



# 컴퓨터 시스템 設置를 위한 位置-割当-規模決定 模型

崔洙仁 / 經營電算研究室

## 〈要 約〉

복수 設備立地 문제의 한 유형인 컴퓨터 시스템 설치문제는 設置위치의 결정, 서비스 지역의 割当, 각 시스템의 規模 결정 등 복합적인 의사결정 과제를 안고 있다.

이 세가지 의사결정 문제는 상호 밀접하게 연결되어 있으므로 세 문제를 동시에 고려하여 전체적으로 最適化할 수 있는 解를 구하도록 해야 하는 데 이는 매우 어려운 일이다. 그러므로 지금까지는 각각의 最適解를 독립적으로 구한 후 이를 적당히 결합한다거나 또는 아예 最適解를 구하기 보다는 만족할 만한 適正解를 구함으로써 만족할 수 밖에 없었다.

본 연구에서는 이러한 限界를 극복하기 위해 컴퓨터 시스템 설치에 있어서의 location-size 結合模型을 구축함으로써 이러한 의사결정 문제의 數理的 最適解를 구하고자 했다.

이 모형은 線型 및 非線型的 제약조건을 갖는 non-linear programming 문제로 數式化되었으며, penalty function method, feasible conjugate, direction methods, branch & bound technique 등의 algorithm들을 단계적으로 사용함으로써 最適解의 導出이 가능하게 되었다. 실제문제에 적용한 결과 有用性은 충분한 것으로 보여졌으

나 解法上的의 개선을 통해 계산노력을 줄이도록 함이 요구 되었다.

## 〈Abstract〉

In the area of computer network planning, a location-allocation-size problem is involved. Since multi-facility location-allocation-size problems are very complex in formulating a mathematical model, it is a usual practise to adopt alternative approaches, which give no optimal results, instead of the optimal solution by mathematical approach.

In this article, however, an attempt is made to formulate a mathematical model for the decision making problem of computer network design.

## I. 序 論

過去에는 通信 및 컴퓨터 相關技術의 未發達로 인해 모든 資料處理는 컴퓨터 센터에서 一括處理 (Batch)方式으로 이루어 졌었다. 그러나

多重處理가 가능해 짐과 아울러 데이터 통신이 실현됨에 따라 온-라인 即時處理(On-line real time) 方式으로 處理形態가 바뀌어 가고 있다. 이러한 技術的 變化가 分散化된 資料處理시스템의 出現을 야기했고, 이는 集中式 시스템(Centralized system)과 分散式 시스템(Distributed system) 간의 經濟的·技術的·業務的 면에서의 優劣을 가려 最適시스템을 論하는 데까지 이르렀다.

이러한 컴퓨터 시스템의 最適 network의 構成 問題에 있어서, 컴퓨터 設置문제는 工場이나 設備의 立地問題의 한 類型으로 볼 수 있는데 單一設備의 位置決定問題에 있어서는 割當과 規模決定問題가 따르지 않지만 設備의 수가 複數가 되면 位置決定과 아울러 割當, 規模등을 決定하는 과정이 追加된다. 즉, 컴퓨터는 몇군데에 設置하는 것이 좋으며 각 컴퓨터의 設置場所는 어디가 最適인가? (Location문제) 또 各各의 컴퓨터에서 處理를 해야 할 業務分野 내지 서어비스 地域을 어떻게 割當하는 것이 좋으며, (Allocation문제) 이들 業務量을 감당하기 위해서는 각 컴퓨터 및 相關 設備의 處理能力 내지 容量은 어느 規模로 하는 것이 適正한가? (Size문제) 등의 意思決定 問題가 발생된다.

이러한 세가지 意思決定 問題는 세계의 個別的 問題라기 보다는 하나의 相互 關聯된 複合의 意思決定 問題라 할 수 있다. 그런데 이 세 문제를 동시에 考慮하여 最適解를 구하는 것은 어려운 일이므로, 지금까지 사용되어 온 일반적인 方法은 各各 문제를 獨立시켜 各各의 最適解를 구한후 이의 適當한 結合을 통해 전체 問題의 最適化를 꾀하는 方法이나 또는 휴리스틱 接近方法(Heuristic approach)이었다. 그러나 이런 方法들은 最適解를 도출할 수 없다는 限界를 가지고 있으며 따라서 數理的 模型에 의한 해결이 요구되고 있다.

