電気通信 第 5 巻 1 号・1983. 3.

Markov Process에 의한 시스템의 信頼度 解析

任德彬・李大基 / 品質管理室

〈要　　約〉

복잡한 시스템의 信頼度를 解析하기 위해서는 可用度 (Availability) 및 각종 故障間隔 등의 parameter를 計算하여야 한다. 따라서 이들 parameter를 定義하고 이의 適用性에 대하여 언급하였으며, Markov process를 適用하여 각종 故障間隔을 계산하는 技法을 誘導하였다.

本 Markov process에 의한 信頼度 解析技法은 諸般 시스템의 状態確率을 계산하여 각종 parameter를 구하게 되므로 다양한 시스템의 상태를 解析할 수 있으며, 시스템의 信頼度 予測은 물론 整備計画을 遂行하는 데에도 광범위하게 応用할 수 있다.

〈Abstract〉

When analyzing a complex system with repair environments, it is necessary to calculate such parameters as availability and various kinds of failure time measures. These measures are defined and methods of calculating them using Markov process are presented.

Analyzing the various system states, numerical values of the reliability measures can be obtained by calculating the state probabilities. And these techniques are widely applied to reliability prediction and also to maintenance strategy.

I. 序　　論

시스템의 信頼度를 예측하기 위해서는 構成要素의 故障率 data와 시스템의 設計 目標値를 기초로 하여 관련 parameter를 抽出하여야 한다. 信頼度 予測에 사용되는 parameter로서는 시간의 函数로서 표현되는 信頼度 確率(Reliability)과 可用度 確率(Availability)이 있으며, 또한 시스템의 故障発生 측면에서 解析하는 평균 故障発生週期(Mean duration of failure)와 평균 故障発生頻度(Mean failure frequency) 등이 있다.

이들 parameter는 시스템의 構成要素, 즉 부품의 故障率 data로부터 시스템의 信頼度 模型을 세워 分析이 가능하며, 다음과 같은 시스템 特性을 把握하여 점진적으로 接近해 갈 수 있다.

- 시스템의 構造
- 構成要素의 独立性
- 修理 可能度(Repairability)
- 故障 및 修理時間 分布
- 部品의 故障特性
- 運用 方式
- 環境的인 効果 또는 影響

시스템의 信頼度를 예측하는 구체적인 技法으로서는 logic diagram에 의한 network 技法과 시스템의 状態分析에 의한 state-space 技法으로 대별할 수 있으며, 시스템의 特性에 따라 適用을 달리한다.

Network技法은 기초적인 信頼度 評価時 적용되는 技法으로서 logic diagram이 존재할 경우에만 適用이 가능하며, 각 構成部品의 2가지 論理값, 즉 正常状態(Working)와 故障状態(Fail)로서 표현되는 信頼度 模型을 세워 해석한다.

한편, state-space技法에서는 시스템의 다양한 状態와 각 状態 간의 推移確率(State transition probability)에 의하여 구성되는 state transition diagram을 模型으로 하여 해석하게 된다. 여기서 시스템의 상태는 각 構成要素가 나타낼 수 있는 상태들의 集合으로서 구성되며, network技法에서의 2가지 状態(Working, fail) 이외에도 整備状態 및 기타 가능한 状態를 모두 표현할 수 있는 것이 特徵이다. 따라서 state-space技法은 修理環境에서 발생 가능한 諸般 状態를 해석할 수 있으므로 복잡한 시스템의 信頼度 解析에 많이 이용되고 있다. 특히 이는 Stochastic process의 Markov模型을 이용함으로써 수학적으로 分析이 용이한 技法이다.

이외에도 극히 복잡한 시스템에 적용하기 위한 fault tree analysis技法과 부품의 故障 mode가 복잡한 시스템에 適用하는 joint-density-function技法 및 compound-event技法 등이 있으나, 本稿에서는 電子交換機 등의 通信시스템에 대하여 포괄적으로 適用이 가능한 state-space 技法을 適用하고, 이의 解析方法으로서 Markov process를 이용하였다.

Ⅱ. 信頼度 関聯 Parameter

시간에 따른 확률적 概念에 입각하여 시스템의 信頼度를 평가하는 일반화된 parameter를 定義하면 다음과 같다.

