

多次元 스펙트럼解析의 基礎와 應用

吳 在 應

<漢陽大學校 機械工學科>

1. 序 言

最近 機械構造物로부터 발생되는 騒音·振動의 수준을 評價하고 그 對策을 수립하는데 스펙트럼分析(spectral analysis)과 相關技術(correlation technique)의 利用度가 增加하고 있다. 電子計算機에 依한 데이터處理技術의 進歩에 따라 不規則한 入力을 받는 機械構造物의 固有振動數推定 및 振動모우드解析, 많은 騒音·振動源을 갖는 플렌트·船舶·車輛機器等的 發生源檢出 및 寄與量把握, 그리고 acoustic emission 및 bispectrum에 依한 機器異常診斷技術에 適用함으로써 工學分野에서 한층 중요한 位置를 占하고 있다.

그러나 時間領域에서 처리되는 相關技術은 定量的인 評價에 상당한 成果를 얻고 있으나, 騒音·振動의 周波數領域에서의 性質을 충분히 파악하는 것은 不可能하다. 이와같은 相關技術의 難點을 解決할 수 있었던 것은 最近에 디지털信號處理技術의 進歩와 FFT(Fast Fourier Transform)의 計算 algorithm의 開發로 音響·振動情報를 周波數領域으로 容易하게 變換할 수 있게 됨으로써 새로운 可能性을 보여주었다. 이 중에서도 注目되는 것은 상호 스펙트럼과 寄與函數의 利用에 있다. FFT의 하드웨어(hardware)개발로 파워 스펙트럼 및 상호 스펙트럼을 간단하게 구할 수 있을 뿐만 아니라 傳達函數의 推定 및 寄與函數의 算出이 甚히 容易함을 보였음

으로써 신속한 조작이 가능한 FFT分析器가 市販되고 있으며 音響·振動의 解析에 넓게 利用할 수 있게 되었다. 그런데 실제로 FFT信號分析裝置를 使用하여 傳達函數 및 寄與率을 구하려고 하면 예기치 않았던 問題가 발생하여 예측한 대로 結果가 얻어지지 않을 때가 있고, 또한 간단히 조작할 수 있기 때문에 使用方法和 데이터處理方法을 잘못했을 경우 실제로는 使用할 수 없는 對策을 그 分析裝置로 分析하여 잘못된 結果를 얻을 수도 있다. 따라서 스펙트럼解析法을 適用하거나 FFT分析裝置를 活用하기 위해서는 그 原理에 對한 多少의 知識을 익힐 필요가 있다.

따라서 本 講座에서는 먼저 相關解析에 依한 스펙트럼의 定義에 대해서 記述하고 샘플링이론에 만족하는 時間間隔으로 샘플링함으로써 얻어지는 時系列데이터를 Fourier變換하여 周波數領域에서 系の 特性을 解析하는 原理 및 寄與函數에 대해 說明하고자 한다. 그리고 入力源間에 相關이 存在하는 경우에 있어서 騒音·振動源을 檢出하고 寄與量을 推定할 수 있는 方法으로서의 多次元스펙트럼解析法에 對해 간단하게 記述하고자 한다.

2. 相關解析 및 스펙트럼分析의 基礎理論⁽¹⁾

2個의 變數間의 關聯性을 알아보는 것을 一般적으로 相關解析(correlation analysis)이라 하

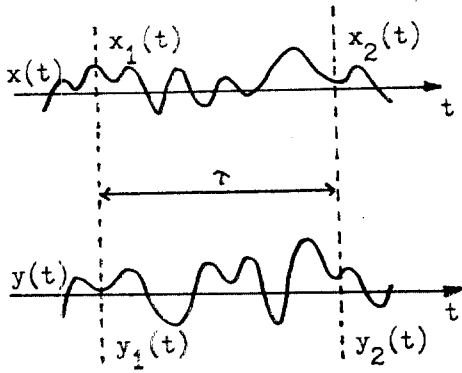


그림 1 시계열 기록의 Ensemble

는데 音響·振動工學에서 그림 1과 같은 不規則 信號 $x_i(t)$, $i=1, 2, \dots$ 를 취급하는 경우가 많다. $x_1(t)$ 와 $x_1(t+\tau)$ 의 積에 對한 Ensemble 平均은

$$E[x_1(t)x_2(t+\tau)] = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k(t)x_{k+1}(t+\tau) = x_1(t)x_2(t+\tau) \quad (1)$$

