



Markov 過程을 이용한 디지털 交換機의 信賴度 模型

申成文·崔太球·李大基 / 品質研究室

〈要 約〉

本 研究에서는 当 研究所가 개발중인 디지털 交換기의 信賴度를 計算하기 위한 Markov 模型을 구하는 過程에 대하여 考察하였다. 시스템의 故障狀態를 模型化 過程에서 추출함으로써 서어비스 等級 및 機能에 따른 시스템의 信賴度를 구하였다. 특히 修理率을 模型化 過程에 포함시킴으로써 Markov 過程의 長점을 最大化시켰으며 計算上의 어려움을 시스템의 狀態數를 줄임으로써 解決하였다.

〈Abstract〉

This paper derives the Markov model to calculate the reliability of the Digital Switching System being developed by KETRI. Using the failure states extracted from the system in the course of the modelling, we calculated the reliability of both the service grade and the function of the system. Especially, by including the repair rate into the model, we took optimum advantage of the Markov process and solved the difficulties in the calculation by reducing the number of states of the system.

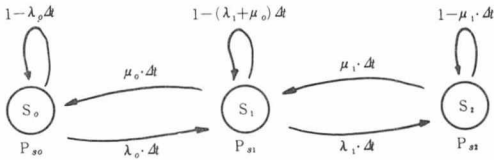
I. 序 論

시스템의 信賴度를 계산하는 方法에는 여러 가지가 있으나 그중 가장 일반적이고 효율적인 方法이 Markov 過程이다. Markov 過程은 어떤 時點에서의 시스템狀態 確率을 구하는 過程으로, 狀態間의 전이 확률은 Markov 확률 모형에 의해 결정된다. Markov 確率 模型은 두 확률변수, 즉 시스템의 狀態(State)를 나타내는 確率變數 X 와 觀測時間을 나타내는 確率變數 t 의 函數이다. 여기서는 X 가 離散的(Discrete) 이고 t 가 連續的(Continuous)인 Markov 過程의 경우에 한해서 고찰하였다. Markov 模型은 어떤 狀態 i 에서 다른 어떤 狀態 j 로의 遷移確率(Transition probability)의 集合 P_{ij} 로 정의되며, P_{ij} 는 狀態 i, j 에 의해서만 결정되고 最終狀態 i 이외의 過去 어떠한 狀態와는 전혀 무관한 특성을 가지고 있다. 이에 의해서 Markov 過程의 계산식은 聯立 微分方程式과 初期 條件으로 명시되며 이 方程式은 항상 聯立 1次 微分方程式으로 나타내어진다. 本 研究에서는 시스템의 信賴度를 구하기 위해 Markov 過程에 맞는 信賴度 模型을 作成하는 方法 및 기법에 관해 고찰하였으며 이들 기법을 利用하여 当 研究所가 개

발증인 디지털 交換機의 信賴度 計算에 적용하였다.

II. 聯立 1次 微分方程式의 誘導

Markov 模型 중 한 例가 <그림 1>에 나타나 있다.



<그림 1> Markov graph의 한 例

<그림 1>에서 時點 $(t + \Delta t)$ 에 시스템이 각 狀態에 있을 確率은 각 마디에 到着하는 確率들의 합이 된다. 따라서

$$P_{S_0}(t + \Delta t) = (1 - \lambda_0 \cdot \Delta t) \cdot P_{S_0}(t) + \mu_0 \cdot \Delta t \cdot P_{S_1}(t) \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$P_{S_1}(t + \Delta t) = \lambda_0 \cdot \Delta t \cdot P_{S_0}(t) + (1 - \lambda_1 \cdot \Delta t - \mu_0 \cdot \Delta t) \cdot P_{S_1}(t) + \mu_1 \cdot \Delta t \cdot P_{S_2}(t) \dots \dots \textcircled{2}$$

$$P_{S_2}(t + \Delta t) = \lambda_1 \cdot \Delta t \cdot P_{S_1}(t) + (1 - \mu_1 \cdot \Delta t) \cdot P_{S_2}(t) \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