- 信頼度(Reliability) : 시스템이 (0, t) 기간동안 계속적으로 가동할 確率(R(t))
- 可用度(Availability) : 시스템이 시점 t에서 가동할 確率(A(t))
- Interval availability : 시스템이 (0, T) 기간동안 가동할 確率(A(0, T))

$$A(0,\ T)=\frac{1}{T}\int A(t)\,dt$$

$$A(0,\ T)=\frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T}A(t)$$

- Steady-state availability : 정상상태(Steady-state)에서의 可用度(As)

$$As=\lim_{t\to\infty}A(t)$$

- 平均稼動時間(Mean up time) : 시스템이 고장 후 修理된 시점부터 다음 故障이 발생되는 시점까지의 平均間隔(MUT)
- 平均故障時間(Mean down time) : 시스템이 고장난 시점부터 修理 完了된 시점까지의 平均間隔(MDT)
- 平均故障間隔(Mean cycle time) : 시스템이 고장난 시점부터 다음 고장이 발생되는 시점까지의 平均間隔(MCT)

$$MCT=MUT+MDT$$

* MTBF(Mean time between failures)라고도 함.

- 最初故障間隔(Mean time to first failure) : 시스템이 최초로 가동한 시점부터 故障이 발생되는 시점까지의 間隔(MTFF)
- 任意故障間隔(Mean time to failure) : 시스템이 가동중인 임의의 시점부터 고장이 발생되는 시점까지의 平均間隔(MTTF)

上記와 같은 시스템의 信頼度를 예측하기 위한 parameter를 이의 適用性에 대하여 分類하여 보면 다음과 같다.

즉 宇宙船, 航空機 등과 같이 시스템 故障이 인명이나 재산에 치명적인 影響을 끼치는 고도의 安全을 요하는 시스템에 대하여는 信頼度 R(t) 및 최초 故障発生時間 MTFF를 적용하여 평가하여야 하며, 電子交換機 등의 通信시스템이나 電力시스템 등과 같이 故障発生에 따른 비용이 故障週期에 의하여 결정되는 시스템에 대

区　分	超高度 信頼性 시스템	高 信 頼 性 시 스 템	
		持 続 的 運 営	任意時間運営
適用Parameter	信頼度, R(t) 最初故障間隔, MTFF	定常状態의 可用度, As 平均稼動時間, MUT 平均故障時間, MDT	Interval availability, A(0, T) 任意故障間隔, MTTF
適用시스템	宇宙船, Rocket, 航空機, 原子力 発電 시스템	通信시스템, 電力시스템	Radar 警報시스템

〈表 1〉　信頼度 Parameter의 適用

하여는 定常状態의 可用度 As와 平均稼動時間 MUT 및 平均故障時間 MDT를 주로 적용하여 평가하여야 할 것이다. Interval availability A(0, T)와 任意故障間隔 MTTF는 별로 적용되지는 않으나 임의의 시점에서부터 일정한 시간동안 가동되어야 하는 Radar 警報시스템 등에 適用하고 있다.

Ⅲ. Markov process의 基本概念

Markov確率模型은 상태를 나타내는 変数 X와 観測時間 t의 函数로서 정의된다. Markov 模型에서 중요한 특성중의 하나는 시스템의 現在状態는 직전의 最終状態와 現在状態에 의하여만 影響을 받을 뿐 最終状態 이전의 状態変化 過程에는 무관한 것이다.

$X(t)$를 시간 $t(t \geq 0)$에서의 시스템 状態를 나타내는 random variable이라하면 $t_1 < t_2 < t_3 \cdots\cdots < t_n$의 n개 観測時間에서의 상태는 $X(t_1)$, $X(t_2)$, ……, $X(t_n)$으로서 표현할 수 있으며, 여기서 $X(t_n)$의 条件附 分布(Conditional distribution)는 $X(t_{n-1})$에 의하여 지배를 받는다. 즉,

$$\Pr\{X(t_n)=x_n / X(t_1)=x_1,\ X(t_2)=x_2,\ \cdots\cdots,\ X(t_{n-1})=x_{n-1}\}$$
$$=\Pr\{X(t_n)=x_n / X(t_{n-1})=x_{n-1}\} \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

이 境遇 X와 t가 각각 離散的(Discrete) 인가 連続的(Continuous) 인가에 따라서 Markov模型을 4가지로 분류할 수 있으며, 信頼度 工学에서는 주로 離散的인 状態 X에 대하여 적용하고 있다. 状態 X와 時間 t가 모두 離散的인 경우를 보통 Markov chain이라고 하며, 状態 X가 離散的이고 時間 t가 連続的인 경우를 discrete parameter Markov process(Markov process)라고 한다. 本稿에서는 Markov模型 중 離散的인 상태에서의 Markov process를 적용하여 시스템의 信頼度를 해석하였다.

