

# 發電機 動特性에 관한 數理模型의 樹立

吳星哲 / 電力系統研究室

## I. 序論

動態安定度는 電力系統의 설계 및 運轉에 긴요하다. 安定度를 해석하기 위해서는 그 數理模型 (Mathematical model)을 수립하여야 하는바, 數理模型은 發電所 動特性에 관한 數理模型, 負荷에 관한 數理模型 및 連系送電線路 (Interconnected line)에 관한 數理模型으로 대별할 수 있다. 發電所 動特性에 관한 數理模型은 다시 發電機 (Generator) 模型, 電壓調整裝置 模型 (Voltage regulator), 調速機 (Governor) 模型, 動搖方程式 (Swing equation)으로 세분된다. 여기서는 發電所 動特性에 관해서 주로 다룬다.

電力系統은 대규모 system이기 때문에 模型의 단순화가 필요하다. 단순화된 模型은 制御系統의 simulation, 解석, 설계에 관련된 계산을 줄일 수 있으며, 실제 구현하기가 용이하다. 여기서는 여러 방법 중 aggregation method와 perturbation method를 이용하여 數理模型을 수립하고자 한다.

## II. Perturbation Method

連系線路의 動特性을 분석하기 위해서는 狀態變數로 된 連系線路의 線形化 模型이 필요하다.

그 模型은 응통성이 있고 각 발전기의 制御要 素까지 상세하게 표현되어야 한다. 모형은 일련의 微分方程式과 代數方程式을 動作點 주위에서 線形化 시킨 후 상태변수로서 나타낸다.

狀態變數로서 표현된 微分方程式과 代數方程式의 표준형은 아래와 같다.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad \dots \dots \dots \quad ①$$

여기서  $x, u, y$ ; 狀態 vector

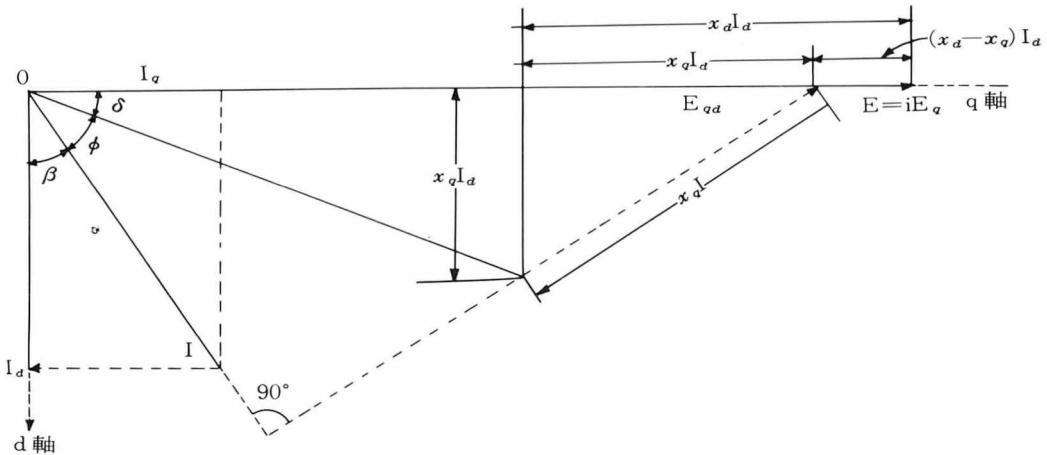
A, B, C, D; 常數原素로 된 行列

連系線路에서 副system의 상태변수들은 A 行列을 block 대각선 行列의 합으로 표현되게 배열되어야 한다. 각 block 들은 decoupled system의 動特性 및 각 副system의 連系를 나타내야 한다.

### 1. 發電機 模型

n個의 발전기를 가진 電力系統의 非突極形同期機의 Park 式에 의한 三次 模型을 이용한다. 변압기 전압과 固定子電壓의 포화는 무시한다. 系統의 damping은 Torque 式에서 等價의 제동함수로서 고려한다.

