□ 제 5 회

# 食品工學 計算法

卞 裕 亮
〈延世大 工大 食品工學科 敎授〉

## 2-4. 마찰계수의 계산

### 2-4-1 뉴우턴 유체식품의 마찰

內面이 매끈한 파이프를 흐르는 유체에 대하여 次元解析을 하면 다음 식이 얻어진다. 여기서 $\Delta P_f$는 마찰에 의한 압력손실이다.

$$\frac{\Delta P_f}{\rho \bar{V}^2}=\phi\left[\left(\frac{m}{\bar{V}^{2-n}D^n\rho}\right),\ \left(\frac{L}{D}\right),\ \left(\frac{\tau_0}{\bar{V}^2\rho}\right),\ (n)\right] \qquad (2\text{-}52)$$

뉴우턴 유체일 때는 $\tau_0=0$, $m=\mu$, $n=1$ 이므로 식 (2-52)는

$$\frac{\Delta P_f}{\rho \bar{V}^2}=\phi\left[\left(\frac{\mu}{D\bar{V}\rho}\right),\ \left(\frac{L}{D}\right)\right] \qquad (2\text{-}53)$$

레이놀드수가 일정하면 $\Delta P_f/\rho\bar{V}^2$는 $L/D$에 비례하므로,

$$\frac{\Delta P_f}{\rho \bar{V}^2}=\frac{L}{D}\phi\left(\frac{\mu}{D\bar{V}\rho}\right) \qquad (2\text{-}54)$$

또는

$$\frac{\Delta P_f D}{\rho \bar{V}^2 L}=2f=\phi\left(\frac{\mu}{D\bar{V}\rho}\right) \qquad (2\text{-}55)$$

$f$를 Fanning의 마찰계수라 부르며, $f$와 레이놀드수($Re$) 사이에 함수관계가 있음을 알 수 있다. 식 (2-55)는 매끈한 파이프라 가정하였으나, 실제 內面이 거친 파이프에서 $f$는 $Re$ 뿐만 아니라, 파이프 內面의 相對粗滑度 (relative roughness)의 함수이다. 이들 사이의 관계를 나타낸 것이 그림 2-20이다. 마찰계수의 계산은 유체의 흐름에 의한 압력손실의 계산 뿐만 아니라, 열전달과 물질전달과도 관계되는 대단히 중요한 것이다.

길이 $L$, 지름 $D$인 수평파이프를 통해 유체가 定常狀態로 이동할 때, 파이프의 벽면에 작용하는 총마찰력은 벽면의 표면적 $2\pi RL$과 벽면에서의 전단응력 $\tau_w$와의 곱이며, 이 힘은 단면 $\pi R^2$에 작용하는 파이프 前後의 압력차 $\Delta P_f$와 같다. 즉,

$$2\pi RL\cdot\tau_w=\pi R^2\Delta P_f$$

이므로,

$$\Delta P_f=\frac{2L\tau_w}{R}=\frac{4L\tau_w}{D} \qquad (2\text{-}56)$$

벽면에서의 마찰력은 평균 운동에너지 1/2 $\rho\bar{V}^2$에 비례하므로 비례상수를 $f$라 하면 다음 式이 성립된다.