로 나타낸다. 이 不規則 過程 $\{x_k(t)\}$ 가 定常的 (stationary)일때 式 (1)은 時間差 τ 만으로 決定되며

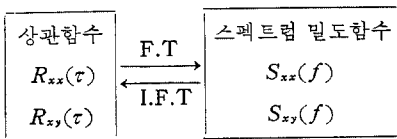
$$R_{xx}(\tau) = x(t)x(t+\tau) \quad (2)$$

로 나타낸다. 이 $R_{xx}(\tau)$ 는 一般적으로 自己相關 函數(auto-correlation function)라 부른다. $x(t)$ 가 ergodic 過程(ergodic process)의 性質을 가지고 있을때 $R_{xx}(\tau)$ 는

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau)dt \quad (3)$$

로 된다. 다음에 2개의 不規則信號 $x(t), y(t)$ 에 對해서 定義되는 函數

$$R_{xy}(\tau) = x(t)y(t+\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t+\tau)dt \quad (4)$$



*F.T.; Fourier 변환
I.F.T.; 역 Fourier 변환

그림 2 Wiener-Khinchin의 공식

를 相互相關函數(cross-correlation function)라 부른다.

自己相關函數 $R_{xx}(\tau)$ 와 相互相關函數 $R_{xy}(\tau)$ 는 Wiener-Khinchin의 關係式(그림 2 參照)으로부터 파워스펙트럼 즉 파워스펙트럼 密度函數(power spectral density function; PSDF) $S_{xx}(\omega)$ 와 크로스 스펙트럼 密度函數(cross-spectral density function; CDSF) $S_{xy}(\omega)$ 를 다음과 같이 각각 나타낼 수 있다.

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega, \quad S_{xx}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau \quad (5)$$

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega, \quad S_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau \quad (6)$$

一般적으로 $S_{xx}(\omega)$ 는 단일 파워의 周波數에 對한 分布를 나타내는 것에 對해서 $S_{xy}(\omega)$ 는 2개 信號의 積에 對한 物理量의 周波數에 對한 分布를 나타내는 것으로 解析되어진다.

또한 PSDF 및 CDSF를 구할 수 있는 다른 方法으로 時間領域의 원래 데이터를 직접 Fourier 變換함으로써 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[X_k(f, T)X_k^*(f, T)] \quad (7)$$

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[X_k^*(f, T)Y_k(f, T)] \quad (8)$$

여기서 $E[\]$ 는 기대치로 지수 k 에 對한 平均을 意味하며, $X_k(f, T)$ 및 $Y_k(f, T)$ 는 定常 不規則過程 $\{x_k(t)\}, \{y_k(t)\}$ 로부터 취한 標本記錄 $x_k(t), y_k(t)$ 의 有限($0 \leq t \leq T$) Fourier 變換을 의미하며 다음 식으로 定義된다.

$$\begin{cases} X_k(f, T) = \int_0^T x_k(t)e^{-j2\pi ft}dt \\ Y_k(f, T) = \int_0^T y_k(t)e^{-j2\pi ft}dt \end{cases} \quad (9)$$

단, T 는 관측시간 즉 기록시간을 나타내며 샘플링 데이터數를 N , 샘플링시간을 Δt 라 하면

$$T = N\Delta t$$

가 되고, Fourier 變換에 의한 스펙트럼의 周波數 分解能을 Δf , 解析하고자 하는 上限周波數 즉 Nyquist cutoff frequency를 f_c 로 하면 샘플링

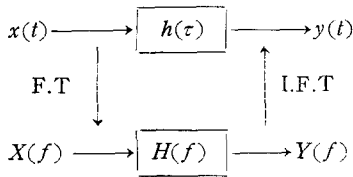


그림 3 이상적인 단일입력-단출력시스템

시간과의 관계는 다음식으로表示된다.