이 되며 이를 미분방정식형으로 고치면 式 ①은

$$P_{S_0}(t + \Delta t) - P_{S_0}(t) = (-\lambda_0 \cdot P_{S_0}(t) + \mu_0 \cdot P_{S_1}(t)) \cdot \Delta t \dots \dots \textcircled{4}$$

$$\dot{P}_{S_0}(t) = -\lambda_0 \cdot P_{S_0}(t) + \mu_0 \cdot P_{S_1}(t) \dots \dots \textcircled{4}$$

과 같이 된다. 같은 方法으로 ②, ③ 式을 미분방정식 型으로 고치면

$$\dot{P}_{S_1}(t) = \lambda_0 \cdot P_{S_0}(t) - (\lambda_1 + \mu_0) \cdot P_{S_1}(t) + \mu_1 \cdot P_{S_2}(t) \dots \dots \dots \textcircled{5}$$

$$\dot{P}_{S_2}(t) = \lambda_1 \cdot P_{S_1}(t) - \mu_1 \cdot P_{S_2}(t) \dots \dots \dots \textcircled{6}$$

과 같이 된다. 式 ④, ⑤, ⑥을 Laplace 變換시키면

$$(S + \lambda_0) \cdot P_{S_0}(S) - \mu_0 \cdot P_{S_1}(S) + 0 = P_{S_0}(0) \dots \dots \dots \textcircled{7}$$

$$-\lambda_0 \cdot P_{S_0}(S) + (S + \lambda_1 + \mu_0) \cdot P_{S_1}(S) - \mu_1 \cdot P_{S_2}(S) = P_{S_1}(0) \dots \dots \dots \textcircled{8}$$

$$0 - \lambda_1 \cdot P_{S_1}(S) + (S + \mu_1) \cdot P_{S_2}(S) = P_{S_2}(0) \dots \dots \dots \textcircled{9}$$

과 같이 된다. 여기서 $P_{S_0}(0)$, $P_{S_1}(0)$, $P_{S_2}(0)$ 는 각 狀態의 初期 條件이다.

III. 시스템의 信賴度 模型化

어떤 시스템의 信賴度를 구하기 위해서는 그 시스템의 信賴度 functional diagram 을 구하여 이를 狀態 遷移圖로 變換시켜야 한다. 여기서는 시스템의 信賴度 functional diagram 의 構造에 따라 狀態 遷移圖를 구하는 方法에 대하여 설명하고자 한다.

1. 假 定

가. 각 block 의 故障率 λ 는 일정하다. 특히 이 가정은 전자부품의 故障率 解析에 많이 적용된다.

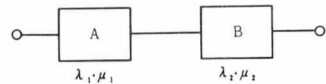
나. 각 block 의 故障는 다른 block 의 故障를 誘發시키지 않는다.

다. Block 의 故障에 의한 시스템 故障時, 시스템내의 故障나지 않은 다른 block 은 動作을 중지한다.

라. 시스템의 狀態는 相互 獨立的(S-independent)이다.

마. 각 block 의 修理率 μ 는 일정하다.

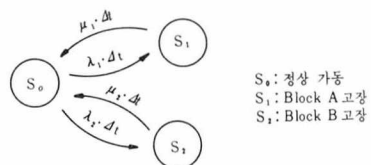
2. 直列構造



<그림 2> 직렬구조의 信賴度 functional diagram

直列構造의 信賴度 functional diagram 은 <그림 2>와 같으며 이것의 狀態 천이도는 <그림 3>과 같이 나타낼 수 있다.

<그림 3>을 式으로 나타내어 Laplace 變換시키면



S_0 : 정상 가동
 S_1 : Block A 고장
 S_2 : Block B 고장

<그림 3> 직렬구조의 狀態천이도

$$(S + \lambda_1 + \lambda_2) \cdot P_{s_0}(S) - \mu_1 \cdot P_{s_1}(S) - \mu_2 \cdot P_{s_2}(S) = P_{s_0}(O) \dots\dots\dots ⑩$$

$$- \lambda_1 \cdot P_{s_0}(S) + (S + \mu_1) P_{s_1}(S) + O = P_{s_1}(O) \dots\dots\dots ⑪$$