$$\tau_w=\frac{1}{2}f\rho\bar{V}^2 \qquad (2\text{-}57)$$

또는

$$f=\tau_w/\left(\frac{1}{2}\rho\bar{V}^2\right) \qquad (2\text{-}58)$$

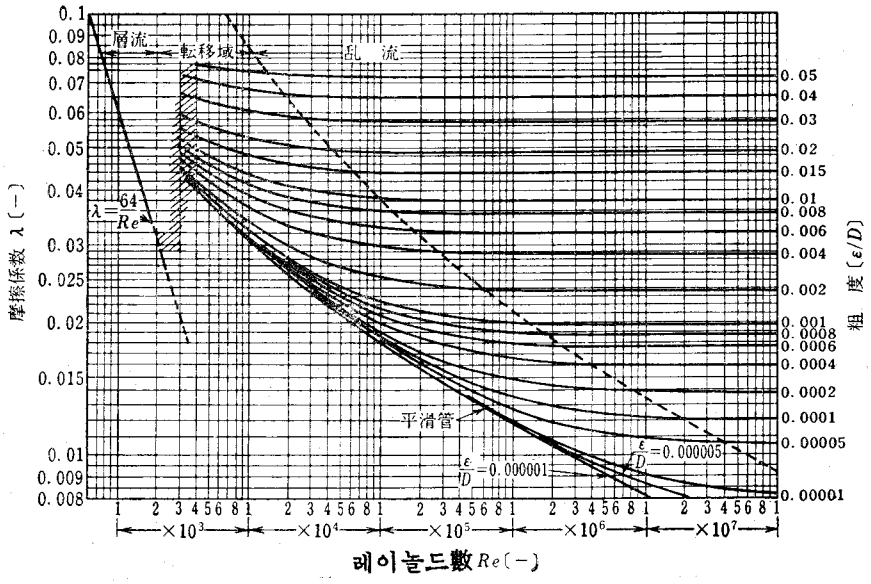


그림 2-20 마찰계수와 레이놀드수의 관계

式 (2-56)을 式 (2-58)에 대입하면

$$f=\frac{D\Delta P_f/4L}{\rho\bar{V}^2/2}=\frac{D\Delta P_f}{2\rho\bar{V}^2L} \qquad (2\text{-}59)$$

로 되어 次元解析으로부터 구한 식 (2-55)의 마찰계수와 같아진다.

뉴우턴 유체의 층류영역에서는 $\tau_w=8\mu\bar{V}/D$ 이므로 식 (2-57)에서

$$f=16/Re \qquad (2\text{-}60)$$

그림 2-20에서 레이놀드數 2,100 이하에서는 마찰계수와 레이놀드數 사이에 식 (2-60)이 성립된다는 것을 알 수 있다. 또한 그림 2-20에서 파이프 벽면의 粗滑度가 증가하면 $f$는 $Re$에 無關하여진다는 것을 알 수 있다. 표 2-1에 Moody에 의하여 주어진 代表的인 파이프의 絕對粗滑度(absolute roughness, 突起의 평균 높이)를 나타내었다.

표 2-1 絕對粗滑度값($\varepsilon$)

| 파이프의 종류 | (mm) | (ft) |
|---|---|---|
| Drawn tubing | 0.0015 | 0.000005 |
| Commercial steel and wrought iron | 0.046 | 0.00015 |
| Asphalt cast-iron | 0.122 | 0.0004 |
| Galvanized iron | 0.152 | 0.0005 |
| Cast iron | 0.260 | 0.00085 |
| Wood stave | 0.18—0.91 | 0.0006—0.003 |
| Concrete | 0.3—3.0 | 0.001—0.01 |
| Riveted steel | 0.9—9.0 | 0.003—0.03 |

亂流영역의 마찰계수에 대하여는 다음의 Blausius式이 잘 적용된다. 이와 같은 형태의 式은 간단하여 裝置設計의 계산에 잘 사용된다.

$$f=0.0791\,Re^{-\frac{1}{4}} \quad (Re<10^5) \qquad (2\text{-}61)$$

## 2-4-2 지수법칙유체식품의 마찰계수

지수법칙 유체의 層流인 경우 식 (2-9)와 (2-13)으로부터

$$\tau_w=m\left(\frac{\bar{V}}{R}\right)^n\left(\frac{3n+1}{n}\right)^n \qquad (2\text{-}62)$$

이므로 식 (2-58)에 대입하면,

$$f=\frac{2m}{\rho\bar{V}^2}\left(\frac{\bar{V}}{R}\right)^m\left(\frac{3n+1}{n}\right)^n$$