이상과 같은 假定에서,  $i$  번째 母線에 의하여 선로에 연결된  $i$  번째 發전기의 式은 다음과 같다. (그림 1) 參照)



〈그림 1〉 同期機의 Vector 圖

$$v_{dt} = x_{q1}i_{q1} \quad \dots \quad ②$$

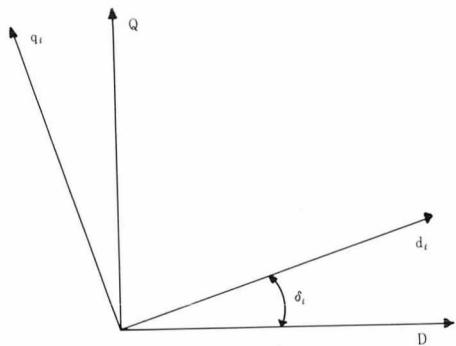
$$v_{qi} = -x_{d1}i_{dt} + x_{m1}i_{st} \quad \dots \quad ③$$

$$\psi_{st} = -x_{md1}i_{dt} + x_{rs1}i_{st} \quad \dots \quad ④$$

각 發電機의 전압, 전류성분은 다음의 軸變換에 의하여 共通基準軸(D, Q)에 의하여 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} v_{dt} \\ v_{qi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & \sin \delta_i \\ -\sin \delta_i & \cos \delta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{D,i} \\ v_{Q,i} \end{bmatrix} \quad \dots \quad ⑤$$

같은 관계가 전류에 대해서도 성립한다.



〈그림 2〉 i 번째 發電機의 (d, q) 축과 기준축(D, Q)

⑤式을 이용하여 ②~④式을 動作點 주위에서 線形化 시키면 式 ⑥, ⑦이 된다.

$$\Delta I_t = R_t \Delta V_t + W'_t x_{gt} \quad \dots \quad ⑥$$

$$\Delta I_{st} = \bar{R}_t \Delta V_t + \bar{W}'_t x_{gt} \quad \dots \quad ⑦$$

여기서  $\Delta I_t = [\Delta i_{D,i}, \Delta i_{Q,i}]^t$

$$\Delta V_t = [\Delta v_{D,i}, \Delta v_{Q,i}]^t$$

$$x_{gt} = [\Delta \delta_i, \Delta \dot{\delta}_i, \Delta \psi_{st}]^t$$

$R_t, W'_t, \bar{R}_t, \bar{W}'_t$ 는 常數行列로서 그 원소들은 아래와 같다.

$$R_t(1, 1) = -\left(\frac{1}{x_{q1}} \frac{1}{x'_{dt}}\right) \sin \delta_i \cos \delta_i$$

$$R_t(1, 2) = -\left(\frac{\sin^2 \delta_i}{x_{q1}} + \frac{\cos^2 \delta_i}{x'_{dt}}\right)$$

$$R_t(2, 1) = \left(\frac{\cos^2 \delta_i}{x_{q1}} + \frac{\sin^2 \delta_i}{x'_{dt}}\right)$$

$$R_t(2, 2) = -R_t(1, 1)$$

$$W'_t(1, 2) = W'_t(2, 2) = 0$$

$$W'_t(1, 1) = -\left[\left(i_{dt} + \frac{v_{q1}}{x_{q1}}\right) \sin \delta_i + \left(i_{q1} - \frac{v_{dt}}{x'_{dt}}\right) \cos \delta_i\right]$$

$$W'_t(1, 3) = \frac{x_{dt} - x'_{dt}}{x_{mdt} x'_{dt}} \cos \delta_i$$

$$W'_t(2, 1) = \left[\left(i_{dt} + \frac{v_{q1}}{x_{q1}}\right) \cos \delta_i - \left(i_{q1} - \frac{v_{dt}}{x'_{dt}}\right) \sin \delta_i\right]$$

$$W'_t(2, 3) = \frac{x_{dt} - x'_{dt}}{x_{mdt} x'_{dt}} \sin \delta_i$$

$$\bar{R}_t(1, 1) = \frac{x_{dt} - x'_{dt}}{x_{mdt} x'_{dt}} \sin \delta_i$$

$$\bar{R}_t(1, 2) = -\frac{x_{dt} - x'_{dt}}{x_{mdt} x'_{dt}} \cos \delta_i$$

$$\bar{W}_t(1, 1) = \frac{x_{dt} - x'_{dt}}{x^2_{mdt} x'_{dt}} v_{dt}$$

$$\bar{W}_t(1, 2) = 0$$

$$\bar{W}_t(1, 3) = \frac{x_{dt} - x'_{dt}}{x^2_{mdt} x'_{dt}} x_{dt}$$

## 2. 動搖方程式

i 번째 발전기의 動搖方程式은 式 ⑧, ⑨이다.