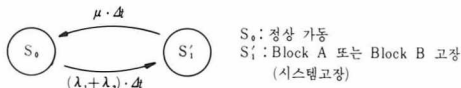
$$- \lambda_2 \cdot P_{s_0}(S) + O + (S + \mu_2) \cdot P_{s_2}(S) = P_{s_2}(O) \dots\dots\dots ⑫$$

과 같이 되며, 여기서 $\mu_1 = \mu_2$ 라 假定하면 狀態 S_1 과 狀態 S_2 를 합할 수 있다. 즉, 式 ⑩, ⑪, ⑫ 에서

$$(S + \lambda_1 + \lambda_2) \cdot P_{s_0}(S) - \mu_1 \cdot (P_{s_1}(S) + P_{s_2}(S)) = P_{s_0}(O) \dots\dots\dots ⑬$$

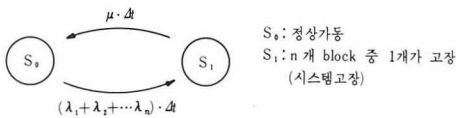
$$- (\lambda_1 + \lambda_2) \cdot P_{s_0}(S) + (S + \mu_1) (P_{s_1}(S) + P_{s_2}(S)) = P_{s_1}(O) + P_{s_2}(O) \dots\dots ⑭$$

여기서 $P_{s_1}(t) + P_{s_2}(t) = P_{s_1'}(t)$, $\mu_1 = \mu$ 로 하면 <그림 3>은 <그림 4>와 같이 간단히 된다.



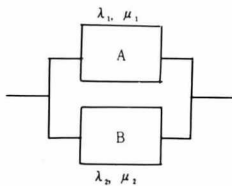
<그림 4> 간략화된 상태천이도

일반적으로 n 개의 block 이 直列로 연결되어 있는 信賴度 functional diagram 의 상태천이도는 <그림 5>와 같이 나타낼 수 있다.



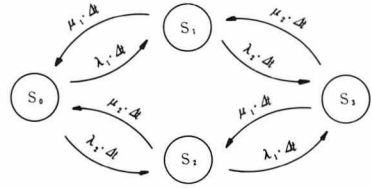
<그림 5> 직렬구조의 상태천이도

3. 並列構造



<그림 6> 병렬구조의 信賴度 functional diagram

並列構造의 信賴度 functional diagram 은 <그림 6>과 같으며 이것의 state transition diagram 은 <그림 7>과 같이 나타낼 수 있다.



S_0 : 정상 가동
 S_1 : Block A 고장
 S_2 : Block B 고장
 S_3 : Block A, Block B 모두 고장 (시스템고장)

<그림 7> 병렬구조의 상태천이도

<그림 7>을 式으로 나타내어 Laplace 變換시키면

$$(S + \lambda_1 + \lambda_2) \cdot P_{s_0}(S) - \mu_1 \cdot P_{s_1}(S) - \mu_2 \cdot P_{s_2}(S) + O = P_{s_0}(O) \dots\dots ⑮$$

$$- \lambda_1 \cdot P_{s_0}(S) + (S + \mu_1 + \lambda_2) \cdot P_{s_1}(S) + O - \mu_2 \cdot P_{s_3}(S) = P_{s_1}(O) \dots\dots\dots ⑯$$

$$- \lambda_2 \cdot P_{s_0}(S) + O + (S + \mu_2 + \lambda_1) \cdot P_{s_2}(S) - \mu_1 \cdot P_{s_3}(S) = P_{s_2}(O) \dots\dots\dots ⑰$$

$$0 - \lambda_2 \cdot P_{s_1}(S) - \lambda_1 \cdot P_{s_2}(S) + (S + \mu_1 + \mu_2) \cdot P_{s_3}(S) = P_{s_3}(O) \dots\dots\dots ⑱$$