그러면 状態 X가 離散的이고 時間 t가 연속적인 Markov process에 대하여 기본 確率法則을 유도해 보기로 한다.

時間 $t(t \geq 0)$에서의 상태가 j인 状態確率函数 $p_j(t)$를

$$p_j(t)=\Pr\{X(t)=j\},$$

状態 j에서 k로의 推移確率函数 $p_{jk}(t)$를

$$p_{jk}(t,\ t+h)=\Pr\{X(t+h)=k / X(t)=j\}$$

으로 정의하면, Homogeneous Markov process의 경우, $h=\Delta t(\Delta t \to 0)$에 대하여

$$p_{jk}(t,\ t+\Delta t)=p_{jk}(\Delta t)=\Pr\{X(t+\Delta t)= k / X(t)=j\}$$

가 成立된다. 또한 推移率(Transition rate 또는 transition intensity) q_{jk}를 정의하면,

$$p_{jk}(\Delta t)=\begin{cases}\lim\limits_{\Delta t \to 0} q_{jk}\Delta t & : j \neq k \\ \lim\limits_{\Delta t \to 0} (1-q_j\Delta t) & : j=k\end{cases}$$

$$q_{jk}=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{p_{jk}(\Delta t)}{\Delta t} \qquad : j \neq k$$

$$q_j=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{1-p_{jj}(\Delta t)}{\Delta t} \qquad : j=k$$

으로 나타낼 수 있다. 여기서

$$\sum_k p_{jk}(\Delta t)=p_{jj}(\Delta t)+\sum_{k \neq j} p_{jk}(\Delta t)=1$$

이므로,

$$q_j=\lim_{\Delta t \to 0}\frac{1}{\Delta t}\sum_{k \neq j} p_{jk}(\Delta t)=\sum_{k \neq j} q_{jk}$$

이다. 推移確率 matrix $\mathbf{P}(\varDelta t)$를

$$\mathbf{P}(\varDelta t)=[p_{ij}(\varDelta t)]$$

$$=\begin{bmatrix} p_{11}(\varDelta t) & p_{12}(\varDelta t) & p_{13}(\varDelta t)\cdots\cdots \\ p_{21}(\varDelta t) & p_{22}(\varDelta t) & p_{23}(\varDelta t)\cdots\cdots \\ p_{31}(\varDelta t) & p_{32}(\varDelta t) & p_{33}(\varDelta t)\cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \end{bmatrix}$$

으로 정의하고, 推移率 matrix $\mathbf{A}$를

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -q_1 & q_{12} & q_{13}\cdots\cdots \\ q_{21} & -q_2 & q_{23}\cdots\cdots \\ q_{31} & q_{32} & -q_3\cdots\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}=[a_{ij}]=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13}\cdots\cdots \\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\cdots\cdots \\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\cdots\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$$

으로 정의하면

$$\mathbf{A}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\mathbf{P}(\varDelta t)-\mathrm{I}}{\varDelta t}$$

단, $\mathrm{I}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0\cdots\cdots \\ 0 & 1 & 0\cdots\cdots \\ 0 & 0 & 1\cdots\cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix}$ (unit matrix)

가 成立된다. 여기서 $(t,\ t+\varDelta t)$ 동안의 推移確率函数 $p_{jk}(\varDelta t)$와 時間 $t+\varDelta t$에서의 状態確率函数 $p_j(t+\varDelta t)$를 解析하여보면,

$$p_j(t+\varDelta t)=p_j(t)p_{jj}(\varDelta t)+\sum_{k\neq j}p_k(t)p_{kj}(\varDelta t)\ \cdots\cdots\cdots\cdots \quad ②$$