$$A_{et}(1,3) = A_{et}(2,1) = 0$$

$$A_{et}(1,1) = -\frac{K_{et}}{T_{et}}, \quad A_{et}(1,2) = \frac{1}{T_{et}}$$

$$A_{et}(2,2) = -\frac{1}{T_{et}}, \quad A_{et}(2,3) = -\frac{K_{et}}{T_{et}}$$

$$A_{et}(3,1) = -\frac{K_{et}K_{ft}}{T_{et}T_{ft}}$$

$$A_{et}(3,2) = \frac{K_{ft}}{T_{et}T_{ft}}, \quad A_{et}(3,3) = -\frac{1}{T_{ft}}$$

$$B_{et}(1,1) = B_{et}(3,1) = 0$$

$$B_{et}(2,1) = \frac{K_{et}}{T_{et}}$$

$$A_{vt}(2,1) = A_{vt}(2,3) = A_{vt}(3,1) = 0$$

$$A_{vt}(1,1) = -\frac{1}{T_{rvt}}, \quad A_{vt}(1,2) = \frac{K_{rt}K_{vt}}{T'_{cht}}$$

$$A_{vt}(1,3) = \left( \frac{1}{T_{rvt}} - \frac{K_{rt}}{T'_{cht}} \right) K_{vt}$$

$$A_{vt}(2,2) = -\frac{1}{T_{vt}}, \quad A_{vt}(3,2) = \frac{1}{T'_{cht}}$$

$$A_{vt}(3,3) = -\frac{1}{T'_{cht}}$$

$$B_{vt}(1,1) = B_{vt}(3,1) = 0$$

$$B_{vt}(2,1) = \frac{1}{T_{vt}}$$

with

$$K_{vt} = F_{hpt} + F_{rpt}$$

$$K_{rt} = \frac{F_{hpt}}{F_{hpt} + F_{rpt}}$$

여기서  $B'_t = [B'_{1t} : B'_{2t}]$  라 놓고

식 ⑪ ~ ⑯로 부터 다음 式을 구할 수 있다.

$$\dot{x}_t = A_{et}x_t + B_{et}u_t + C_{et}\Delta v_t \quad \dots \quad ⑯$$

여기서  $x_t = [x_{gt}, x_{et}, x_{vt}]^t$

$$u_t = [\Delta T_{rt}, \Delta V_{rt}]^t$$

$$A_t = \begin{bmatrix} A'_t & B'_{2t}C_{ot}^t & B_{1t}C_{ot}^t \\ 0 & A_{et} & 0 \\ 0 & 0 & A_{vt} \end{bmatrix}$$

$$B_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & B_{et} \\ B_{vt} & 0 \end{bmatrix} \quad C_t = \begin{bmatrix} C'_t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

⑥ 式은

$$\Delta I_t = R_t \Delta V_t + W_t x_t \quad \dots \quad ⑰$$

여기서  $W_t = [W'_t : 0]$

⑯, ⑰ 式은  $i$  번째 母線에 연결된  $i$  번째 발전기의 模型이다.

### III. Aggregation Method

同質性(Coherency)을 갖는 발전기들을 等價의 發電機로 나타내는 방법이다. 同質性을 갖는 發電部들은 여러 종류의 同期機, turbine, 勵磁機, 調速機 등을 포함한다. 實系統의 규모를 줄일 수 있는 잇점이 있다.

發電部에서 同質集合(Coherent group)은 주어진 변화에 대하여 같은 位相角과 같은 端子電壓을 갖는 發電機들의 집합이다. 즉 같은 coherent group 内의 發電機들은 공통母線에 접속시킬 수 있다. Coherent group은 같은 속도, 電壓, 機械的, 電氣的 Torque를 갖는 等價의 단일 發電機로 나타낼 수 있다.

같은 속도와 端子電壓을 가진 coherent group의 全出力에 관계되는 集合傳達函數(Aggregated transfer function)를 각 이산 주파수에 대하여 계산한 후 集合傳達函數와 等價의 傳達函數를 구하는 방법이다.

