368 大韓機械學會論文集 第8卷 第4號, pp. 368~374, 1984.

<論 文>

鐘形 構造物의 動的 特性에 관한 實驗的 硏究

鄭錫柱* · 金斗萬** · 廉永夏***

(1984年 5月 25日 接受)

An Experimental Study on the Dynamic Characteristics of the Bell Type Structure

Suk Choo Chung, Doo Man Kim and Young Ha Yum

Abstract

Dynamic characteristics of the bell-type structure including the acoustic effects such as the beat frequencies are analyzed experimentally.

Test bells, A and B types similar to the Kap-Sa Bell in Kong-Ju chosen among typical Yi-Dynasty bells, are manufactured with different scales to the original bell.

To consider the effects of asymmetric characteristics and variation of the acoustic response, these bells are analyzed under the added weights.

The impact test method with the F.F.T.(Fast Fourier Transform) analyzer is adopted to assess experimentally the dynamic response.

Results are in good agreements with the numerically obtained data.

The experimental results are as follows;

(1) The thicker the bell is, the more natural frequency increases.

(2) Two bells, which have different thinckness from each other, produce the different power spectrums, and thereby higher frequencies disappear faster than lower frequencies.

(3) When the number of attaching weights increases, natural frequencies decrease.

(4) As the number of attaching weight increases up to 2, beat frequencies also increase, and in case 4 weights are joined symmetrically, beat frequency does not appear.

1. 緖 論

鐘形 構造物의 動的 特性 硏究 또는 音響特性 硏究는 19世紀末 Rayleigh[1]에 의하여 低固有振動數(low natural frequency)領域의 振動모우드가 거의 굽힘에 의하여 일어난다는 假定下에서 取扱되기 시작하였다.

그 후 西洋의 敎會鐘에 대하여는 1920年부터 1930年代에 Jons[2], Curtiss[3]등에 의하여 進行되었고 東洋의 梵鐘에 對하여는 2次大戰을 以後하여 Aoki와 Yamashita[4,5] Kohasi[6]등에 의하여 이루어 졌는데 主로 鐘의 基本 固有振動數 解析, 測定 및 鐘의 形狀에 따른 變化에 대하여 檢討되었다. 1970年代 들어와서 日本의 Komatsuzawa[7]등에 依한 實驗論文에서 鐘의 各 部分音에 對한 具體的 硏究와 울림 周波數의 矯正, 餘韻의 調整 등 相當히 鐘의 設計에 有用한 資料를 提供하고 있다.

* 正會員, 京畿工業開放大學 機械設計學科
** 正會員, 仁荷工業專門大學 航空整備科
*** 正會員, 서울大學校 工科大學 機械設計學科

鐘形 構造物은 複雜한 셸 構造物의 한 例로서 數學的 接近이 어려워 1960年代에 들어 數値解析 方法인 有限要素法이 사용되기에 이르렀다.

本 硏究에서는 朝鮮朝式 鐘으로 代表的인 公州 甲寺鐘을 모델로 選定하여 同一한 模型으로 縮小 製作하여 實驗하므로서 실제 鐘의 動的 特性 解析을 遂行하였다. 鐘의 構造는 크게 西洋鐘과 韓國 및 日本등지의 東洋梵鐘으로 나누어진다. 西洋鐘의 境遇는 敎會의 chime bell로서 打音을 重要視하고, 梵鐘의 境遇는 긴 餘音과 울림이 重要하다.

日本鐘의 境遇는 朝鮮朝式 梵鐘과 類似하기는 하나 一般的으로 鐘이 上部가 半球에 가깝고 下部는 圓筒 모양을 한 比較的 單純한 形態를 가지고 있다. 그러나 朝鮮朝式 梵鐘의 境遇는 日本鐘에 比하여 더욱 曲線이 크고 모양도 單純하지 않으며 더욱이 非對稱性을 가지고 있어 理論的 振動解析이 매우 어려워 有限要素法과 같은 數値解析的 方法이 試圖되었다.

本 硏究의 境遇 實驗모델인 鐘의 動的 特性의 實驗 遂行에 便利한 衝擊햄머法이 利用되었다. 그리고 實驗結果의 分析은 F.F.T(Fast Fourier Transform)장치를 利用하였으며 荷重附加效果를 조사하기 위해서 적은 振動數의 變化를 찾아낼 수 있는 rapicorder를 利用하였다.