가 成立된다. 즉 時間 $t+\varDelta t$에 j의 상태에 있을 確率은 $(t,\ t+\varDelta t)$ 동안 j상태로부터 推移가 발생치 않을 確率과 j이외의 상태로 부터 j상태로 推移가 발생될 確率의 総合으로 나타낼 수 있다. 또한 row vector matrix $\mathbf{p}(t)$를

$$\mathbf{p}(t)=[p_1(t)\ \ p_2(t)\ \ p_3(t)\cdots\cdots p_j(t)\cdots\cdots]$$

으로 정의하면

$$\mathbf{p}(t+\varDelta t)=\mathbf{p}(t)\,\mathbf{P}(\varDelta t)$$

로 표현할 수 있다. 上記 式②를 推移率 a_{jk}로서 표현하면,

$$p_j(t+\varDelta t)=p_j(t)\ (1+a_{jj}\varDelta t)+\sum_{k\neq j}p_k(t)\ a_{kj}\varDelta t$$

이를 정리하여 $\varDelta t\to 0$을 취하면

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{p_j(t+\varDelta t)-p_j(t)}{\varDelta t}=p_j(t)a_{jj}+\sum_{k\neq j}p_k(t)a_{kj}$$

$$\frac{d}{dt}p_j(t)=\dot{p}_j(t)=p_j(t)a_{jj}+\sum_{k\neq j}p_k(t)a_{kj}\ \cdots\cdots \quad ③$$

가 成立된다. 이를 앞에서 定義한 推移率 matrix $\mathbf{A}$와 row vector matrix $\dot{\mathbf{p}}(t)$를

$$\dot{\mathbf{p}}(t)=[\dot{p}_1(t)\ \ \dot{p}_2(t)\ \ \dot{p}_3(t)\cdots\cdots\dot{p}_j(t)\cdots\cdots]$$

으로 표현하면

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}(t)=\dot{\mathbf{p}}(t)=\mathbf{p}(t)\mathbf{A}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad ④$$

上記 식③에 Laplace変換을 취하면

$$sp_j^*(s)-p_j(0)=p_j^*(s)a_{jj}+\sum_{k\neq j}p_k^*(s)\cdot a_{kj}$$

$$(s-a_{jj})p_j^*(s)-\sum_{k\neq j}p_k^*(s)a_{kj}=p_j(0)$$

단, $p_j^*(s)=\mathcal{L}\{p_j(t)\}$

이를 matrix形態로 나타내면

$$\mathbf{p}^*(s)\ [s\mathrm{I}-\mathbf{A}]=\mathbf{p}(0)$$

$$\mathbf{p}^*(s)=\mathbf{p}(0)\ [s\mathrm{I}-\mathbf{A}]^{-1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad ⑤$$

단, $\mathbf{p}^*(s)=[p_1^*(s)\ \ p_2^*(s)\cdots\cdots p_j^*(s)\cdots\cdots]$

$\mathbf{p}(0)=[p_1(0)\ \ p_2(0)\cdots\cdots p_j(0)\cdots\cdots]$

上記 식⑤에 의하여 状態確率 $p_j(t)$를 計算하고, 이를 이용하여 다양한 信頼度 parameter 의 값을 구할 수 있다.

Ⅳ. Markov process의 信頼度 解析 Model

推移率 matrix $\mathbf{A}$를 推移 상황별로 分類하여 정의하고, 時点 t의 状態確率 matrix $\mathbf{p}(t)$를 다음과 같이 정의하여 보자.

$$\mathbf{A}=[a_{ij}]=\left[\begin{array}{c:c} \mathbf{E} & \mathbf{F} \\ \hdashline \mathbf{G} & \mathbf{H} \end{array}\right]$$

단, $\mathbf{E}$: 稼動状態 간의 推移率 matrix $(k\times k)$

$\mathbf{F}$: 稼動状態로부터 故障状態로의 推移率 matrix $(k\times(n-k))$

$\mathbf{G}$: 故障状態로부터 稼動状態로의 推移率 martix $((n-k)\times k)$

$\mathbf{H}$: 故障状態 間의 推移率 matrix $((n-k)\times(n-k))$

$$\mathbf{p}(t)=[p_j(t)]=[\mathbf{p}_A(t)\ \ \mathbf{p}_F(t)]$$

단, $\mathbf{p}_A(t)$: 稼動状態確率 matrix $(1\times k)$

$\mathbf{p}_F(t)$: 故障状態確率 matrix $(1\times(n-k))$

1. 信頼度 및 可用度의 일반적 計算

앞에서 언급한 바와 같이 信頼度 $R(t)$는 $(0,\ t)$ 期間동안 시스템이 계속적으로 가동할 確率이므로 시스템이 고장난 상태로부터의 推移는 발생치 않는다. 따라서 推移率 matrix $\mathbf{A}$ 중에서 $\mathbf{G}=\mathbf{H}=0$ (Null matrix)가 성립되며, 이를 앞의 식④에 대입하여 각 状態確率 $p_j(t)$를 구하고

