table 2 이다. (본 논문에서 표시된 모든 변형도는 대수 변형도임) 이것은 시험편 중심에서 부터 같은 거리에 있는 4 개의 격자원에 대하여 ϵ_{11} (압연방향)과 ϵ_{22} (압연방향과 직각방향)를 측정하여 평균한 것이다.

3. 실험결과

예변형을 하지 않은 경우와 등 2축인장으로 예변형한 경우에 대한 실험결과가 Figs. 4~6 에 표시되었다. 어느 경우에도 R 값이 변형도에 크게 의존되고 있음을 볼수 있으며 그 변화물은 변형도가 적을때 특히심하게 나타나고 있다. 등 2축인장으로 변형도 5%~10%까지 예변형을 한 경우는 예변형량의 증가에 반하여 R 값이 현저히 감소함을 알 수 있다.

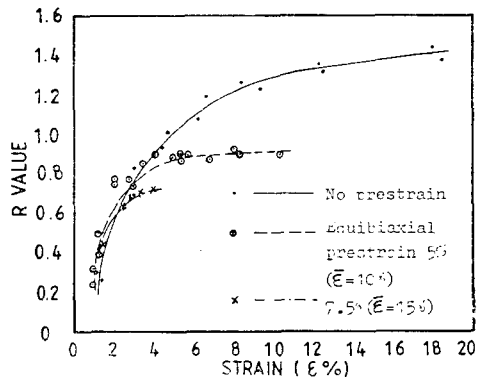


Fig. 4 Experimental R values for prestrained 0° test pieces

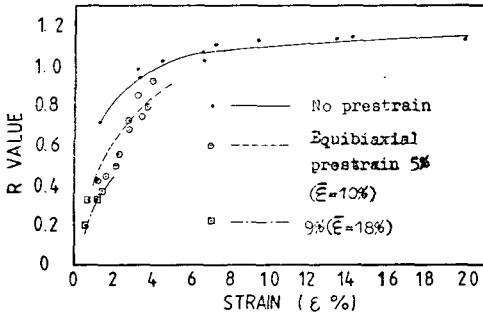


Fig. 5 Experimental R values for prestrained 45° test pieces

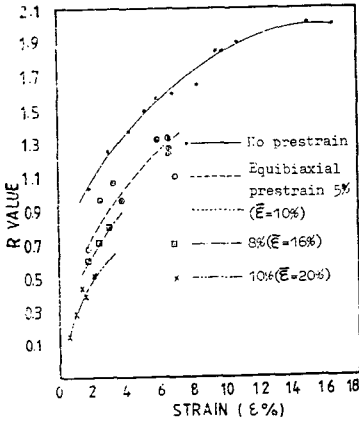


Fig. 6 Experimental R values for prestrained 90° test pieces

4. Gotoh 理論과의 比較, 考察

4.1 Gotoh 式의 材料定數 A, B 의 決定

현재까지 R 값의 變形度依存性을 뒷받침하는 理論的 研究로는 오직 Gotoh^(10,11)의 研究만이 알려져 있다. Gotoh는 熱力學的 觀點에 基礎를 둔 새로운 彈塑性體의 構成方程式을 提案하고 그의 應用으로써 R 값의 理論式을 提示한 바 있다. 그러나 그의 理論式에 들어있는 材料定數에 關하여는 不明한 바가 많다. 따라서 다음과 같은 方法으로 Gotoh의 理論式

$$R_0 = \left\{ \begin{aligned} & -B\epsilon_s^p + (C_{2211} + \frac{2}{3}A\epsilon_s^p + A^2\phi_s)\sigma \\ & -B\epsilon_r^p + (C_{3311} + \frac{2}{3}A\epsilon_s^p + A^2\phi_r)\sigma \end{aligned} \right\} / (1)$$

중의 A, B 를 구하였다.