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{N\Delta t}$$

$$f_c = \frac{N}{2}\Delta f = \frac{1}{2\Delta t} \quad (10)$$

實際系를 解析하는데 있어서는 그림 3에 나타내는 外部로부터 소음이 없는 理想的인 단일입력/단출력계로부터 기본이 되고, 測定된 入力와 出力으로부터 系의 特性을 豫見할 수 있으며, 이는 다음과 같은 관계가 成立한다.

$$\begin{cases} S_{yy}(f) = |H(f)|^2 S_{xx}(f) \\ S_{xy}(f) = H(f) S_{xx}(f) \end{cases} \quad (11)$$

여기서 $H(f)$ 는 impulse response function $h(\tau)$ 의 Fourier 變換인 周波數應答函數이다.

그리고 두 함수 $x(t), y(t)$ 간의 寄與도를 나타내는 一般寄與函數(OCF)는 다음식으로 定義된다.

$$\gamma^2_{xy}(f) = \frac{|S_{xy}(f)|^2}{S_{xx}(f)S_{yy}(f)}$$

$$(0 \leq \gamma^2_{xy}(f) \leq 1) \quad (12)$$

이상적인 경우 OCF는 (11), (12)식으로부터 $\gamma^2_{xy}(f) = 1$ 로 되며 반면에 $x(t)$ 와 $y(t)$ 가 완전히 相關되어 있지 않다면 모든 주파수에 對해 $S_{xy}(f) = 0$ 가 되므로 $\gamma^2_{xy}(f) = 0$ 가 된다.

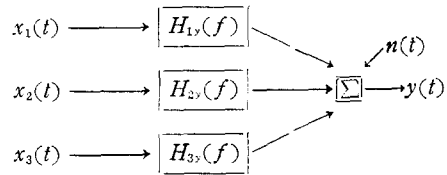
3. 多次元 스펙트럼解析

從來에는 騒音·振動發生源의 檢出이 시행착오적인 手法에 의해 行해졌지만 最近 수년간에 있어서 多次元 스펙트럼解析을 利用한 寄與量 推定法이 여러 分野에 實際 適用함으로써 對策樹立의 基本資料로서 活用할 수 있게 되었다. 따라서 理論的 考察로서 3 入力에 對한 單一出力系에 對해 說明하고 實際로 現場의 振動·騒音問題에

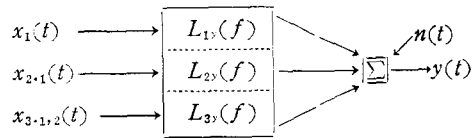
適用한 몇가지 例를 열거하고자 한다.

3.1. 3 入力에 對한 單一出力系의 寄與關係

多入力에 對한 單一出力의 線形系에 있어서 騒音·振動源解析은 Bendat⁽¹⁾, 吳⁽²⁾⁽³⁾등에 의해 보고된 바 있고 여기에서는 3 入力에 對한 單一出力系의 경우에 대해서 알아본다.



(a) 비상관 입력시스템의 경우



(b) 상관 입력시스템의 경우

그림 4 3 入力 單一出력시스템의 모델

그림 4(a)는 入力間에 相關이 없고 相互獨立된 경우의 모델화이며 實際 振動系에 있어서는 一般的으로 入力間에 相關이 存在하는 경우가 많기 때문에 正確한 振動·騒音源檢出을 위해서는 그림 4(b)와 같이 入力間에 相關을 고려한다. 예를 들어서 入力 $x_2(t)$ 는 $x_1(t)$ 에 相關성이 存在하므로 $x_2(t)$ 로부터 $x_1(t)$ 의 成分을 除去한 $x_{2,1}(t)$ 로 되며 다음에 $x_3(t)$ 는 $x_1(t)$ 및 $x_2(t)$ 와의 相關成分을 除去한 $x_{3,1,2}(t)$ 로 된다. 그림 4(b)의 出力스펙트럼은 다음과 같이 나타낼 수가 있다.

$$S_{yy}(f) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 L_{i*}^*(f) L_{j*}(f) S_{ii, (i-1)}(f) + S_{nn}(f) \quad (13)$$

여기서 *는 공액복소수를 나타내며 L_{iy}, L_{jy} 는 그림 4(b)의 系에 있어서의 傳達函數를 각각 나타내고 있다. 그리고 $S_{ii, (i-1)}$ 은 $X_{ii, (i-1)}$ 의 파워 스펙트럼을, $S_{nn}(f)$ 는 外亂 $N(f)$ 의 파워 스펙트럼을 나타내고 있다. 그림 4(a)의 경우 入力間에 相關이 存在한다고 가정하면 出力스펙트럼은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S_{yy}(f) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 H_{iy}^*(f) H_{jy}(f) S_{ij}(f) + S_{nn}(f) \quad (14)$$