본 연구에서는 다양한 類型의 location-allocation-size문제 중에서 컴퓨터 시스템의 設置位置, 地域割當, 適正規模등을 결정하는 문제에 초점을 맞추어 기존 方法들의 限界點을 극복하도록 數理的 模型의 樹立을 시도하였다.

## II. 問題의 考察

### 1. 시스템의 概要

地理的으로 分散되어 있는 地域들에서 발생하 는 業務의 處理를 위한 컴퓨터 시스템 設置문제로서 컴퓨터 시스템의 數는 하나, 혹은 그 이상 이 될 수 있고 그 適正數는 模型에서 구해지도록 한다. 컴퓨터 設置 候補地는 地面上의 모든 位置를 대상으로 하기 보다는 社會文化的 要因 등의 非經濟的 要因들의 檢討를 통해 選定된, 한정된 수의 設置 候補地에 국한시키는 것으로 하는데, 이는 보다 現實的인 것이며 문제의 크기를 줄이는 效果도 갖고 있다.

컴퓨터 시스템의 수가 둘 이상일 경우, 한 業務 發生地域은 한 컴퓨터 시스템에만 종속되는 것으로 하며, 서로 다른 컴퓨터가 關望하는 두 개의 地域간에 相關된 業務를 處理할 때에는 두 시스템이 共同作業을 하게 된다고 본다.

컴퓨터 시스템 및 相關 주변장치, 傳送路 등의 容量은 연속적으로 증가하기 보다는 階段形으로 有限한 수의 段階를 갖고 增加하며 그 上限과 下限이 있다고 본다.

### 2. 意思決定 內容

위와 같은 類型의 시스템에 있어서 位置-割當-規模 決定문제는 다음에 대한 답을 要求한다.

#### (1) 數와 位置의 決定

- 몇 시스템을 設置할 것인가?
- 각각 어느 곳에 設置할 것인가?

#### (2) 割當의 問題

• 시스템이 여럿일 경우 각 處理 担当領域은 어떻게 割當할 것인가?

#### (3) 規模의 問題

• 各 시스템이, 割當된 地域의 業務量을 감당케 하려면 각 시스템의 規模는 얼마가 適正한가?

등과 함께 傳送路의 갯수와 傳送速度를 결정하여야 한다.

### 3. 適用 可能한 意思決定 狀況

여기에서 提示된 模型을 適用할 수 있는 狀況을 보면,

- 기존의 컴퓨터 시스템의 存在여부에 관계 없이
- 增設 또는 新設만을 考慮할 때나 新設 및 增

設을 동시에 考慮할 때 등에 구애되지 않으며

- 業務가 地域間에 独立的인든, 상호 관련성 이 있는 간에 모두 적용 가능하고
- 集中式이나 分散式등의 業務 處理方式에 관계없이 어떠한 狀況의 문제에도 適用可能할 것이다.

#### 4. 模型의 基本前提

##### 가. Network

各 業務 發生地(또는 터미날 設置地)는 單一의 컴퓨터 시스템에 종속되며, 各 컴퓨터 시스템간은 서로 직접 연결되어 있다.

##### 나. 業務負荷

두 地域間에 서로 연관되어 處理되는 業務의 경우, 두 地域이 서로 다른 컴퓨터에 종속되어 있으면 두 컴퓨터 시스템은 특정 比率에 따른 業務 處理 負荷를 가지고 共同作業을 함으로써 處理하게 된다. 한편 資料의 傳送은 업무 發生地의 터미날과 그 터미날이 종속되어 있는 컴퓨터 사이에서만 이루어지나 두 컴퓨터의 공동작업이 요구될 때에는 두 컴퓨터간에도 傳送量이 있다고 본다.

##### 다. 資料處理需要

• 모든 資料處理 要求는 各 터미날에서만 발생한다(즉, 各 시스템 自体에서 발생하는 業務 負荷는 無視한다).