Gotoh의 식 (1)은 예변형을 하지않은 재료에서 압연방향에 대해 임의의 각도로 채취한 인장시험편을 단축인장응력 σ 까지 인장한 순간의 R 값을 이론적으로 구하는 식이다.

Figs. 4~6에서 變形度 1.3, 2, 3, 4, ...18%에 대한 18개의 실험적인 R 값을 $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 에 대하여 모두 읽는다. $\epsilon_{ij}^p=0$ 에서의 R 값을 의미하는 초기 R 값은 실험으로부터 결정하기가 어려우므로 측정이 가능한 최소의 變形度에서의 R 값, 즉 Fig. 2의 1단계에서의 R 값을 초기 R 값으로 취하였고 이때의 變形度는 1.3%였다. 이와같이 하여 $R_0^\circ=0.275, R_{45^\circ}=0.765, R_{90^\circ}=0.910$ 을 얻었다. C_{ijkl} 은 다음과 같이 구하여진다.

$$0^\circ\text{에서 } C_{2211} = -\frac{1}{3}, C_{3311} = -\frac{1}{3} \frac{1}{R_0^\circ}, 45^\circ\text{에서 } N^\circ = \frac{1}{2}(1+2R_{45^\circ})\left(\frac{1}{R_0^\circ} + \frac{1}{R_{90^\circ}}\right),$$

$$C_{2211} = \frac{1}{3} \left\{ -1 + \frac{1}{4} \left(4 - 2N^\circ + \frac{1}{R_0^\circ} + \frac{1}{R_{90^\circ}} \right) \right\},$$

$$C_{3311} = -\frac{1}{6} \left(\frac{1}{R_0^\circ} + \frac{1}{R_{90^\circ}} \right), 90^\circ\text{에서 } C_{2211} = -\frac{1}{3},$$

$$C_{3311} = -\frac{1}{3} \frac{1}{R_{90^\circ}}$$

여기서 최소자승법을 이용하여

$$E_r = \sum_{i=1}^n \{ (R_{ex})_i - (R_0)_i \}^2 \quad (2)$$

을 구한다. $(R_0)_i$ 의 계산에 대입할 $(\epsilon_{22})_i, (\epsilon_{33})_i$ 는 다음식으로 구해진다.

$$(R_{ex})_i = \frac{(\epsilon_{22})_i}{(\epsilon_{33})_i} \quad (3)$$

$$(\epsilon_{11})_i + (\epsilon_{22})_i + (\epsilon_{33})_i = 0 \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} (\epsilon_{22})_i &= -\frac{(R_{ex})_i}{1+(R_{ex})_i} (\epsilon_{11})_i \\ (\epsilon_{33})_i &= -\frac{1}{1+(R_{ex})_i} (\epsilon_{11})_i \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

전단변형도의 성분을 무시하므로써 R_0 는 식 (1)로부터 계산될 수 있다. 따라서 식 (2)의 계산도 가능하다. A, B 모두가 미지의 값이지만 예비계산결과 B 의 영향이 거의 없었으므로 A 를 집중적으로 추적하였다. $B=0$ 로 고정하고 1단계로 $A=-1,000 \sim 1,000$ 까지 100간격으로 (zero 포함) 21개의 값에 대한 식 (2)의 결과는 $A=-100$ 을 중심으로 하여 그 상하의 A 값에 대해 E_r 는 증가되었다. 2단계는 $0 \sim -200$ 까지 10간격의 21개의 A 값에 대한 식 (2)의 결과는 $A=-110$ 에서 E_r 가 최소였다. 3단계는 $A=-100 \sim -120$ 까지 1간격으로 추적한 결과 역시 $A=-110$ 에서 최소였다. 4단계에서는 B 의 영향을 재차 확인하였다. $A=-110$ 으로 고정하여 $B=-100, 0, 100$ 으로 대입하였으나 B 의 영향은 거의 없었다. 그러므로 본 실험에서 사용한 재료의 경우 식 (1)이 실험결과와 가장 접근될 수 있는 재료정수는 $A=-110, B=0$ (단, B 의 영향은 거의 없음)임을 알았다.