일반적인 發電部는 〈그림 5〉와 같이 구성되어 있으며 각 等價模型에 대한 傳達函數는 〈表 1〉과 같다.

開回路傳達函數	等價模型
$W / (\sum P_M - \sum P_G)$	電氣子 運轉
$\sum P_M / \Delta W$	調速機 + Turbine
$\sum \bar{i}_T / \bar{V}_T$	勵磁機 + 同期機
$V_s/u$	系統 安定機

〈表 1〉 각각의 開回路 傳達函數

#### 1. 動搖方程式

$i$  번째 발전기의 動搖方程式은 다음과 같다.

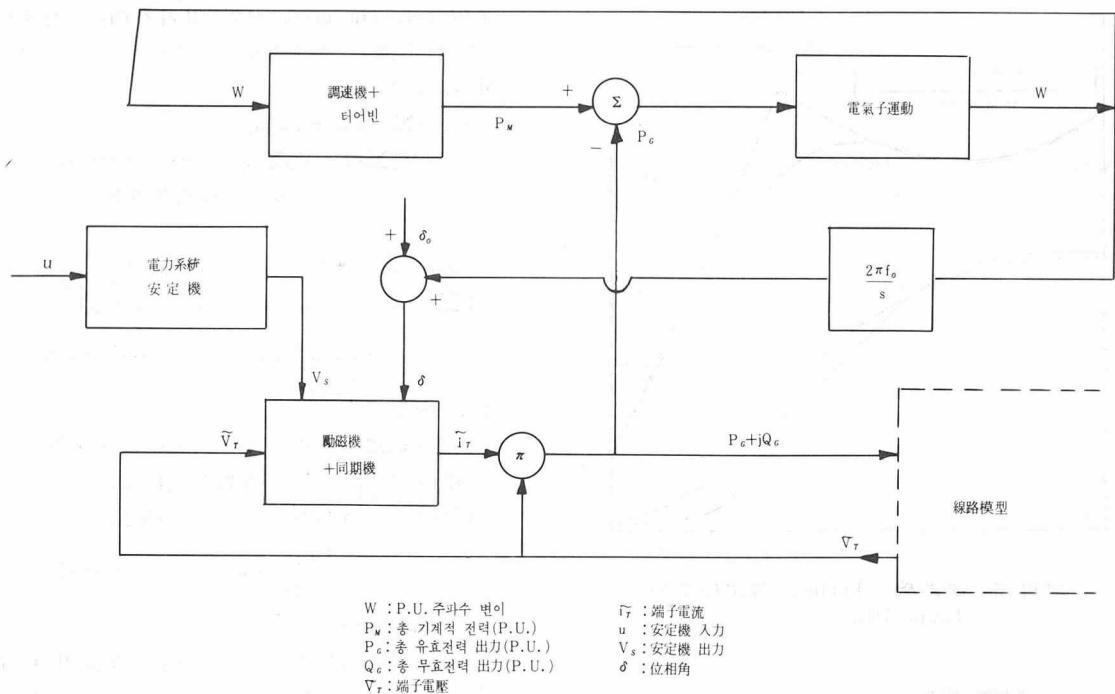
$$2H_j dw_j/dt = P_{Mj} - P_{Gj} - D_j w_j \quad \dots \quad ⑯$$

$$(w_j = d\sigma_j/dt)$$

Coherency를 갖는다는 가정에서 각 發電機는 같은 角速度를 가지므로

$$(\sum_j 2H_j) \frac{dw}{dt} = \sum_j P_{Mj} - \sum_j P_{Gj} - (\sum_j D_j) w \quad \dots \quad ⑯$$

즉, 관성계수와 制動系數는 각각의 합으로 표현된다.



(그림 5) 發電部의 block diagram

## 2. 調速機, Turbine 模型

速度變化가 작고 valve動作의 限界를 무시하면 調速機와 turbine의 傳達函數의 일반형은 다음과 같다.

$$G_j(s) = \Delta P_{Mj}(s) / \Delta w(s) \quad \dots\dots\dots \text{②①}$$

$$\Delta w = (W_{REF} - w)$$

동일 coherent group 내의 총 기계적 출력은

$$\Delta P_M(s) = \sum_j \Delta P_{Mj}(s) = [\sum_j G_j(s)] \Delta w(s) \quad \dots\dots\dots \text{②②}$$

調速機 傳達函數

$$G_c(s) = \Delta P_{cv}(s) / \Delta w(s) \quad \dots\dots\dots \text{②③}$$

Turbine 傳達函數

$$G_T(s) = \Delta P_M(s) / \Delta P_{cv}(s) \quad \dots\dots\dots \text{②④}$$

火力과 水力으로 구성된 coherent group 내의 주파수 응답에 맞는单一等價模型을 구하기는 힘들다. 그러므로 각각의 水, 火力의 等價部分을 같은母線에 접속시킨다.