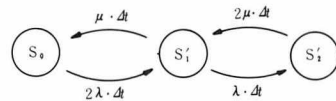
과 같이 되며 여기서 並列構造의 特性인 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ 라 가정하면 狀態 S_1 과 狀態 S_2 를 합할 수 있다. 즉, 式 ⑮, ⑯, ⑰, ⑱ 에서

$$(S + 2\lambda) \cdot P_{s_0}(S) - \mu \cdot (P_{s_1}(S) + P_{s_2}(S)) + O = P_{s_0}(O) \dots\dots\dots ⑲$$

$$- 2\lambda \cdot P_{s_0}(S) + (S + \lambda + \mu) \cdot (P_{s_1}(S) + P_{s_2}(S)) - 2\mu \cdot P_{s_3}(S) = P_{s_1}(O) + P_{s_2}(O) \dots\dots\dots ⑳$$

$$- \lambda \cdot (P_{s_1}(S) + P_{s_2}(S)) + (S + 2\mu) \cdot P_{s_3}(S) = P_{s_3}(O) \dots\dots\dots ㉑$$

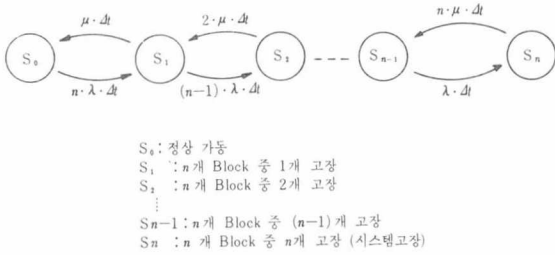
여기서 $P_{s_1}(t) + P_{s_2}(t) = P_{s_1'}(t)$, $P_{s_3}(t) = P_{s_2'}(t)$ 로 하면 <그림 8>과 같이 간단히 된다.



S_0 : 정상 가동
 S_1' : Block 2개중 1개가 고장
 S_2' : Block A, Block B 모두 고장 (시스템고장)

<그림 8> 간략화된 상태천이도

일반적으로 n 개의 block 이 並列로 연결되어 있는 信賴度 functional diagram 의 상태천이도는 <그림 9>와 같이 나타낼 수 있다.

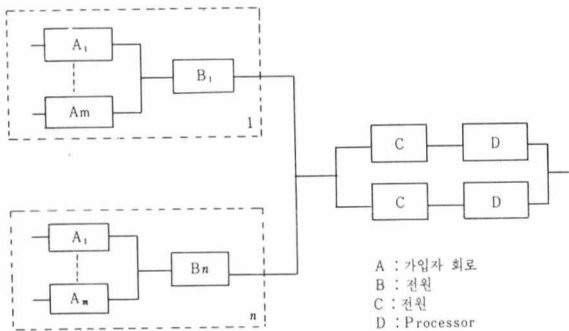


〈그림 9〉 병렬구조의 상태천이도

IV. 디지털 交換機에의 適用 및 檢討

디지털 交換機의 構造에 따른 信賴度 modelling 은 앞서 제시한 假定에 맞는 構造이어야 한다. 本稿에서는 디지털 交換機의 基本구성 單位를 board로 하여 이를 block화 하였다. 그러나 시스템 전체를 board의 集合으로 나타낼 경우 전체 시스템의 構成이 복잡할 뿐만 아니라 Markov 과정에의 적용에서 시스템의 狀態數가 매우 많아지므로 計算이 어려워지며 狀態로서의 시스템을 理解하기가 힘들게 된다. 따라서 本稿에서는 시스템을 몇 개의 subsystem으로 나누고 subsystem은 board들의 集合으로 구성하여 디지털 交換機를 분석하였다.

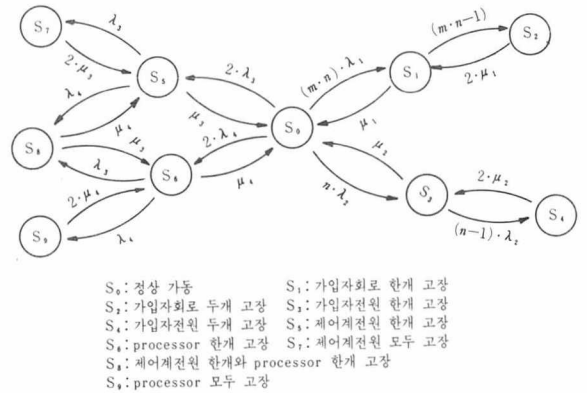
1. 加入者系



〈그림 10〉 加入者系의 信賴度 functional diagram

일반적으로 加入者系는 加入者 回路, 電源 및 이를 制御하는 processor로 구성된다. 이를 信賴度 functional diagram으로 나타내면 〈그림 10〉과 같이 나타낼 수 있으며 여기서 processor를 並列構造로 한 이유는 二重化 構造에 기인한 것