• 各 地域內, 또는 地域間의 資料處理 要求量은 장기적으로 보아 安定的이며 그 패턴이 同一할 것으로 본다.

• 業務 한 單位를 처리하기 위한 컴퓨터 作業量과 傳送量은 그 分布가 平均值 부근에 集中되어 있고 그 平均值는 구해질 수 있다고 본다.

##### 라. 資料 處理能力 및 傳送能力

• 컴퓨터는 그 處理能力이 不連續的인 여러 級의 規模가 있으며 이에 는 上限과 下限이 있다.

• 한 地域에 있어서 複數의 컴퓨터를 設置하지 않는다.

• 컴퓨터간을 연결하는 回線이나 터미날--컴퓨터간의 回線은 여러 段階의 不連續的 傳送能力을 가지며 이에 는 上限과 下限이 있다.

• 各 回線은 複數個를 使用할 수 있다.

##### 마. 費用要素

• 回線은 專用線路를 使用하는 것이 일반적

이므로 回線 使用料가 傳送量에 線型으로 比例하지는 않는다.

• 컴퓨터와 전용선로는 그 處理能力에 대응하여 변화하는 費用을 갖는다.

• 專用回線 使用料는 거리에 比例하여 增加한다.

바. 컴퓨터 設置地域과 業務 發生地域의 位置 業務 發生地는 有限한 수의 點으로서 주어졌으므로 보고 컴퓨터 시스템의 設置位置는 有限한 수의 候補地 中에서 택하는 것으로 한다.

### III. 模型의 樹立

#### 1. 使用된 記号

n : 資料處理 需要地의 數

m : 컴퓨터 設置 候補地의 數

l : 컴퓨터 처리能力 段階의 數

u : 터미날--컴퓨터간 傳送速度 段階數

v : 컴퓨터--컴퓨터간 傳送速度 段階數

i, j, p, q : 資料處理의 需要地를 나타내는 첨수(1, 2, ..., n)

k : 컴퓨터 設置 候補地를 나타내는 첨수(1, 2, ..., m).

c : 컴퓨터 시스템의 處理能力 段階를 나타내는 첨수(1, 2, ..., l).

s : 터미날--컴퓨터간의 回線의 傳送速度 段階를 나타내는 첨수(1, 2, ..., u).

t : 컴퓨터--컴퓨터간의 回線의 傳送速度 段階를 나타내는 첨수(1, 2, ..., v).

#### 2. 意思決定 變數(Decision variables)

Y : 컴퓨터 시스템의 適正數(기존+新設)

$0 \leq Y \leq m$ , Y는 integer variable.

$X_{i,k}$  : 터미날 i의 컴퓨터 設置 候補地 k에 의 연결 여부

$\begin{cases} X_{i,k}=1 : \text{연결된 경우} \\ X_{i,k}=0 : \text{연결되지 않는 경우} \end{cases}$

$i=1, 2, \dots, n$

$k=1, 2, \dots, m$

$X_{i,k}$ 는 0-1 variable

$P_{i,s}$  : 터미날 i에서 컴퓨터까지의 回線 s의 갯수

$i=1, 2, \dots, n$

$s=1, 2, \dots, u$

$P_{is}$ 는 non-negative integer variable.

$H_{k_1, k_2, t}$ : 컴퓨터 設置 候補地  $k_1, k_2$  사이의 回線  $t$ 의 갯수

$t=1, 2, \dots, v$

$k_1, k_2=1, 2, \dots, m$

$H_{k_1, k_2, t}$ 는 non-negative integer variable.

$S_{kc}$ : 컴퓨터 設置 候補地  $k$ 에 있어서 處理能力規模  $c$ 인 컴퓨터의 設置 여부

$\begin{cases} S_{kc}=1: \text{설치할 경우} \\ S_{kc}=0: \text{설치하지 않을 경우} \end{cases}$

$k=1, 2, \dots, m$

$c=1, 2, \dots, l$

$S_{kc}$ 는 0-1 variable.