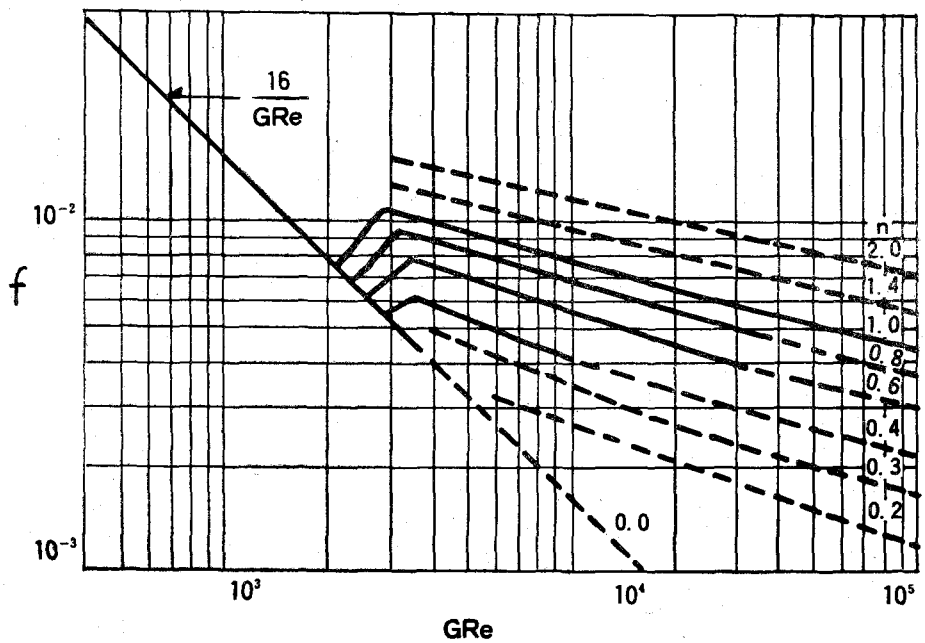


그림 2-21 자수법칙유체에 대한 일반화된 레이놀드수와 마찰계수와의 관계

$$= \frac{16m\left(\frac{3n+1}{n}\right)^{2n-3}}{\rho \bar{V}^{2-n} D^n} \qquad (2\text{-}63)$$

즉, $f=\frac{16}{GRe}$ (2-64)

여기서 $GRe=\frac{\rho \bar{V}^{2-n} D^n}{2^{n-3} m\left(\frac{3n+1}{n}\right)^n}$ (2-65)

$GRe$는 일반화된 레이놀드수(generalized Reynold number)라 한다. 뉴우턴 유체인 경우 $n=1$, $m=\mu$라 두면 $GRe$는 $Re$와 같아진다. 뉴우턴 유체인 경우에는 $Re>4,000$ 이상에서 완전히 난류가 되나 지수법칙 유체는 $Re>7,000$ 이상에서 난류가 되는 것으로 보고되고 있다. 지수법칙 유체의 마찰계수는 뉴우턴 유체의 마찰계수와 마찬가지로 $Re$ 대신에 $GRe$를 사용하여 그림 2-20으로부터 구할 수 있으나 $GRe>2,000$인 경우에는 부정확하므로 $GRe$와 $n$을 사용하여 그림 2-21로부터 구한다.

빙함가소성 모형에 따르는 유체식품의 층류흐름에 대한 Fanning의 마찰계수 $f$는 다음 관계식으로부터 추산할 수 있다.

$$f=\frac{16}{Re,_{\mu'}} \frac{PI}{8(\tau_0/\tau_w)}$$

여기서 $Re,_{\mu'}=(D\bar{V}\rho/\mu')$로서 소성점도 $\mu'$를 사용하여 계산한 레이놀드수이고, $\tau_0$는 항복응력, $\tau_w$는 벽면에서의 전단응력, $PI=(\tau_0 D/\mu'\bar{V})$로서 plasticity number이다.

또한 빙함가소성 유체식품의 마찰계수는 그림 2-22로부터 추정할 수 있다. $PI$ 대신에 Hedstrom($He$)이란 無次元郡를 이용하여서도 $f$를 구할 수 있으며, 여기서 $He=(PI)(Re,_{\mu'})=(\tau D^2\rho/\mu'^2)$이다. 그림 2-22는 뉴우턴 거동을 기초로 작성된 것이므로 난류에서는 부정확한 것으로 알려져 있다.

〔예제 2-10〕 우유가 안지름 0.0254m인 파이프를 유량 2.27kg/s로 흐를 때 레이놀드수를 구하라. 단, 우유의 점도 $\mu$는 0.00212Pa·s, 밀도 $\rho$는 1,030kg/m³이다.

〔풀이〕 먼저 평균 유속 $\bar{V}$를 구한다.