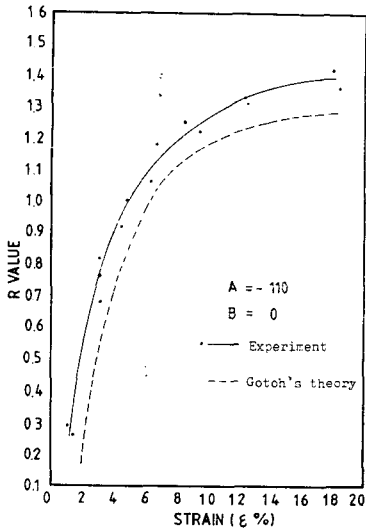


Fig. 7 Comparison of theoretical and experimental R values for 0° test pieces

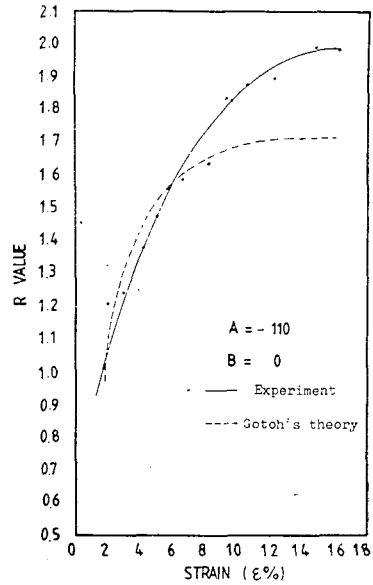


Fig. 9 Comparison of theoretical and experimental R values for 90° test pieces

4. 2. Gotoh 식과 실험결과와의 비교, 고찰

Gotoh의 식에 의한 계산결과를 실험결과와 비교한 것이 Figs. 7~9이다. 재료정수 $A = -110$, $B = 0$ 에서 0° , 45° , 90° 에 대해 모두 실험결과와 잘 일치되고 있음을 볼수있다. 이것은 이론과 실험이 각각 서로의 결과를 뒷받침하는 것이 되며 아울러 현재의 소성역학적 해석에 사용되고 있는 R 값이 변형도의 크기에 전혀 무관한 일정한 값으로 쓰이고 있음을 고려할 때 커다란 문제점을 제기시키고 있다.

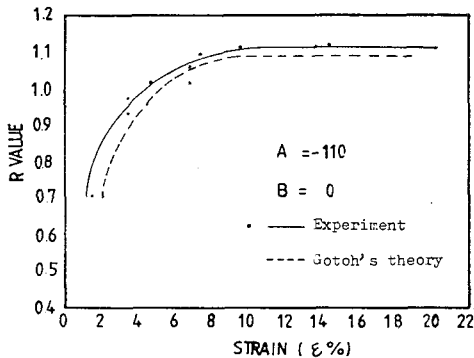


Fig. 8 Comparison of theoretical and experimental R values for 45° test pieces

5. 결 론

본 연구는 박강판의 가공해석에 큰 영향을 미치는 R 값이 가공이 진행됨에 따라 변화한다는 사실을 증명적으로 고찰한 것이며 그 결과를 다음과 같이 요약할 수 있다.

(1) 립드鋼板의 단축인장시험의 결과 0° , 45° , 90° 시험편의 R 값은 변형도의 증가에 따라 상승하는 사실을 확인하였으며 특히 변형도가 약 6%이하일 때 R 값의 변화율은 매우 크다.

(2) Gotoh의 이론식은 재료정수 A, B 를 적절한 방법으로 선정하면 예변형이 없는 단축인장의 경우에 실험치와의 양호한 접근성을 보였으며 A 에 비하여 B 의 영향은 미약하다.