### 3. 入力資料(Input data)

가. 거리표(Distance matrix)

$d_{ik}$ : 터미널  $i$ 와 컴퓨터 設置 候補地  $k$ 간의 距離

$d_{k_1, k_2}$ : 컴퓨터 設置 候補地  $k_1, k_2$ 간의 距離

나. 資料處理 要求量

$T_{ij}$ : 地域  $i$ 에서 발생하여 地域  $j$ 에 관련되어 處理해야 할 業務의 量(單位時間當)

다. 處理能力

$WS_c$ : 規模段階  $c$ 인 컴퓨터의 處理能力

$WP_s$ : 터미널-컴퓨터간 回線의 傳送速度 段階  $s$ 의 傳送速度

$WH_t$ : 컴퓨터-컴퓨터간 回線의 傳送速度 段階  $t$ 의 傳送速度

라. 費用

$CS_c$ : 規模段階  $c$ 인 컴퓨터 시스템의 諸般 運用費

$CP_s$ : 터미널-컴퓨터간 回線에 있어서 傳送速度 段階  $s$ 인 回線의 單位 距離當 使用料

$CH_t$ : 컴퓨터-컴퓨터간 回線에 있어서 傳送速度 段階  $t$ 인 回線의 單位 距離當 使用料

마. 資料處理 負荷率

$L_o$ : 業務 發生地域 컴퓨터의 處理 負荷率 (한 컴퓨터 單獨으로 1單位의 業務 處理時의 負荷量을 基準으로 함).

$L_d$ : 業務 關聯 地域 컴퓨터의 處理 負荷率

바. 資料 伝送率

$\beta$ : 業務 1單位의 處理를 위해 터미널-컴퓨터간에 伝送되는 資料量

$\gamma$ : 業務 1單位의 處理를 위해 컴퓨터-컴퓨터간에 伝送되는 資料量

### 4. 目的函数(Objective function)

본 模型의 目的函数은 費用을 최소화하는 것으로서 이와 관련된 費用은 通信費(專用回線 使用料)와 컴퓨터 시스템 및 부대設備의 設置·運用費로 나눌 수 있다. 여기서 回線 使用料는 다시 터미널과 컴퓨터간의 回線 使用料와 컴퓨터-컴퓨터간의 回線 使用料로 구분되므로 다음과 같이 세 費用部分으로 나누어 目的 함수를 數式化하고자 한다.

Minimize Total Cost =  $C_1 + C_2 + C_3$

여기서  $C_1$ : 터미널-컴퓨터간 通信費 合計

$C_2$ : 컴퓨터-컴퓨터간 通信費 合計

$C_3$ : 컴퓨터 및 부대設備의 設置·運用費 合計

가. 回線 使用料  $C_1$

$$C_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{s=1}^u CP_s \cdot d_{ik} \cdot X_{ik} \cdot P_{is}$$

나. 回線 使用料  $C_2$

$$C_2 = \sum_{k=1}^m \sum_{k'=k+1}^m \sum_{t=1}^v CH_t \cdot d_{k_1, k_2} \cdot H_{k_1, k_2, t}$$

다. 컴퓨터 運用費  $C_3$

$$C_3 = \sum_{k=1}^m \sum_{c=1}^l CS_c \cdot S_{kc}$$

### 5. 制約条件(Constraints)

이 模型에 있어서의 制約 條件으로는 다음이 있다.

- 터미널은 단 하나의 컴퓨터에만 연결되어야 한다.

- 터미널-컴퓨터간, 또는 컴퓨터-컴퓨터간의 전송량을 만족시킬 수 있도록 각 回線의 수와

伝送速度가 決定되어야 한다.

• 컴퓨터의 処理能力은 그에 대한 業務處理 要求量을 감당할 수 있어야 한다.

• 한 地域에는 한대의 컴퓨터만 設置하는 것으로 한다.

이상의 制約 條件 외에도 변수들이 non-negative integer라는 條件이 만족되어야 하고 0-1 變數의 경우 zero-one 條件이 만족되어야 한다. 이상의 制約 條件들을 數式化하면 다음과 같다.