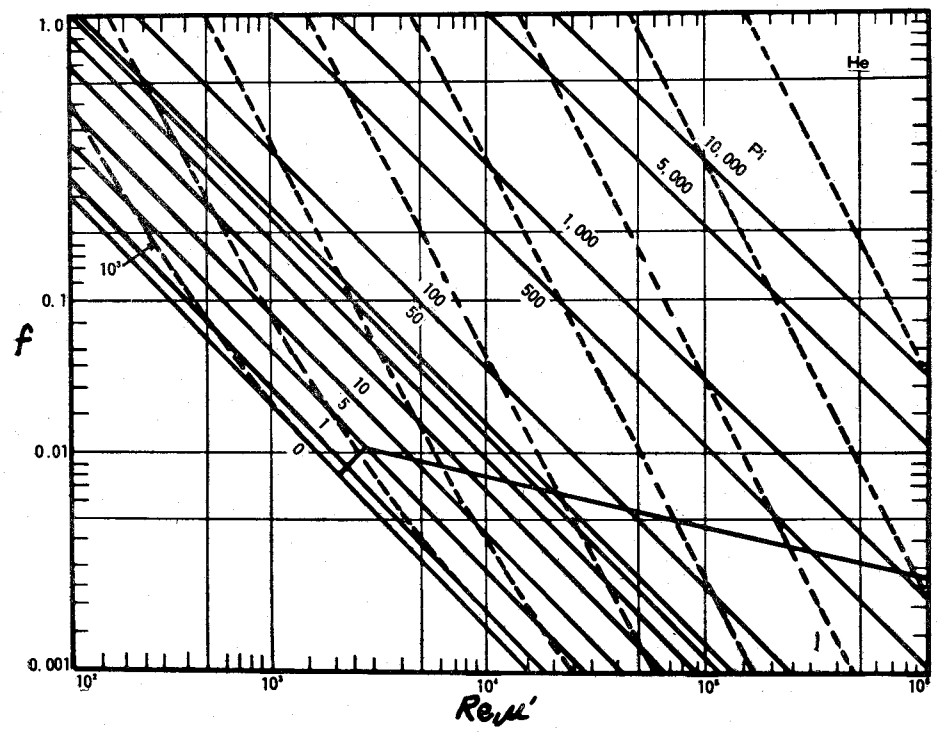


그림 2-22 빙함가소성유체에 대한 Fanning의 마찰계수 선도
— : Plasticity number,... : Hedstom number

$$\bar{V}=\frac{2.27\text{kg/s}}{(1,030\text{kg/m}^3)(\pi/4)(0.0254^2\text{m}^2)}$$

$=4.35\text{m/s}$

$\mu=0.00212\ \text{Pa}\cdot\text{s}=0.00212\text{kg/m}\cdot\text{s}$

$$Re=\frac{0.0254\times4.35\times1,030}{0.00212}=53,700$$

$Re\gg4,000$이므로 파이프 내에서 우유의 흐름은 완전한 난류라 할 수 있다.

〔예제 2-11〕 안지름 0.0127m인 파이프 내를 흐르는 바나나 퓨레의 일반화된 레이놀드수를 구하라. 단 바나나 퓨레의 점조도계수 $m$은 $6.0\text{Pa}\cdot\text{s}^{0.454}$, 유동계수 $n$은 0.454, 밀도 $\rho$는 $977\text{kg/m}^3$, 질량유량 $Q$는 0.126kg/s이다.

〔풀이〕

$$\bar{V}=\frac{0.126}{(977)(\pi/4)(0.0127)^2}=1.02\text{m/s}$$

$m=6.0\text{Pa}\cdot\text{s}^{0.454}=6.0\text{kg/m}\cdot\text{s}^{1.546}$

$$GRe=\frac{977\times1.02^{1.546}\times0.012^{0.454}}{2^{-2.546}\times6.0\times\left(\frac{3\times0.454+1}{0.454}\right)^{0.454}}$$

$=64$

$Re\ll7,000$이므로 층류이다.

〔예제 2-12〕 안지름 0.0529m의 가스관을 30m/s의 유속으로 물을 수송할 때 마찰계수를 구하라.

〔풀이〕 먼저 $Re$를 구한다.