(3) 약 10%까지 등 2축인장의 예변형을 받은 재료의 R 값은 예변형을 받지 않은 재료에 비하여 작은 R 값을 나타낸다.

(4) 이상의 실험적 사실에 비추어 박강판의 소성가공해석에 있어 특히 변형도가 작은 범위에서는 해석의 精度를 향상시키기 위하여는 R 값의 변형도 의존성이 고려되어야 함이 명백하다.

후 기

본 연구의 수행에 있어 1982년도 성균학술원 연구비의 지원을 받았음을 밝히며 사의를 표하는 바이다,

參 考 文 獻

- (1) Hsun Hu, "The Strain-Dependence of Plastic Strain Ratio of Deep Drawing Sheet Steels Determined by Simple Tension Test", Metallurgical Transactions A, Vol. 6A pp.945~947, Apr. 1975
- (2) Hsun Hu, "Effect of Plastic Strain on the R value of Textured Steel Sheet", Metallurgical Transactions A, Vol. 6A, pp.2307~2309, Dec. 1975
- (3) W. Truszkowski, "Influence of Strain on the Plastic Strain Ratio in Cubic Metals", Metallurgical Transactions A, Vol. 7A, pp.327~329, Feb. 1976
- (4) R.P. Arthey and W.B. Hutchinson, "Variation of Plastic Strain Ratio with Strain Level in Steels", Metallurgical Transactions A, Vol.12A pp.1817~1822, Oct. 1981
- (5) G. Pomey and M. Grumbach, Mem. Sci. Rev. Met., Vol. 62, pp.343~361, 1965
- (6) M. Atkinson, Sheet Metal Ind., Vol. 44, pp.167~178, 1967
- (7) H.C. Chao, U.S. Steel Research Laboratory, 1975
- (8) Amit K. Ghosh, The Influence of Strain-Path Changes on the Formability of Sheet Steel, Proceeding of the 9th Biennial Congress of the International Deep Drawing Research Group, pp. 167~178, Oct. 1976
- (9) Z. Marciniak, K. Kuczynski, "Influence of the Plastic Properties of a Material on the FLD for Sheet Metal in Tension", Int. J. Mech. Sci. Vol. 15, pp.789~805, 1973
- (10) M. Gotoh, "An Admissible Form of an Inelastic Constitutive Equation-I. General Theory", Int. J. Non-Linear Mechanics, Vol. 12, pp.113~125, 1977
- (11) M. Gotoh, "An Admissible Form of an Inelastic

Constitutive Equation-II. Examples of Elastoplastic Constitutive Equation", Int. J. Non-Linear Mechanics, Vol. 12, pp.175~189, 1977

부 록

Gotoh의 理論式

식 (1)의 유도과정은 다음과 같다. 길이방향으로 단축인장되는 경우의 $\dot{\epsilon}_{ij}$ 는

$$\dot{\epsilon}_{ij} = D^{\epsilon}_{ij11} \dot{\sigma}^{11} + \langle \phi \rangle \alpha^* (-B \epsilon_{ij}^p + \phi_{*ij}^{(2)}) \sigma_{11}' \dot{\sigma}^{11} \quad (A1)$$

여기서 소성 변형도만 생각할 때는 우변 제 1 항은 무시되며 초기직교 이방성(Orthotropic Anisotropy)이 있는 경우 $\phi_{*ij}^{(2)}$ 는

$$\begin{aligned} \phi_{*ij}^{(2)} = & C_{ijkl} \sigma^{kl} + A [\sigma_i^m \epsilon_{jn}^p + \sigma_j^m \epsilon_{in}^p - \frac{2}{3} (\epsilon_{ij}^p \sigma_m^m + \delta_{ij} \\ & \epsilon_{mn}^p \sigma_m^m)] + A^2 [\epsilon_{ijn}^p \epsilon_{jn}^p \sigma_m^m - \frac{1}{3} (\epsilon_{ir}^p \epsilon_{jr}^p \sigma_m^m + \delta_{ij} \\ & \epsilon_{nr}^p \epsilon_{nr}^p \sigma_m^m)] + \frac{1}{9} \sigma_n^m \epsilon_{nr}^p \epsilon_{mr}^p \quad (A2) \end{aligned}$$