2. 實 驗

2.1. 實驗原理

本 硏究에서 使用한 衝擊試驗方法은 短時間內에 正確하게 周波數 應答函數를 把握할 수 있다. 實驗 모델에서 動特性을 求하기 위해 鐘 下端部의 圓周方向 및 길이 방향으로 지정된 打擊點들에 衝擊햄머로 衝擊을 加해서 衝擊햄머 끝에 附着되어 있는 로드셀에 測定되는 衝擊力을 入力信號로 하고 測定부위에 附着된 加速度計를 通해 測定되는 加速度를 出力信號로 하여 두 個의 信號를 동시에 測定할 수 있는 dual channel F.F.T 장치내에서 Fourier 變換되고 應答의 變換을 入力의 變換으로 나누워 構造物上의 入力과 出力點사이의 傳達函數가 測定된다.

2.2. 實驗裝置 및 實驗方法

(1) 實驗모델

本 實驗을 遂行하기 위하여 公州 甲寺에 있는 實物鐘을 2.5 : 1로 縮小하여 Table 1과 Table 2와 같은 成分과 機械的인 性質을 갖는 靑銅으로 주물을 부어 成形加工하여 實驗鐘 A와 B를 만들었다.

實驗鐘 A는 平均두께가 10mm이고 實驗鐘 B는 平均두께가 6mm로 되게하여 두 鐘의 全般的인 形狀에 關한 效果가 比較되었다.

Table 1 Chemical composition of test bell

Test piece	Composition(%)						
	Cu	Sn	Zn	Pb	Ni	Mn	Cr
Bronze	83.4	15.6	0.033	0.21	0.01	0.01	0.01

(2) 實驗裝置

實驗모델 A와 B의 振動實驗을 위해서 Photo 1에서 보는바와 같이 鐘의 龍頭에 있는 고리를 利用하여 實驗臺에 묶어 軸方向의 變位만이 零이 되도록 固定하였다.

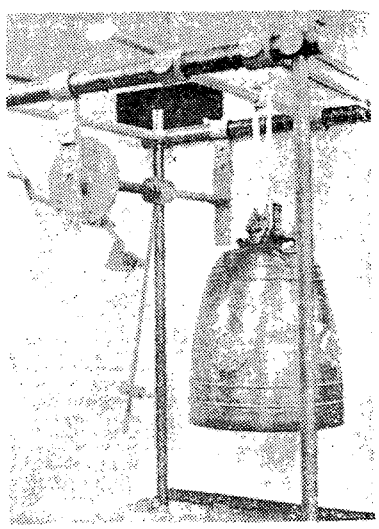

Photo 1 Hanging bell B in test stand

Table 2 Mechanical properties of test bell

Test piece	Young's modules (kg/mm^2)	Poisson's ratio	Weight density (kg/mm^3)	Tensile strength (kg/mm^2)	Impact value (kg-m)	Hardness	
						HRB	HBN
Bronze	0.93×10^3	0.34	8.6×10^{-6}	4,479	11.76	72.8	101.67

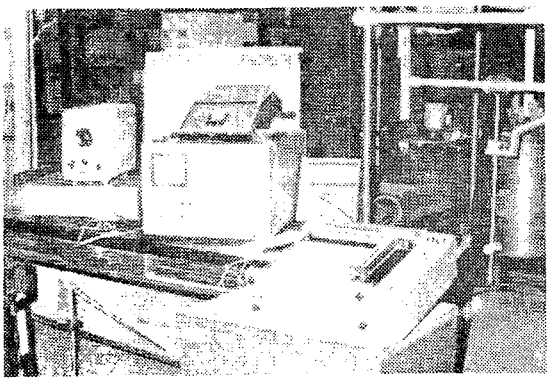

Photo 2 Test set up

Photo 2는 本 實驗에 使用된 實驗裝置를 보여주고 있으며 그 裝置는 다음과 같다.

* 測定裝置 *

(1) F.F.T 裝置 : Ono-Sokki, CF-500 型

(2) Micro pick up: Ono-Sokki, NP-501S 型

(3) X-Y recorder: Ono-Sokki, CX-446 型

(4) Dynamic amplifier: Piezo Electric Co.

* 加振裝置 *

衝擊햄머 : PCB Piezotronics

(3) 實驗方法

Fig. 1은 實驗鐘 A와 B의 振動實驗을 위한 實驗裝置의 블록 다이아그램을 보여 준다.