$\mu=0.001\ \text{Pa}\cdot\text{s}=0.001\text{kg/m}\cdot\text{s}$

$\rho=1,000\text{kg/m}^3$

$$Re=\frac{0.0529\times3.0\times1,000}{0.001}=1.59\times10^5$$

표 2-1에서 가스관의 $\varepsilon$은 0.000046m이므로 상대조활도

$\varepsilon/D=0.000046/0.0529=0.00085=0.001$

그림 2-20에서 $\varepsilon/D=0.001$인 곡선의 $Re=$

$1.59\times10^5$인 때의 $f$를 구하면 $f=0.0053$

〔예제 2-13〕 우유가 안지름 0.0127m의 파이프 내를 유속 8.00m/s로 흐를 때 마찰계수를 구하라. 단 우유의 점도 $\mu$는 0.00212 Pa·s, 밀도 $\rho$는 1,030kg/m³이다.

〔풀이〕

$$Re=\frac{0.0127\times8.00\times1,030}{0.00212}=49,400$$

$4,000<Re<10^5$이므로 식 (2-61)에 의하여

$$f=0.0791Re^{-\frac{1}{4}}=0.0791\times49,400^{-\frac{1}{4}}$$
$$=0.0053$$

〔예제 2-14〕 예제 2-11과 같은 조건에서의 마찰계수를 구하라.

〔풀이〕 $GRe<2,100$이므로 식 (2-64)에 의하여

$$f=16/64=$$

〔예제 2-15〕 지름 0.0508m의 파이프 중을 평균유속 3.05m/s로 pumipimg할 때 apple sauce의 마찰계수를 구하라. 또 apple souce의 $m$는 0.66Pa·s$^{0.408}$, $n$는 0.408, $\rho$는 1,121kg/m³이다.

〔풀이〕

$$m=0.66\text{Pa}\cdot\text{s}^{0.408}=0.66\text{kg/m}\cdot\text{s}^{1.592}$$

$$GRe=\frac{1,121\times3.05^{1.592}\times0.0508^{0.408}}{2^{-2.592}\times0.66\times\left(\frac{3\times0.408+1}{0.408}\right)^{0.408}}$$

$$=8,960$$

$Re=8,960$, $n=0.408$이므로 그림 2-21로부터 $f=0.0045$이다.

〔예제 2-16〕 안지름 0.0127m인 파이프 내를 흐르는 바나나 퓨레가 완전한 층류가 되지 않기 위하여 필요한 최저 유속을 구하라. 단 바나나 퓨레의 $m$은 6.0Pa·s$^{0.454}$, $n$는 0.454, $\rho$. 977kg/m³이다.

〔풀이〕 비뉴우턴 유체의 임계 $GRe$는 약 7,000이므로 필요한 최저 유속은 $GRe=7,000$인 때의 유속이라 생각하면 된다.

$$GRe=\frac{977\times\bar{V}^{1.546}\times0.0127^{0.454}}{2^{-2.546}\times6.0\times\left(\frac{3\times0.454+1}{0.454}\right)^{0.454}}$$

$$=7,000$$

$$\bar{V}=21.1\text{m/s}$$


## 〈新 刊 案 內〉

**公正去來法**은 著者(李 南 基, 經濟企劃院 公正去來室 制度運營課長)가 現職에서 公正去來實務를 直接遂行하면서 얻은 經驗과 高麗大學校 經營大學院에서 講義를 통해 쌓은 學問的인 硏究를 토대로 公正去來 解說과 그간의 委員會 審決例를 묶어서 編纂한 公正去來 實務 指針書입니다.

公正去來制度는 우리나라에서 施行된지 이제 2년이 채 못되어 用語마저 生疎하여 理解가 비교적 어렵게 여겨지는 分野이기 때문에 자세한 內容說明과 그 동안 公正去來委員會가 審決한 事件에 대한 解說과 外國의 公正去來制度의 소개까지 곁들인 本 **"公正去來法"**은 體系的인 學問硏究를 원하는 사람은 물론, 企業體의 營業活動에도 많은 도움이 되리라 믿습니다.

특히, 지금까지 商行爲에 있어서 企業과 企業間의 마찰과 企業과 消費者間의 去來秩序確立에 대해서 논란이 되었던 모든 事例를 망라하였으므로 企業體의 長은 물론 實務者의 必讀을 요하는 著書입니다.

「**公正去來法**」 李 南 基 著 A5 洋裝 468 面
定價 6,500원
**學 硏 社**
서울特別市 九老區 禿山 1 洞 295-15
Tel. (交) 854-0471~3, (直) 856-9381~2