이다. 실제로는 二重化 構造와 並列構造는 差가 있으며 standby-switch의 信賴度에 따라 modelling이 달라질 것이다. 本稿에서는 standby-switch의 信賴度を 1(100%)로 假定하여 並列構造와 差가 없게끔 하였다. 한편 加入者 回路의 構造는 같으므로 (m·n)개가 並列로 連結된 것과 같이 看做할 수 있으며 電源 역시 n개의 並列構造로 看做할 수 있다. 이렇게 하여 상태 천이도를 구하면 〈그림 11〉과 같다. 여기서 加入者 回路의 故障數를 2개로 制限한 것은 3개 이상 board가 故障할 確率이 매우 적기 때문이다. 예를 들어 board 1개가 故障할 確率이 10^{-4} 이라면 3개 모두 故障할 確率は $(10^{-4})^3 = 10^{-12}$ 이다.



〈그림 11〉 加入者系의 狀態천이도

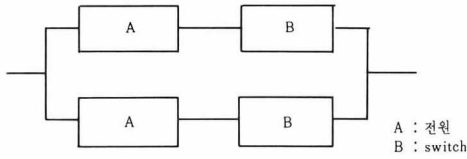
2. 中繼線系

中繼線系의 基本구조는 加入者系와 같으며 단지 整合回路(中繼線回路)의 종류가 다양하다. 따라서 subsystem의 狀態數가 board의 故障種類에 따라 늘어날 뿐 상태천이도의 基本구조는 加入者系와 같아서 略한다.

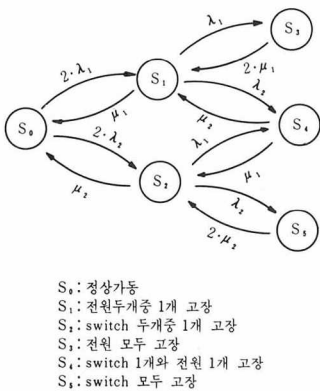
3. Switch系

디지털 交換機의 switch 구조는 종류에 따라 T-switch, S-switch로 구성되며 T, T-S-T 등 여러가지 구성 현상이 있다. Switch의 구조는 二重化 구조이며 board 자체의 二重化는 거의 없다. 따라서 switch系의 信賴度 functional diagram

을 그리면 <그림 12>와 같다. 이것의 構造는 加入者系의 processor 構造와 같다. 따라서 이것의 状態천이도는 <그림 13>과 같이 된다.



<그림 12> Switch系의 信賴度 functional diagram



<그림 13> Switch系의 状態천이도

4. 시스템 processor

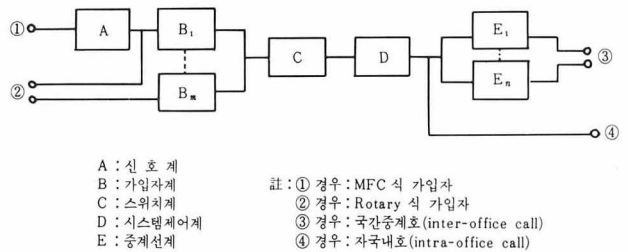
시스템 processor의 基本構造는 switch系와 같으며 따라서 modelling 構造도 switch系와 같다.

5. 시스템 modelling

시스템의 信賴度 modelling을 위해서는 system down(시스템 故障) 狀態를 정의하여야 하며 本稿에서는 交換機에 접속된 全 加入者에게 서비스를 제공할 수 없는 狀態로 정의하였다. 이에 따라 디지털 交換機의 信賴度 functional diagram을 그리면 <그림 14>와 같다.