가. 터미날의 컴퓨터 시스템 連結條件

$$\sum_{k=1}^m X_{ik} = 1, \quad i=1, 2, \dots, n$$

나. 回線의 伝送能力 滿足條件

$$\sum_{s=1}^u WP_s \cdot P_{is} \geq \sum_{j=1}^n \beta_j \cdot T_{ij},$$

$$i=1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{t=1}^v WH_t \cdot H_{k_1, k_2, t} \geq \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma \cdot T_{lj} (X_{lk_1} \cdot X_{jk_2}),$$

$$k_1, k_2=1, 2, \dots, m, \text{ 단 } k_2 > k_1$$

다. 컴퓨터의 處理能力 滿足條件

$$\sum_{c=1}^i WS_c \cdot S_{kc} \geq \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m T_{lj} \{L_o \cdot X_{lk} + L_d \cdot X_{jk} - (L_o + L_d - 1) \cdot X_{lk} \cdot X_{jk}\},$$

$$k=1, 2, \dots, m$$

라. 1地域 複數 컴퓨터 設置 制限條件

$$\sum_{c=1}^i S_{kc} \leq 1, \quad k=1, 2, \dots, m$$

마. 기타 制約 條件들

$$X_{ik} = 0 \text{ 또는 } 1, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

$$k=1, 2, \dots, m$$

$$S_{kc} = 0 \text{ 또는 } 1, \quad k=1, 2, \dots, m,$$

$$c=1, 2, \dots, i$$

$$P_{is} : \text{non-negative integer,}$$

$$i=1, 2, \dots, n, \quad s=1, 2, \dots, u$$

$$H_{k_1, k_2, t} : \text{non-negative integer,}$$

$$k_1, k_2=1, 2, \dots, m, \text{ 단 } k_2 > k_1,$$

$$t=1, 2, \dots, v$$

## 6. 模型의 整理와 解의 解析

앞서 살핀 目的函数과 制約 條件들을 整理하여 模型을 완성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } C = & \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m \sum_{s=1}^u CP_s \cdot d_{ik} \cdot P_{is} \cdot X_{ik} + \\ & \sum_{k=1}^m \sum_{k=1}^m \sum_{t=1}^v CH_t \cdot d_{k_1, k_2} \cdot H_{k_1, k_2, t} \\ & + \sum_{k=1}^m \sum_{c=1}^i CS_c \cdot S_{kc} \end{aligned}$$

$$\text{Subject to } \sum_{k=1}^m X_{ik} = 1, \quad i=1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{s=1}^u WP_s \cdot P_{is} \geq \sum_{j=1}^n \beta_j T_{ij},$$

$$i=1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{t=1}^v WH_t \cdot H_{k_1, k_2, t} \geq \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^n \gamma \cdot$$

$$T_{lj} (X_{lk_1} \cdot X_{jk_2}),$$

$$k_1, k_2=1, 2, \dots, m, \quad k_1 < k_2$$

$$\sum_{c=1}^i WS_c \cdot S_{kc} \geq \sum_{l=1}^n \sum_{j=1}^m T_{lj} \{L_o \cdot X_{lk}$$

$$+ L_d \cdot X_{jk} - (L_o + L_d - 1) \cdot X_{lk} \cdot X_{jk}\}, \quad k=1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{c=1}^i S_{kc} \leq 1, \quad k=1, 2, \dots, m$$

$$X_{ik} : 0 \text{ or } 1, \quad i=1, 2, \dots, n,$$

$$k=1, 2, \dots, m$$

$$S_{kc} : 0 \text{ or } 1, \quad k=1, 2, \dots, m,$$

$$c=1, 2, \dots, i$$

$$P_{is} : \text{non-negative integer,}$$

$$i=1, 2, \dots, n,$$

$$s=1, 2, \dots, u$$

$$H_{k_1, k_2, t} : \text{non-negative integer,}$$

$$k_1, k_2=1, 2, \dots, m,$$

$$k_2 > k_1$$

$$t=1, 2, \dots, v$$

이 模型을 適用하여 얻어지는 解의 內容과 그 解析은 다음과 같다.

가. 컴퓨터 시스템의 適正數

$$Y = \sum_{k=1}^m \sum_{c=1}^i S_{kc}$$

나. 컴퓨터 設置位置의 決定

각 設置 候補地 k에 대해  $\sum_{c=1}^i S_{kc} = 1$ 인 곳에는 컴퓨터를 設置하고 0인 곳에는 設置하지 않는다.