여기서 $S_{ij}(f)$ 는 入力間의 상호스펙트럼을, $H_{iy}(f)$ 및 $H_{jy}(f)$ 는 入出力間의 傳達函數를 나타낸다. 한편 식 (14)의 경우 入力間相關이 없는 경우의 出力스펙트럼은

$$S_{yy}(f) = \sum_{i=1}^3 |H_i(f)|^2 S_{ii}(f) + S_{nn}(f) \quad (15)$$

로 나타내며, 이러한 表示를 一般的으로 주파수 응답함수 방법⁽²⁾이라 부른다.

多次元 스펙트럼解析을 위해서는 入力間 혹은 入出力間의 關係로부터 相關成分을 除去하기 위해서는 잔류스펙트럼을 구하게 되는데 예를 들어서 1次的인 잔류스펙트럼은

$$S_{ii,1} = S_{ii}(f) - |L_{i1}(f)|^2 S_{11}(f) \quad (i=2, 3, y) \quad (16)$$

$$S_{ij,1} = S_{ij}(f) - L_{i1}(f) S_{j1}(f) \quad (i=2, 3; j=5) \quad (17)$$

마찬가지로 2次的인 잔류스펙트럼은 예를 들어서 $x_3(t)$ 에 對해서 구하면 다음과 같이 된다.

$$S_{33,1,2}(f) = S_{33,1}(f) - |L_{23}(f)|^2 S_{22,1}(f) \quad (18)$$

$$S_{yy,1,2}(f) = S_{yy,1}(f) - |L_{2y}(f)|^2 S_{22,1}(f) \quad (19)$$

$$S_{3y,1,2}(f) = S_{3y,1}(f) - L_{2y}(f) S_{32,1}(f) \quad (20)$$

다음은 入力間 및 入出力間의 寄與關係를 나타내는 一般寄與函數는

$$\gamma^2_{ij}(f) = \frac{|S_{ij}(f)|^2}{S_{ii}(f)S_{jj}(f)} \quad (21)$$

$$\gamma^2_{iy}(f) = \frac{|S_{iy}(f)|^2}{S_{ii}(f)S_{yy}(f)} \quad (i, j=1, 2, 3) \quad (22)$$

이와같은 關係式을 多入力系에 適用하여 各 入力源의 순수寄與度를 나타내는 부분 寄與函數는

$$\gamma^2_{2y,1}(f) = \frac{|S_{2y,1}(f)|^2}{S_{22,1}(f)S_{yy,1}(f)} \quad (23)$$

$$\gamma^2_{3y,1,2}(f) = \frac{|S_{3y,1,2}(f)|^2}{S_{33,1,2}(f)S_{yy,1,2}(f)} \quad (24)$$

로 되며 이들 식을 이용하여 入力間 및 入出力

間의 相關成分을 除去할 때 多寄與函數는 다음과 같이 된다.

$$\gamma^2_{y,x}(f) = 1 - \{1 - \gamma^2_{1y}(f)\} \{1 - \gamma^2_{2y,1}(f)\} \{1 - \gamma^2_{3y,1,2}(f)\} \quad (25)$$

實際 振動·騒音源을 檢出하는데 있어 入力源의 出力에 對한 純粹한 寄與量을 구할 必要가 있다. 계산에 依한 寄與函數와 寄與스펙트럼의 稱을 寄與出力 파워 스펙트럼이라 하며 다음식과 같이 入力源 $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ 에 對해서 각각 표시된다.

$$\begin{cases} \gamma^2_{1y,2,3}(f) S_{yy,2,3}(f) \\ \gamma^2_{2y,1,3}(f) S_{yy,1,3}(f) \\ \gamma^2_{3y,1,2}(f) S_{yy,1,2}(f) \end{cases} \quad (26)$$