鐘의 動的 特性을 測定하기 위하여 Fig. 2의 P點에 加速度計를 附着하고 Fig. 2에서 보이는 各點들을 衝擊햄머로 打擊하여 測定되는 衝擊力과 加速度가 Fig. 1과 같은 實驗裝置를 通하여 測定된다. 打擊點의 位置는 Fig. 2에서와 같이 圓周方向으로 鐘의 下端에서 26 mm되는 곳을 同一하게 22.5°씩 分割하여 Fig.2와 같이 番號를 붙였고, 軸方向의 打擊點은 撞座의 位置에 打擊點이 定해질 수 있도록 A鐘의 境遇는 1, 3, 5番의 打擊點으로 부터, B鐘의 境遇는 3, 5番의 打擊點으로부터 65mm 間隔을 잡아 各 5 개씩의 打擊點을 定하였다.

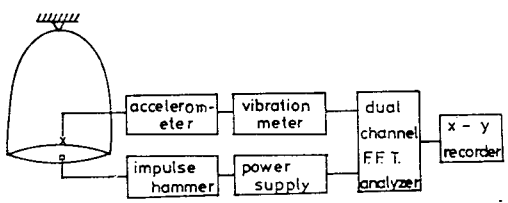

Fig. 1 A schematic diagram of the instrumentation for natural frequencies and mode test

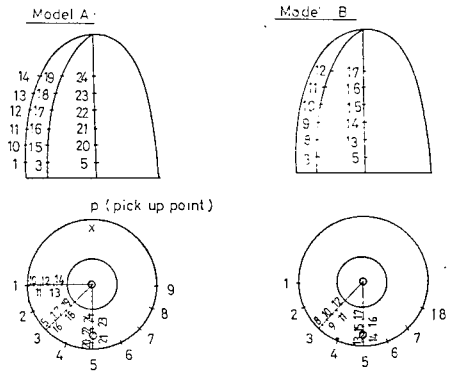

Fig. 2 Striking points and attached pick up for model A and B bell

振動實驗은 Maxwell의 相反原理(reciprocal theorem)를 利用하므로서 Fig. 2와 같이 加速度計를 固定하고 打擊點을 移動하면서 各 打擊時의 周波數 應答函數를 구하여 振動모우드와 固有振動數가 測定되었다. 衝擊햄머로 各 打擊點들을 打擊하여 햄머의 入力과 加速度計의 應答이 F.F.T 裝置의 A channel과 B channel에 各各 入力되어 Fourier 變換되고 power 스펙트럼(PA와 PB) 및 傳達函數의 gain(TG)과 位相(TP) 변화등이 畵面에 나타나게 된다. 이 傳達函數의 gain과 位相에 의하여 振動 모우드가 그려진다.

3. 實驗結果와 考察

3.1. 鐘形狀에 따른 振動特性

Fig. 3과 Fig. 4는 實驗鐘 A와 B에 대한 power 스펙트럼과 加速度計의 time data가 X-Y 記錄計에 의하여 그려진 것으로 各 固有振動數가 나타나 있다. power 스펙트럼에서 peak로 나타나는 點이 構造物의