C_{ijkl} 은 다음과 같이 표시된다.

$$C_{ijkl} = C^0_{rrpq} \beta_i^r \beta_j^s \beta_k^p \beta_l^q \quad (A3)$$

$$C^0_{ijkl} = \frac{1}{2} C_{ij}^{(1)} (\delta_{jk} \delta_{il} + \delta_{il} \delta_{jk}) - \frac{1}{3} C_{ik}^{(2)} \delta_{ij} \delta_{kl} \quad (A4)$$

(i, j, k 는 합이 아님)

초기 이방성 주축과 기본표축이 일치될 때에는

$$C_{ijkl} = C^0_{ijkl} \quad (A5)$$

초기 등방성에서는

$$C_{ij}^{(1)} = 1, C_{ik}^{(2)} = 1 \quad (A6)$$

$$x_i = \beta_i^j \bar{x}_j \quad (A7)$$

이상의 식들은 참고문헌 (7)과 (8)에서 유도되어 있으며 여기서는 이들식으로부터 식 (1)이 유도됨을 밝히고저한다. (A1)(A2) 및 $\sigma_{11}' = \sigma_{11} - \frac{1}{3} \sigma_{11} = \frac{2}{3} \sigma_{11}$ 에서

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{11}^p = & \alpha^* (-B \epsilon_{11}^p + \phi_{*11}^{(2)}) \sigma_{11}' \dot{\sigma}^{11} = \frac{2}{3} \alpha^* (-B \epsilon_{11}^p \\ & + \phi_{*11}^{(2)}) \sigma^{11} \dot{\sigma}^{11} \quad (A8) \end{aligned}$$

길이 방향(11 방향)의 단축인장에 관한 것이므로 (A2) 식중 σ 의 첨자는 모두 1 이 된다.

따라서 식(A2)은

$$\begin{aligned} \phi_{*11}^{(2)} = & C_{1111} \sigma^{11} + A [\sigma^{11} \epsilon_{11}^p + \sigma^{11} \epsilon_{11}^p - \frac{2}{3} (\epsilon_{11}^p \sigma^{11} + \epsilon_{11}^p \\ & \sigma^{11})] + A^2 [\epsilon_{11}^p \epsilon_{11}^p \sigma^{11} - \frac{1}{3} (\epsilon_{1r}^p \epsilon_{1r}^p \sigma^{11} + \epsilon_{1r}^p \epsilon_{1r}^p \\ & \sigma^{11})] + \frac{1}{9} \sigma^{11} \epsilon_{nr}^p \epsilon_{nr}^p \quad (A9) \end{aligned}$$

(A8)(A9)에서

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{11}^p = & \frac{2}{3} \alpha^* [-B \epsilon_{11}^p + C_{1111} \sigma^{11} + \frac{2}{3} A \epsilon_{11}^p \sigma^{11} + \{ (\epsilon_{11}^p)^2 \\ & - \frac{2}{3} \epsilon_{1r}^p \epsilon_{1r}^p + \frac{1}{9} \epsilon_{nr}^p \epsilon_{nr}^p \} A^2 \sigma^{11}] \sigma^{11} \dot{\sigma}^{11} \quad (A10) \end{aligned}$$