水力發電所의 等價模型

$$G_{hydro}^* = K \frac{(1+sT_2)}{(1+sT_1)(1+sT_3)} \cdot \frac{1-sT_w}{1+sT_w/2}$$

.....②④

未知變數 :  $T_1, T_2, T_3, T_w$

火力의 等價 模型

$$G_{steam}^*(s) = K \frac{1+sT_2}{(1+sT_1)(1+sT_3)} \cdot \frac{1}{1+sT_4} \quad \dots\dots\dots \text{②⑤}$$

未知 變數 :  $T_1, T_2, T_3, T_4$

等價模型을 구하는 algorithm은 다음과 같다.

(1) 각각의 주파수  $jw_i$ 에 대하여 傳達函數를 구한 후 합친다. 結果는 Bode plot으로 나타낸다.

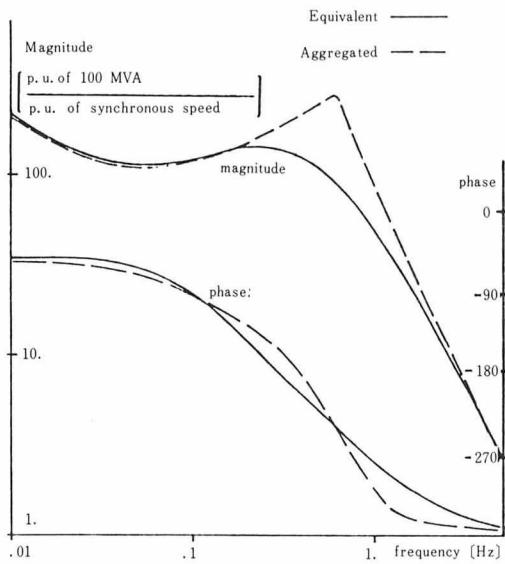
(2)  $w=0$ 을 代入함으로써  $K$ 를 구한다.

(3) 未知 變數에는 표준값이 지정되고 같은 주파수  $w_i$ 에 대해서 等價 傳達函數가 계산된다.

(4) 誤差函數  $\sum_i |G(jw_i) - G^*(jw_i)|^2 / |G(jw_i)|^2$  을 계산한다.

(5) 誤差를 일정한 限界值 内에 있게 하는  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_w$ 를 구한다. Powell's conjugate gradient 方法 등을 사용한다.

이 방법의 結果가 〈그림 6〉에 例示되어 있다.



〈그림 6〉 調速機, Turbine 等價模型의 Bode Plot

### 3. 同期機 模型

同期機 및 励磁機의 block diagram 은 〈그림 7〉과 같다.

동일 coherent group 内의 전기자角은 상수이  
고 각 發電機의 端子電壓은 일정하므로 총 P.  
U. 電氣的 出力은

D, Q 为 共通基準軸

$$\begin{bmatrix} \sum i_D(s) \\ \sum i_Q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{DD}(s) & Y_{DQ}(s) \\ Y_{QD}(s) & Y_{QQ}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_D \\ V_Q \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} Y_{DF} \\ Y_{QF} \end{bmatrix} e_{FD} \quad \dots \dots \dots \quad (27)$$