또한 전주파수 영역에서의 尤도한 정보를 얻기 위해 寄與出力 파워 스펙트럼을 周波數에 對해 積分함으로써 에너지기여를 고려한 전반적인 레벨을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \phi_1 = \int_0^f \gamma^2_{1y,2,3}(f) S_{yy,2,3}(f) df \\ \phi_2 = \int_0^f \gamma^2_{2y,1,3}(f) S_{yy,1,3}(f) df \\ \phi_3 = \int_0^f \gamma^2_{3y,1,2}(f) S_{yy,1,2}(f) df \end{cases} \quad (27)$$

以上の 理論에 바탕을 두어 먼저 시스템 모델化를 行한 다음 振動·騒音源 및 觀測點에 있어서의 情報를 對象으로 하여 A/D 變換器에 依해 디지털화된 데이터를 컴퓨터에 入力시키고 入力된 데이터를 개발된 多次元 解析프로그램에 依해 計算하여 플로터로 그래픽함으로써 解析을 수행할 수 있다.

3.2. 現場의 振動·騒音問題에의 適用

各種 分野에서 環境保全이 問題化되고 있으며 騒音制御問題에 많은 관심을 불러 일으키고 있는 가운데 多次元 스펙트럼解析法을 實際로 現場의 振動·騒音問題에 適用한 例를 다음에 나타낸다.

(1) 低周波振動·騒音調査

最近 低周波振動 및 騒音에 依한 가옥, 특히 창문 및 문풍지 등이 建物과 人體에 미치는 影響이 새로운 公害問題로 대두되고 있다.

1983년 파리에서 超低周波에 관한 國際會議가 개최되어 超低周波音(infrasound)은 0.1 Hz에서 20 Hz까지의 周波數 範圍의 音으로 定義되었다. 一般적으로 可聽音이라고 불리는 音은 20 Hz에서 20 KHz까지의 周波數 音이기 때문에 이들의 音은 人間의 귀에 느끼지 못한다. 그러나 이와 같은 超低周波音으로부터 높은 周波數에서도 公害를 發生하고 있기 때문에 超低周波音을 包含하여 30~40 Hz까지의 音을 一般的으로 低周波音이라 부르고 있다. 이 周波數領域의 音에 對한 發生源으로서는 自然現象中에서도 몇가지 存在하지만 各種 플랜트內의 機械, 一般産業裝置 및 自動車의 車體 또는 엔진의 騒音도 거의가 이들의 振動·騒音源에 해당한다.

實際로 플랜트부지 境界의 주변에 低周波音이 問題가 되는 경우 前述한 바와 같이 多數의 해당 機械類가 稼動되고 있는 狀態에서 調査하지 않으면 안된다. 따라서 低周波音을 發生하고 있는 音源을 探索하는 것은 극히 곤란한 問題이다. 특히 플랜트內의 機械가 同一한 周波數로써 같은 정도의 레벨을 가진 音을 發生하는 경우등은 通常의인 方法으로 檢出하는 것은 不可能하다. 그러나 이 경우 上記의 手法을 利用하는 것에 依해 機械를 停止시키지 않고도 音源을 檢出할 수 있다고 생각된다.

(2) 소형승용차內의 騒音診斷에의 應用

多次元 스펙트럼解析을 소형승용차에 應用한 경우 車內騒音의 主要原因을 把握하는데 有效한 手法이라는 것이 알려져 있다. 특히 車內 騒音 寄與別 傳達特性解析모델로서 多入力/單一出力 線形系를 고려한다. 즉, 入力로서는 기관실音, tire rear 및 天井 pannel 振動, 車바닥 pannel 振動을, 그리고 出力로서는 운전석에 앉은 狀態에서 귀의 높이 的 音을 選定하였다. 이와 같은 各 入力과 出力의 OCF를 구하게 되며 이에 따라 入力이 出力에의 寄與關係를 알아보게 된다. 만약 入力間에 OCF가 1.0에 近似하다면 어느 한쪽의 入力을 入力源으로부터 제외시킴에 따라 이들 2個의 入力源을 하나의 入力源으로 代替한다.

이와 같은 소형승용차 운전석에서의 騒音源 診斷에는 人間에 對한 振動의 感覺補正量으로써 ISO 2631의 全身 振動에 對한 補正曲線을 利用한다. 도로가 좋은 狀態에서 問題가 되는 周波數는 7 Hz~22 Hz의 領域이라고 알려져 있다. 특히 운전석 上下方向의 振動은 우측 앞 스프링 밑의 上下振動의 寄與가 가장 큰 것으로 알려져 있다.