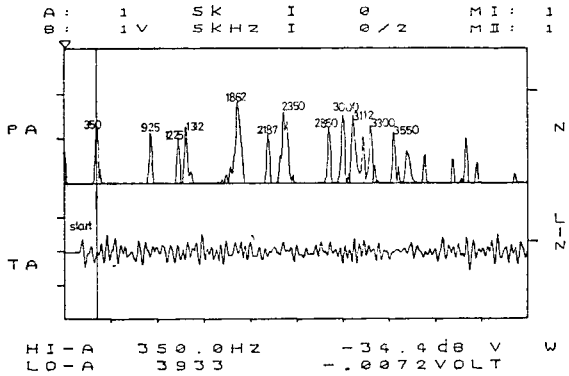

Fig. 3 Power spectrum displayed by F.F.T. analyzer for model A bell

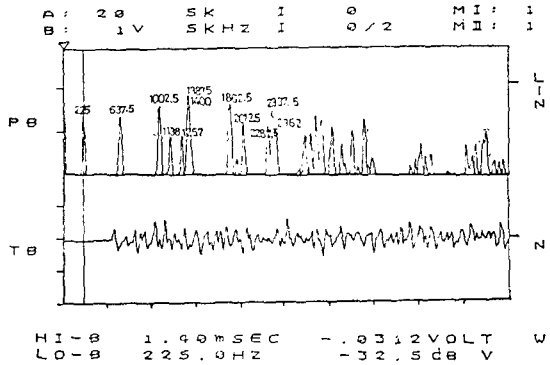

Fig. 4 Power spectrm displayed by F.F.T. analyzer for model B bell

固有振動數이고 振動 모우드는 Maxwell의 相反原理를 利用하여 各 打點에 상당하는 傳達函數의 gain과 位相으로 圓周方向의 모우드와 軸方向의 모우드를 알 수 있다. Fig. 3은 모델 A의 打鐘直後의 power 스펙트럼으로서 1次 固有振動數는 350Hz, 2次 固有振動數는 925Hz 등을 나타내고 있으며 Fig. 4는 모델 B의 것으로 1次 固有振動數는 225Hz, 2次 固有振動數는 637.5Hz 등으로 나타나고 있다. 따라서 全般的으로 두께가 두꺼운 모델 A鐘의 固有振動數가 높게 나타나고 있음을 알 수 있다.

Fig. 5와 Fig. 6은 實驗鐘 A와 B의 時間흐름에 關한 固有振動數와 振幅의 變化를 보여주고 있다. Fig. 5와 Fig. 6은 打鐘後 20초가 經過한 후의 것으로 모델 A는 1次 固有振動數만 뚜렷이 남고 나머지 것은 사라져 가고 있으며 모델 B는 2次 固有振動數까지 뚜렷이 남아 있음을 보이고 있다.

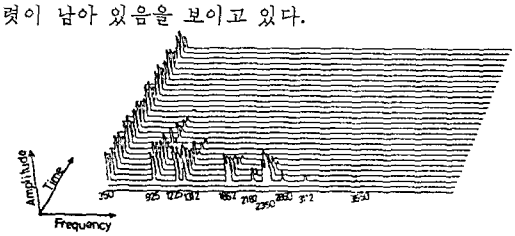

Fig. 5 Variation of the amplitudes vs time for natural frequcncies of model A bell

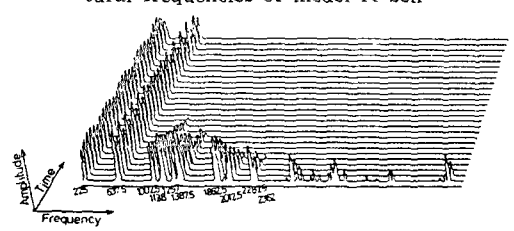

Fig. 6 Variation of the amplitudes vs time for natural frequencies of model B bell

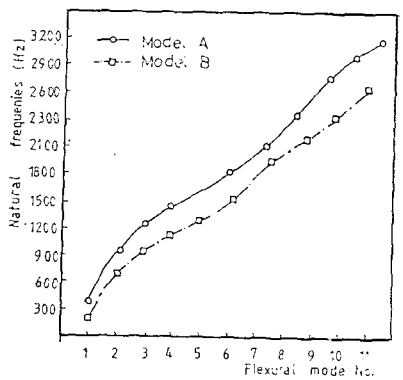

Fig. 7 Natural frequencies of model A and B bell

Table 3 Natural frequencies and mode shape

Frequencies and mode shape / Flexural mode No.	Model A (Hz)	Model B (Hz)	Mode shape
1	350.0	225.0	4-0
2	925.0	637.5	6-0
3	1,225.0	1,002.5	8-0
4	1,330.0	1,138.0	6-1
5		1,257.0	10-0
6	1,900.0	1,387.0	8-1
7		1,862.0	10-1
	2,187.0		6-2
8	2,350.0		2-2
9		2,287.0	8-2
10		2,362.0	4-1
	2,987.0		10-2
11		2,687.0	8-3
	3,112.0		0-2

Table 3은 굽힘 모우드 番號에 따른 固有 振動數를 整理한 것으로 表에 의하면 굽힘 모우드 4番까지는 두 鐘이 잘 一致하고 있으나 5番 모우드 부터는 두께 效果로 하여 모우드 번호가 달라지고 있다. Fig. 7은 A鐘과 B鐘의 固有振動數를 比較한 것으로 두꺼운 鐘A가 全般的으로 固有振動數가 높게 나타나고 있다.