다. 각 컴퓨터 시스템의 處理領域의 割當 變數  $X_{ik}$  값의 0 또는 1의 여부에 따라 각 컴퓨터가 서어비스를 하게 될 領域(여기서는 터미날)이 決定된다.

라. 각 컴퓨터 시스템의 規模決定

컴퓨터 設置 候補地 k에 있어서,  $S_{kc} = 1$ 일 경우 規模段階 c인 컴퓨터가 選擇된다.

마. 伝送速度의 選擇과 回線數의 決定

터미날 i로 부터 컴퓨터까지의 線路는 變數  $P_{is}$  의 값에 따라 伝送速度 段階 s인 回線을  $P_{is}$  個 만큼씩 사용하는 것이 最適이다. 또 컴퓨터 시스템  $k_1, k_2$  간의 線路는 變數  $H_{k_1, k_2, t}$  의 값에 따

라 伝送速度 段階  $t$ 인 回線을  $H_{k1, k2, t}$ 個 만큼씩 使用하는 것이 最適으로 決定된다.

이상에서 樹立된 模型을 使用함으로써 이러한 network와 유사한 形態를 갖는 컴퓨터 시스템의 location-allocation-size決定 문제에 있어서 이 세 意思決定 課題를 綜合적으로 고려한 最適解를 導出하는 것이 可能할 것이다.

#### IV. 解法 (Algorithm)

이 模型을 풀기 위해서는 몇 段階에 걸쳐 여러 解法들을 動用해야 한다.

適用 可能한 解法은 다양하겠으나 여기서는 다음의 解法들을 선택하였다.

본 模型의 문제는 目的函数과 制約條件에 모두 非線型 函数가 존재하는 非線型 制約條件의 非線型 計劃문제이며, 制約條件에는 等式과 不等式이 섞여 있다. 따라서 penalty function method를 사용하여 非線型 制約條件들을 目的函数에 penalty term으로서 附加하여 線型 制約條件만을 갖는 문제로 전환시킨 후 feasible conjugate direction method에 의해 解를 구한다. 여기에서 얻어지는 解는 integer constraints를 만족시키지 못할 것이므로 branch & bound method를 사용하여 整数解를 구하도록 한다.

#### V. 結 論

本 研究에서는 널리 分散된 地域들의 業務處理을 위한 컴퓨터 시스템의 設置에 따른 位置決定—地域割當—規模決定등의 종합적 意思決定을 가능케 하는 最適化 模型의 樹立을 시도하였다. 筆者는 實事例에 본 模型을 적용하여 數式化한 후 앞서 언급한 解法들을 사용하여 解를 구해본

결과, 現實 問題에의 適用 可能性은 충분한 것으로 나타났다. 단지 計算 過程上的의 어려움으로써, 앞서 언급된 解法들은 큰 memory size를 필요로 하며 또 branch & bound method로 nonlinear program문제를 되풀이 하여 풀어야 하므로 많은 計算時間이 필요했다. 문제의 規模가 커지면 이는 큰 限界點이 될 것이므로, 보다 效率的인 解法을 찾는다거나 문제의 規模를 가급적 줄임으로써 보다 적은 努力으로 解를 구할 수 있을 것이다.

앞으로는 보다 다양한 network와 處理形態의 시스템들에도 適用이 가능하도록 模型을 더욱 일 반화해 나가야 할 것이며, 이로써 컴퓨터 設置의 經濟的 最適化를 追求하는 많은 意思決定 문제의 解決에 기여하는 道具를 마련할 수 있을 것이다.

#### 参 考 文 献

1. Choi, Su In, A Study on the Location Problem in the Computer Network Design for Postal Giro Services, 1982.
2. Avriel, M., Nonlinear Programming, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, Inc., 1976.
3. Bazaraa, M. S. & Shetty, C. M., Nonlinear Programming, John Wiley & Sons, Inc., 1979.
4. Francis, R. L. & White, J. A., Facility Layout and Location, Prentice-Hall Inc., 1974.
5. Johnson, R. A., et al., Operations Management-A Systems Concept, Houghton Mifflin Co., 1972.