마찬가지 방법으로

$$\begin{aligned} \epsilon_{22}^p = \frac{2}{3} \alpha^* \left[-B\epsilon_{22}^p + C_{2211}\sigma^{11} + \frac{2}{3}A\epsilon_{33}^p\sigma^{11} + \left\{ (\epsilon_{12}^p)^2 \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{3}(\epsilon_{2r}^p\epsilon_{2r}^p + \epsilon_{1r}^p\epsilon_{1r}^p) + \frac{1}{9}\epsilon_{nr}^p\epsilon_{nr}^p \right\} \right. \\ \left. A^2\sigma^{11} \right] \sigma^{11} \sigma^{11} \quad (A11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{33}^p = \frac{2}{3} \alpha^* \left[-B\epsilon_{33}^p + C_{3311}\sigma^{11} + \frac{2}{3}\epsilon_{22}^p A\sigma^{11} + \left\{ (\epsilon_{13}^p)^2 \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{3}(\epsilon_{3r}^p\epsilon_{3r}^p + \epsilon_{1r}^p\epsilon_{1r}^p) + \frac{1}{9}\epsilon_{nr}^p\epsilon_{nr}^p \right\} \right. \\ \left. A^2\sigma^{11} \right] \sigma^{11} \sigma^{11} \quad (A12) \end{aligned}$$

여기서 $\epsilon_{11} = \epsilon_i$, $\epsilon_{22} = \epsilon_b$, $\epsilon_{33} = \epsilon_t$, $\sigma^{11} = \sigma$
 $\phi_b = (\epsilon_{12}^p)^2 - \frac{1}{3}(\epsilon_{1r}^p\epsilon_{1r}^p + \epsilon_{2r}^p\epsilon_{2r}^p) + \frac{1}{9}\epsilon_{nr}^p\epsilon_{nr}^p$
 $\phi_t = (\epsilon_{13}^p)^2 - \frac{1}{3}(\epsilon_{3r}^p\epsilon_{3r}^p + \epsilon_{1r}^p\epsilon_{1r}^p) + \frac{1}{9}\epsilon_{nr}^p\epsilon_{nr}^p$
 라 두면 식 (1)이 구해진다.

$$R_\theta = \frac{\epsilon_{22}^p}{\epsilon_{33}^p} = \left\{ -B\epsilon_b^p + \left(C_{2211} + \frac{2}{3}A\epsilon_t^p + A^2\phi_b \right) \sigma \right\} / \left\{ -B\epsilon_t^p + \left(C_{3311} + \frac{2}{3}A\epsilon_b^p + A^2\phi_t \right) \sigma \right\}$$

식 (1)이 Fig.10 과 같이 임의방향으로 채취된 시험편의 경우에 대하여 성립할수 있기 위하여는 C_{2211} , C_{3311} 등이 일반적으로 구하여야 한다. 즉 Fig.10 에서

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \bar{x}_1 \cos \theta - \bar{x}_2 \sin \theta \\ x_2 &= \bar{x}_1 \sin \theta + \bar{x}_2 \cos \theta \\ x_3 &= \bar{x}_3 \end{aligned} \right\} \quad (A13)$$

(A13)(A7)에서

$$\beta_i^j = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A14)$$

(A3) (A14)에서

$$\begin{aligned} C_{2211} &= C^{\circ}_{r_1 p q} \beta_1^r \beta_1^s \beta_2^p \beta_2^q \\ &= C^{\circ}_{1111} \cos^2 \theta \sin^2 \theta + C^{\circ}_{1122} (1 - 2 \cos^2 \theta \sin^2 \theta) \\ &\quad - 4 C^{\circ}_{1212} (\cos^2 \theta \sin^2 \theta) + C^{\circ}_{2222} (\cos^2 \theta \sin^2 \theta) \quad (A15) \end{aligned}$$

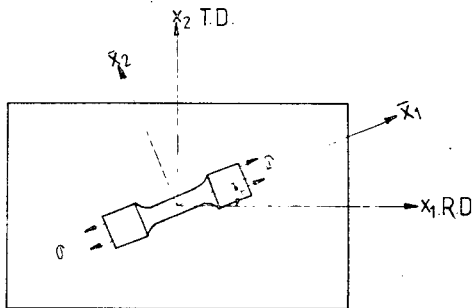


Fig. 10 Transformation of coordinates

$$C_{3311} = C^{\circ}_{3311} \cos^2 \theta + C^{\circ}_{3322} \sin^2 \theta \quad (A16)$$