3.2. 鐘에 附加한 荷重의 影響

實驗鐘 B에 荷重 附加 效果를 測定하기 위하여 實驗鐘과 材質이 同一한 靑銅으로 38.6g 짜리의 荷重을 1개, 2개 및 4개를 附着하여 實驗하였다. Fig. 8은 荷重을 附着한 位置와 打擊點 및 加速度計의 附着位置를

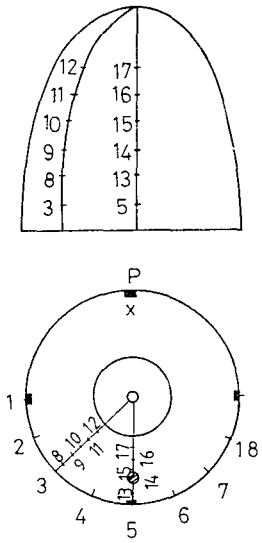

Fig. 8 Position of attaching mass for model B bell

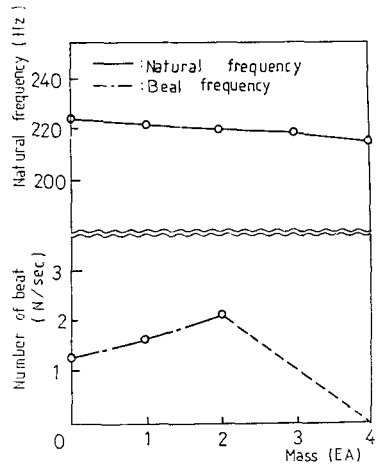

Fig. 9 Natural frequecies and beat frequencies by the effect of attaching mass for model B bell

Table 4 Vavration of natural frequencies and beat frequencies of 1st flexural mode by the effect of the number of mass (38.6g per mass) attached to the outside surface of the bottom of model B bell

Flexural mode No.	Without mass		1 mass		2 mass(180° equal space)		4 mass(90° equal space)	
	Natural frequency	Beat frequency	Natural frequency	Beat frequency	Natural frequency	Beat frequency	Natural frequency	Beat frequency
	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz	Hz
1	225.0	1.4	223.0	1.7	222.0	1.9	220.0	—

보이고 있다.

Table 4에서는 1次 固有振動數와 울림 周波數가 나타나 있으며 Fig. 9는 이를 圖示하였다. 울림周波數는 동일한 周波數에서 高, 低의 周波數差 異를 나타내는 것으로 적은 周波數 차이를 나타낼 수 있는 rapicorder를 이용하였다. 實驗結果를 살펴보면 荷重附加를 시키면 固有振動數가 減少하고 있으며 울림周波數는 荷重附加에 의하여 增加하고 있으나 荷重이 4개로 對稱되게 附加한 경우에는 울림 周波數가 나타나지 않았다.

3.3. 有限要素法에 의한 解析値와 實驗値와의 比較

(1) 振動數의 比較

Fig. 10과 Table 5는 鐘形狀에 따른 振動數가 比較되어 있다. Table 5에서 나타나고 있듯이 두께 增加에 대하여 固有振動數가 增加를 보이고 있으며 그 增加値는 첫번째 모우드인 4—0 모우드에서 數値解析이 136.2Hz를, 實驗結果가 125.0Hz로서 8.2%의 誤差를 보이며 6—0 모우드에서는 7.6%의 誤差를 보여 잘 一致

Table 5 Comparision of natural frequencies for model A and model B bell, results of F.E.M. and experiment

Flexural mode No.	Natural frequencies(Hz)						Frequency increase (model A-model B)			Mode shape
	Model A			Model B			F.E.M	Exp.	Deviation (%)	
	F.E.M	Exp.	Deviation(%)	F.E.M	Exp.	Deviation(%)				
1	392.0	350.0	10.7	255.8	225.0	12.0	136.2	125.0	8.2	4-0
2	917.2	925.0	0.9	606.2	637.5	4.9	311.0	287.5	7.6	6-0
3	1301.3	1225.0	5.9	911.3	1002.5	9.1	390.1	222.5	42.0	8-0

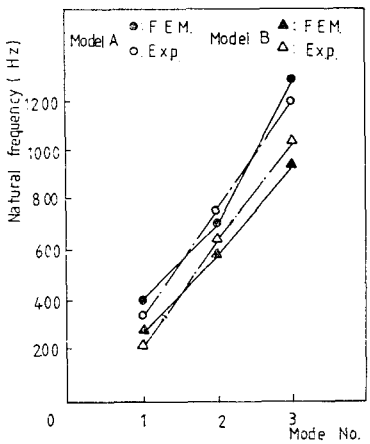

Fig. 10 Comparison of natural frequencies for model A and B, resuts of F.E.M. and experiments

하고 있으나 3번째 모우드에서 42.0%라는 많은 誤差를 보이고 있다.