等價 模型은

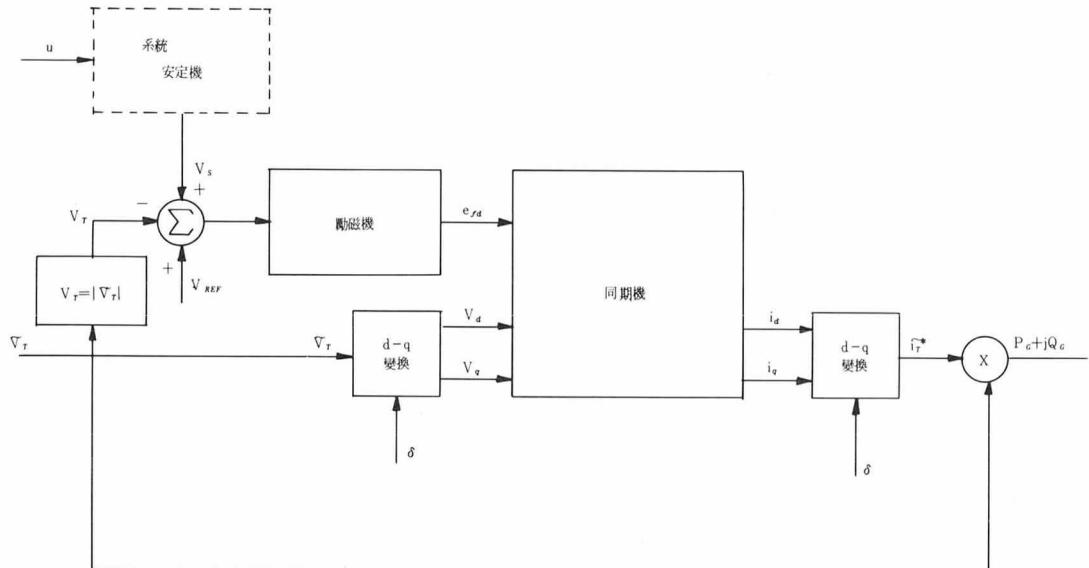
$$\begin{bmatrix} i_D^*(s) \\ i_Q^*(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Y_{DQ}^*(s) \\ Y_{QD}^*(s) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_D \\ V_Q \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} Y_{DF}^* \\ 0 \end{bmatrix} e_{FD} \quad \dots \dots \dots \quad (29)$$

## 計算 algorithm

(1) D, Q 軸의 位置를  $Y_{DD'}$ ,  $Y_{QQ'}$ ,  $Y_{QR}$  가 다른 고자하는 주파수내에서 무시할 수 있을 정도로 작게 되게 정한다. ( $Y_{DD'}$ ,  $Y_{DQ'}$  說明 생략)

(2)  $Y_{DQ}$  와  $Y_{QD}$  에 맞는 각각의  $Y_{DQ}^*$ ,  $Y_{QD}^*$ 를選擇한다.



〈그림 7〉 同期機 및 劵磁機의 block diagram

#### 4. 勵磁機 模型

각 勵磁機의 傳達函數를  $G_{Ej}$ 라 하자. 각각의 勵磁機는 單一入力, 單一出力으로 나타내어진다. 端子電壓  $V_T$ 는 각각의 勵磁機에 동일하다. 入力이 작아서 어느 勵磁機도 限界值에 도달하지 않았다고 假定하자.

$$\text{즉}, \triangle e_{fd}(s) = G_{Ej}(s) \triangle V_T(s) \quad \dots \dots \dots \text{⑩}$$

$$\triangle V_T(s) = (V_{REF} - V_s - V_T(s))$$

$e_{fd}'$  가 發電機에 가해지면  $\sum \triangle i_D$  的 變化가 생긴다. (說明 생략)

$$\begin{aligned} \sum \triangle i_{Dj}(s) &= \sum \left( \frac{\triangle i_D(s)}{\triangle e_{fd}(s)} \cdot \frac{\triangle e_{fd}(s)}{\triangle V_T(s)} \right) \\ &\cdot \triangle V_T(s) \quad \dots \dots \dots \text{⑪} \\ &= \sum (Y_{d\pi}(s) \cos \phi_j \cdot G_{Ej}(s)) \triangle V_T(s) \end{aligned}$$

⑪ 式은

$$\frac{\sum \triangle i_{Dj}(s)}{\triangle V_T(s)} = \sum (Y_{d\pi j}(s) \cdot \cos \phi_j \cdot G_{Ej}(s)) \quad \dots \dots \dots \text{⑫}$$

⑫ 式으로 부터 等價模型을 구하면

$$\frac{\triangle i^*_{Dj}(s)}{\triangle V_T(s)} = Y_{dF}^*(s) \frac{\triangle e_{FD}(s)}{\triangle V_T(s)} \quad \dots \dots \dots \text{⑬}$$