한편 自動車와 같은 傳達特性이 複雜한 騒音·振動問題에 이와 같은 多入力線形系모델을 適用하는 것은 엄밀히 말해서 무리한 점은 몇가지 存在할지 모르나 複雜한 系를 극히 간단한 모델로 假定하여 그 傳達特性, 寄與率 등을 개략적으로 把握해 가는 것은 工學上, 나아가서는 防音·防振設計上 有用한 것으로 생각되어 진다.

(3) 船舶의 振動·騒音源의 探索

船內 居住區의 騒音에 對해서는 總톤數 300톤을 넘는 船舶의 선원거실의 騒音레벨目標値를 55dB(A)로 하고 各 造船所는 船舶을 設計하는데 있어서 이 目標値에 近似하도록 義務化되어 있다. 그러나 現 段階의 技術上 問題로부터 당면한 總톤數 20,000 以上 65dB(A), 65,000톤 以上 60dB(A)의 規制가 適用되고 있다.

이와 같은 狀況에 대처하기 위해서는 船內 居住區의 騒音低減化에 對한 여러가지 對策研究을 실시하고 있다. 船內에는 驅動源, 動力源 및 環境保全 機器로서 主機 및 그 補助機, 프로펠러, 디젤發電機, 汽罐室 通風機등 各種 機器가 탑재되어 있고 이들 機器로부터 發生하는 振動 및 騒音이 固體傳播 및 空氣傳播하여 居室에 騒音으로 된다. 또한 船內에는 鋼板에 依해서 傳播 經路가 상당히 複雜하고 各 機器의 寄與를 把握하기가 곤란하다.

騒音 對策上 이들 機器의 居室 騒音에 對한 寄與를 把握하는 것은 상당히 重要하지만 上記의 理由 등으로부터 各 機器의 居住區 騒音에 對한 寄與에 對해서 잘 알려지지 않은 實情이다. 여기서 騒音 對策의 일환으로서 어느 주목되는 居室 騒音에 各 機器의 寄與量에 對해서 上記의 OCF를 適用하여 구함으로써 各 騒音源의 寄與度를

算出해 낼 수 있다.

(4) 鍛造機의 衝擊騷音源 檢出⁽⁵⁾

最近 많은 問題로 대두되는 鍛造機에 對해 音源解析을 行하는데 있어서 鍛造機의 衝擊騷音源은 多數存在한다고 假定할 수 있다. 實際로 鍛造機 Hammer 의 落下에 依한 衝突部와 그의 各面의 振動應答을 複數의 入力源으로 생각 하고 그때 機械構造物의 全面에서 放射되는 放射音을 出力으로 가정하여 多入力系에 對한 單一出力系의 모델解析을 行하였다. 鍛造機로부터의 소리의 傳達은 鍛造機 本體와 空間의 2個의 直列傳達系로 생각될 수 있으므로 鍛造機의 振動應答과 自由空間에 對한 3個의 代表的인 入力을 假定하고 出力으로 音壓을 測定하여 入力間의 相關이 서로 存在하는 系에 多次元 스펙트럼解析을 適用하여 音源을 檢出하고 寄與量을 評價한다.

參 考 文 獻

(1) J.S. Bendat & A.G. Piersol, "Engineering

Applications of Correlation and Spectral Analysis", John Wiley & Sons, 1980

(2) 吳在應外 3名, "多次元 스펙트럼解析による 閉空間モデル을 利用した 衝擊騷音의 檢出", 日本機械學會論文集, 第 447 卷(c), pp.1971~1981, 1983

(3) J.E.Oh. "Appilcations of Multi-Dimensional Spectral Analysis for Noise Source Identification on Mechanical Structures", Thesis of Doctor Eng., Tokyo Institute of Technology, 1983

(4) M.J. Crocker, "Measurement of Frequency Responses and the Multiple Coherence Function of the Noise-Generation System of a Diesel Engine", JASA, Vol. 58(3), 1975

(5) 吳在應, "鍛造機의 衝擊騷音源의 檢出への多次元 스펙트럼解析의 應用", 日本機械學會論文集 게재예정, 1985