實驗과 解析사이에 發生한 誤差는 크게 2가지로 나누어 생각할 수가 있다. 그 첫번째는 幾何學的 境界條件의 單純化, 即 數値解析時 鐘의 龍頭部分의 省略등에 의한 誤差이며, 두번째로는 F.F.T 裝置의 許容誤差가 周波數範圍 5kHz 內에서 ±12Hz 程度로 發生되는 測定誤差 등으로 思慮된다.

(2) 附加한 荷重의 比較

Table 6과 Fig. 11 및 Fig. 12는 모델 B에 38.6g의 荷重을 1개, 2개 및 4개를 附加한 경우에 첫번째 모우드인 4—0 모우드만을 比較한 結果이다.

Table 6에서 보면 荷重을 附加하지 않은 경우의 固有

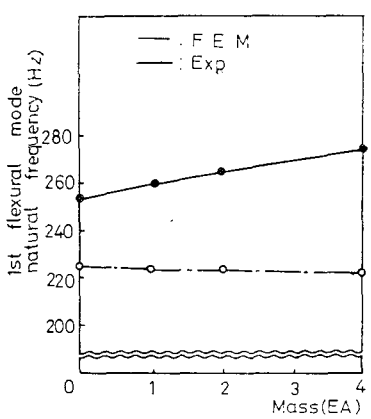

Fig. 11 Comparison of natural frequencies due to mass effect, results of F.E.M and experiments

Table 6 Comparison of mass effect(38.6g per mass), results of F.E.M. and experiment(model B)

Flexural mode No.			1	
Type of frequency			Low	High
No. of mass				
Without mass	Natural frequency(Hz)	F.E.M.	225.7	225.9
		Exp.	225.0	
		Deviation(%)	11.8	
	Beat frequency(Hz)	F.E.M.	0.2	
		Exp.	1.4	
		Deviation(%)	−1.2	
1 mass	Natural frequency(Hz)	F.E.M.	257.3	258.5
		Exp.	223.0	
		Deviation(%)	13.5	
	Beat frequency(Hz)	F.E.M.	1.2	
		Exp.	1.7	
		Deviation(%)	−0.4	
2 mass	Natural frequency(Hz)	F.E.M.	258.8	261.3
		Exp.	222.0	
		Deviation(%)	14.6	
	Beat frequency(Hz)	F.E.M.	2.5	
		Exp.	1.9	
		Deviation(%)	0.6	
4 mass	Natuaral frequency(Hz)	F.E.M.	261.7	—
		Exp.	220.0	
		Deviation(%)	16.8	
	Beat frequency(Hz)	F.E.M.	5.3	
		Exp.	—	
		Deviation(%)	—	

振動數의 誤差는 11.8% 올림 周波數는 有限要素法에 0.2 Hz 實驗에서 1.4Hz를 보이고 있으며, 荷重을 1개 附加한 경우에는 固有振動數의 誤差가 13.5%, 올림 周波數는 有限要素法에서 1.2Hz 實驗에서 1.7Hz, 2개 附加時에는 固有振動數의 誤差가 14.6% 올림 周波數는 有限要素法에서 2.5Hz, 實驗에서는 1.9Hz를 보이며, 4개를 附加한 경우에는 固有振動數의 誤差가 16.8%

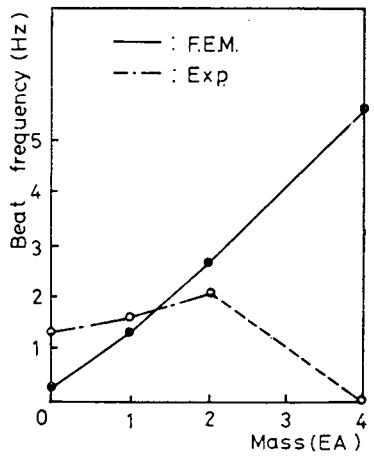

Fig. 12 Comparison of beat frequencies due to mass effect, results of F.E.M. and experiments