여기서 계속하여 C°_{1111} , C°_{1122} 등의 계수를 구하여야 하며 예로써 C°_{1111} 에 대하여만 고찰하기로 한다. 길이 방향이 압연방향과 일치하면 (0° 시험편) $\epsilon_{ij}^p = 0$ 로 놓을때 (A10)~(A12)과 (A5)에서

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{11}^p &= \frac{2}{3} \alpha^* C^{\circ}_{1111} \sigma^{11} \sigma^{11} \sigma^{11} \\ \epsilon_{22}^p &= \frac{2}{3} \alpha^* C^{\circ}_{2211} \sigma^{11} \sigma^{11} \sigma^{11} \\ \epsilon_{33}^p &= \frac{2}{3} \alpha^* C^{\circ}_{3311} \sigma^{11} \sigma^{11} \sigma^{11} \end{aligned} \right\} \quad (A17)$$

이때의 R 값을 R_0° 라 두면

$$R_0^\circ = \frac{\epsilon_{22}^p}{\epsilon_{33}^p} = \frac{C^{\circ}_{2211}}{C^{\circ}_{3311}} \quad (A18)$$

변형도의 합이 영(zero)이므로

$$C^{\circ}_{1111} + C^{\circ}_{2211} + C^{\circ}_{3311} = 0$$

$$C^{\circ}_{1111} = -C^{\circ}_{2211} - \frac{C^{\circ}_{2211}}{R_0^\circ} = -\left(1 + \frac{1}{R_0^\circ}\right) C^{\circ}_{2211} \quad (A19)$$

C°_{2211} 는 (A4)(A6)에서 $C^{\circ}_{2211} = -\frac{1}{3}$

따라서

$$C^{\circ}_{1111} = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{R_0^\circ}\right) \quad (A20)$$

같은 방법으로 90° 시험편에서는

$$R_{90}^\circ = \frac{C^{\circ}_{1122}}{C^{\circ}_{3322}} \quad (A21)$$

이와 같이하여 각 계수를 R_0° , R_{45}° 및 R_{90}° 의 함수로 표시할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} C^{\circ}_{2222} &= \frac{1}{3} \left(1 + \frac{1}{R_{90}^\circ}\right), \quad C^{\circ}_{1122} = C^{\circ}_{2211} = -\frac{1}{3} \\ C^{\circ}_{1212} &= C^{\circ}_{1221} = C^{\circ}_{2112} = C^{\circ}_{2121} = \frac{N^\circ}{6} \\ N^\circ &= \frac{1}{2} (1 + 2R_{45}^\circ) \left(\frac{1}{R_0^\circ} + \frac{1}{R_{90}^\circ} \right) \end{aligned} \right\} \quad (A22)$$

따라서

$$C_{2211} = \frac{1}{3} \left\{ -1 + \cos^2 \theta \sin^2 \theta \left(4 - 2N^\circ + \frac{1}{R_0^\circ} + \frac{1}{R_{90}^\circ} \right) \right\} \quad (A23)$$

(A16)(A18)(A21)에서

$$\begin{aligned} C_{3311} &= \frac{C^{\circ}_{2211}}{R_0^\circ} \cos^2 \theta + \frac{C^{\circ}_{2211}}{R_{90}^\circ} \sin^2 \theta \\ &= -\frac{1}{3} \left(\frac{\cos^2 \theta}{R_0^\circ} + \frac{\sin^2 \theta}{R_{90}^\circ} \right) \quad (A24) \end{aligned}$$

이상의 결과를 이용하면 식 (1)에 의한 R_θ 의 수치적 계산이 가능하게 된다.