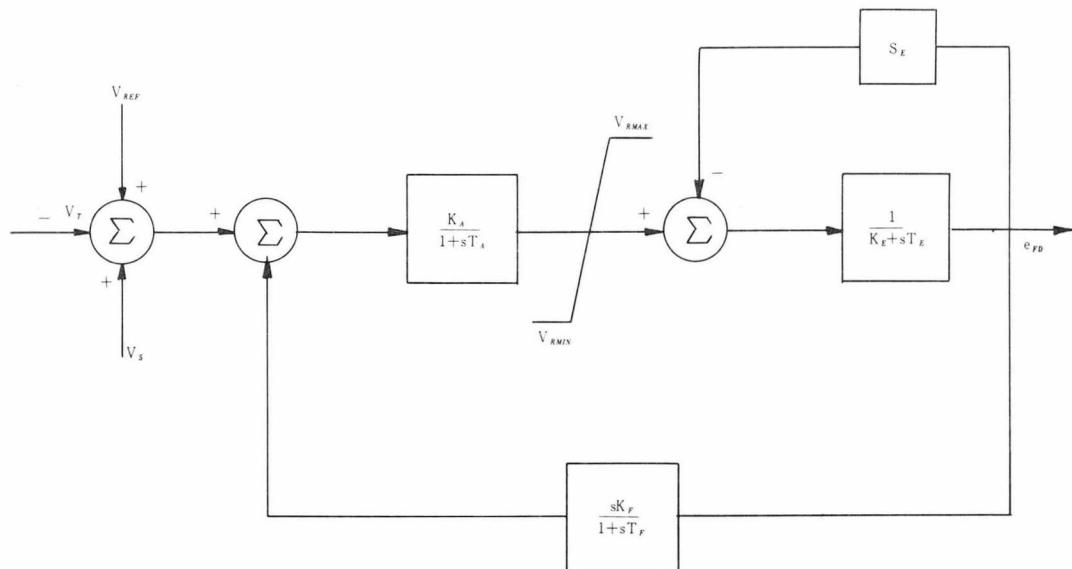
그러므로

$$\begin{aligned} G_E^*(s) &= \frac{\triangle e_{FD}}{\triangle V_T} = \sum \left[ \frac{Y_{d\pi j}(s)}{Y_{dF}^*(s)} \cos \phi_j \right] \\ G_{Ej}(s) & \quad \dots \dots \dots \text{⑭} \end{aligned}$$

計算 algorithm

(1) 〈그림 8〉과 같은 等價模型을 취한다.

(2) 〈그림 8〉의 變數들은  $G_E^*(s)$ 와 式 ⑭의 오른쪽 항의 차이를 最少化 시킬 수 있게 調整한다.



〈그림 8〉 勵磁機 模型

#### IV. 結論

앞으로의 安定度 計算을 위해서는 負荷模型과 送電線, 變壓機, 發電機 사이의 連系模型등을 구해야 한다.

위의 方法들의 잊점으로는

(1) 線形化된 模型으로서 각 系統의 연계효과와 安定度 計算에 쉽게 쓰여질 수 있다.

(2) Aggregation method를 用으로써 系統의 次數를 줄여 制御機 設計에 유리하다.

(3) 記憶容量의 감소로 計算上의 부담을 줄일 수 있다.

앞으로의 研究課題로서는

① Coherency 分析

② 最適化 技法

③ 制御機 設計 등이다.

模型의選擇에는正確度 및 計算時間의 經濟性을 고려하여야 한다.

### 參 考 文 獻

1. Elgerd, O. I., Electric Energy System Theory, Mc-Graw Hill, 1971
2. Brucoli, M. et.al., "State Space Representation of Interconnected Power Systems for Dynamic Interaction Studies",

Electric Power System Research, No. 5,  
1982. pp.315~330

3. EPRI Report; Dynamic Equivalent for Transient Stability Studies, May. 1977.
4. IEEE Committee Report, "Dynamic Models for Steam and Hydroturbines in Power System Studies", IEEE Trans. PAS-92, 1973.  
pp.1904~1915.
5. IEEE Committee Report, "Computer Representation of Excitation Systems",  
IEEE Trans. PAS-87, June. 1968.  
pp.1460~1464