울림 周波數는 有限要素法에서는 5.3Hz를 實驗에서는 울림 周波數가 나타나지 않고 있다. 그러나 有限要素法에서는 2번째 굽힘 모우드에서 부터는 荷重 4개를 附着한 경우에 울림周波數가 나타나지 않았다. Fig. 11에서 보면 有限要素法의 경우는 荷重附加의 增加에 對하여 固有振動數가 增加하고 있으나 實驗에서는 減少하고 있다. 이는 有限要素法에 의하여 解析할 때는 荷重附加의 지점에 要素의 첨가로 해서 要素에 剛性과 質量을 同時에 주게되어 剛性의 效果가 더 크게 作用한 것으로 思慮되며 實驗의 경우에는 荷重을 接着製로 附着하여 質量效果만을 주게 된 것으로 思料된다.

또한 울림 周波數에서는 荷重을 4개 附着한 경우가 2개의 경우보다 오히려 나타나지 않고 있는 이유로는 가로 모우드와 세로 모우드가 서로 減少되는 效果를 내고 있는 것으로 생각된다.

4. 結 論

本 硏究는 鐘形 構造物의 動的 特性을 衝擊試驗法에 의하여 解析되었다. 鐘形 構造物의 試驗모델은 公州 甲寺鐘을 實測하여 縮小한 두께가 서로 다른 A形 및 B形 모델을 製作하였다.

解析結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 全 構造物의 두께가 全般的으로 增加할수록 基本 固有振動數들은 增加하였고 모우드 番號가 增加할수록 高次振動이 나타났다. 따라서 鐘의 設計時 基本振動數의 增減을 全 構造物의 두께를 增減하므로서 遂行할 수 있다.

(2) 두께가 全般的으로 다를 경우에는 周波數가 서로 다른 power 스펙트럼이 나타나며 高周波數의 것이 빨리 사라진다.

(3) 附加하는 荷重의 數를 增加시키면 固有振動數는 減少하였다.

(4) 荷重 附加에 대한 울림 周波數는 2개까지는 增加하였으나 4개를 對稱되게 附加한 경우는 울림 周波數가 나타나지 않았다.

References

(1) Lord Rayleigh, "Scientific Papers I, II"., Sound, 1877

(2) A.T. Jones and G.W. Alderman, J. Accoustic society of America 3, 297, 1931, 4, 331, 1933

(3) A.N. Curtiss and G.M. Giannini, J. Accoustic Society of America, 4, 245, 1933, 5, 159, 293, 1935

(4) Yamashita. K, and Aoki, I, "On the Frequencies of the Sound Emitted by Japanese Hanging Bells", Memoirs of the Coll of Sci, Univ, Ser. A. Vol. 15, 1932

(5) Yamashita, K. and Aoki, I. "The Effect of the Length on the Frequency of Sound Emitted by a Circular Cylinder with a Hemispherical Cap", Memoirs of the Coll. of Sci, Kyoto Univ., 1934

(6) Kohasi, Y., Proc, Physico-math, Soc., Japan 16, 94, 293, 1942, Proc, Phys, Soc., Japan, 2, 185, 3, 26, 1948

(7) Aoki, I, Komatsuzawa, A and Ise, M., "Effect of Local Loading on the Accoustical Property of Japanese Bell" Journal of JAS, Vol. 26, 1970

(8) 李長茂, 廉永夏, "鐘形 構造의 振動特性에 關한 硏究", 韓國梵鐘硏究會, No. 3, pp. 31~38, 1980

(9) 廉永夏, 李長茂, 郭在敬 "鐘體를 理想化한 圓筒體의 固有振動과 應力解析에 관한 硏究", 韓國梵鐘硏究會, No. 3, pp. 19~30, 1980

(10) 廉永夏, 郭在敬, 鄭錫柱, "圓錐形셸의 音響調節에 관한 實驗的 硏究", 大韓機械學會論文集, 第6卷, 第4號, pp. 353~360, 1982

(11) 廉永夏, 李榮培, 鄭錫柱, "韓國鐘 構造에 關한 硏究", 韓國梵鐘硏究會, No. 5, pp. 49~60, 1982

(12) Jahangir Ansari, "Dynamic Response Analysis of Shell of Revolution Due to External Forces Using F.E.M, 서울大學校 工科大學 機械設計學科 박사학위 論文, 1983