여기서 加入者系의 병렬구조와 中繼線系의 병렬구조의 信賴度는 극히 우수하다. 그것은 m개의 加入者系 혹은 n개의 中繼線系가 모두 고장날 確率は 매우 적기 때문이다. 따라서 시스템

의 실제 model은 스위치系와 시스템 制御系의 직렬연결로 될 것이다. 그러나 단순히 앞에서 살펴본 직렬구조와는 差가 있어, 즉 subsystem의 信賴度는 故障率이 일정한 指数函数型이 아니기 때문에 modelling을 같은 方法으로 하기는 곤란하며 本稿에서는 MCT(Mean Cycle Time), MDT(Mean Down Time)를 이용하여 디지털 交換機의 信賴度を 계산하도록 하였다. 그러나 subsystem의 信賴도가 매우 우수할 경우에는 이들 subsystem의 信賴度を 곱하여도 전체 시스템의 信賴도와는 큰 差가 없다.



<그림 14> 시스템 信賴度 functional diagram

V. 結 論

시스템의 信賴度 modelling 과정은 시스템을 정의한 다음에 시스템의 信賴度 functional diagram을 작성하여 이에 의해서 狀態遷移圖를 구하는 과정이다. Markov 과정을 利用하여 시스템의 信賴度を 계산할 때 주의해야 할 사항은 시스템의 狀態에 대한 명확한 정의가 있어야 한다. 그리고 시스템의 狀態수가 늘어나면 信賴度 計算이 더욱 더 힘들어지므로 狀態 천이도를 作成하는 과정에서 시스템의 狀態수를 최소한으로 줄여야 한다.

信賴度 functional diagram에서 修理率이 같은 block이 있으면 狀態수를 더 줄일 수 있다. 電子 機器 특히 디지털 交換機의 board 修理率は board의 種類에 따라 크게 差가 없다. 결국 시스템의 修理率을 어떻게 적용시키는가가 시스템의 信賴度 模型을 구하는데 있어서 重要한 役割을 하게 되며 실제로 修理率을 염두에 두지 않는 시스템의 信賴도는 굳이 Markov過程을 利用하여 계산할 필요가 없을 것이다.

本稿에서는 위에서 검토된 事項에 주의하면서 시스템을 機能에 따라 여러 subsystem 으로 분류하여 分析하였다. 이에 따라 subsystem 의 信賴도와 시스템 전체의 信賴도는 물론 서비스 等級 및 시스템의 機能에 따른 信賴도도 같이 계산할 수 있는 시스템의 信賴도模型을 개발하였다. 그러나 이 模型은 hardware에 局限한 것일 뿐 software的인 面은 고려하지 않았다. 앞으로 subsystem 의 信賴도를 이용한 시스템의 信賴도 계산시, 오차를 최소로 줄일 수 있는 최적 algorithm 개발과 failure mode effect 에 대한 具體的인 연구와 더불어 software 信賴도에 대한 연구가 계속되어야 할 것이다.

參 考 文 獻

1. Shooman, Martin L., Probabilistic Reliability: An Engineering Approach, McGraw-Hill, 1968.
2. Barlow, R. E. and Frank Proschan, Mathematical Theory of Reliability, John Wiley & Sons, 1965.
3. 時分割 電子交換機 開發研究, 韓國電氣通信研究所, 1981.
4. Quality and Reliability Manual, ITT/BTMC, 1978.
5. M10CN Level 2 Failure Rate Data, Pluggable Item Level, ITT/BTMC, 1978.
6. M10CN Level 3 Failure Rate Data, Subsystem Level, ITT/BTMC, 1978.
7. M10CN Reliability Data, System Level, ITT/BTMC, 1978.
8. Endrenyi, J., Reliability Modeling in Electrical Power Systems, John Wiley & Sons, 1978.
9. AXE 10 Transit Exchange Reliability and Maintainability Performances Predictions, LME, 1980.
10. Prediction of Reliability and Associated Characteristics of Markovian systems, LME, 1980.
11. Sumida, T., H. Takehara, and T. Takahashi, Assuring ESS Reliability, ISS '81, Montreal, Sept. 1981.
12. John A. Buzacott, "Markov Approach to Finding Failure Times of Repairable Systems," IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-19, No. 4, Nov. 1970.