이들 중에서 稼動状態의 確率을 합하면 時点 t에서의 信頼度를 계산할 수 있다. 즉

$$R(t)=\sum_{i=1}^{k} p_i(t)$$

可用度 A(t)는 원래의 推移率 matrix A를 대입하여 각 状態確率을 구하고, 이들 중 稼動状態의 것을 합하면 된다.

시스템의 信頼度에서 중요한 것은 定常状態의 可用度(Steady-state availability)로서 가장 많이 사용되는 parameter이다.

$\lim_{t\to\infty} p_i(t)=p_i$, matrix $p=[p_1 \quad p_2 \cdots\cdots p_n]$으로 定義하면, $\lim_{t\to\infty}\frac{d}{dt}p_i(t)=0$이므로

$$p\cdot A=0 \cdots\cdots ⑥$$

가 성립된다. 또한 $\sum_{i=1}^{n} p_i=1$이므로 n개의 $p\cdot A=0$ 方程式 중에서 1개를 $\sum_{i=1}^{n} p_i=1$로 대치하여 1차 聯立方程式을 풀면 p_i를 계산할 수 있다. 여기서 정상상태의 可用度 As는

$$As=\lim_{t\to\infty} A(t)=\sum_{i=1}^{k} p_i$$

이다.

이제 각종 故障間隔의 계산에 일반적으로 적용할 공식을 유도하기 위하여 信頼度 계산시 적용한 推移率 matrix A(G=H=0)를 가정하고 식④를 $p_A(t)$ 및 $p_F(t)$에 대하여 정리하여 보면 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d}{dt}p_A(t)=p_A(t)E$$

$$\frac{d}{dt}p_F(t)=p_A(t)F \cdots\cdots ⑦$$

이를 Laplace変換하면, $p_F(0)=0$이므로

$$p_A^*(s)=p_A(0)\,[sI-E]^{-1}$$

$$sp_F^*(s)=p_A(0)\,[sI-E]^{-1}F \cdots\cdots ⑧$$

단, $p_A^*(s)=\mathcal{L}\{p_A(t)\}$, $p_F^*(s)=\mathcal{L}\{p_F(t)\}$

여기서 h_k를 (k×1) 単位 column matrix($h_k=\begin{bmatrix}1\\ \vdots\end{bmatrix}$)로 定義하고 故障密度函数 f(t) ($f(t)=\frac{d}{dt}\sum_{i=k+1}^{n} p_i(t)$)에 대하여 整理하여 보면

$$f(t)=\frac{d}{dt}p_F(t)\cdot h_{n-K}$$

이므로, 이의 Laplace変換을 취하면

$$f^*(s)=\mathcal{L}\{f(t)\}=sp_F^*(s)h_{n-k}$$
$$=p_A(0)\,[sI-E]^{-1}F\cdot h_{n-k} \cdots\cdots ⑨$$

또한 推移率 matrix A에서 行의 総合은 0이므로 ($\sum_j a_{ij}=0$), $F\cdot h_{n-k}=-E\cdot h_k$가 成立되며, 이를 식⑨에 대입하면

$$f^*(s)=-p_A(0)\,[sI-E]^{-1}E\cdot h_k \cdots\cdots ⑩$$

한편 moment 発生函数(MGF), $M_t(\theta)$를 定義하면

$$M_t(\theta)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{\theta t}f(t)\,dt=f^*(-s)$$

이므로

故障発生의 r次 moment $\tau(r)$은

$$\tau(r)=\left[\frac{d^r}{d\theta^r}M_t(\theta)\right]_{\theta=0}=\lim_{s\to 0}\left[\frac{d^r}{ds^r}f^*(-s)\right]$$
$$=\lim_{s\to 0}\left[(-1)^r\frac{d^r}{ds^r}f^*(s)\right]$$

식 ⑩을 이에 대입하면

$$\tau(r)=r!\,p_A(0)\,[-E]^{-r}h_k$$

따라서 平均故障発生의 1次 moment $\tau(1)$은

$$\tau(1)=p_A(0)\,[-E]^{-1}h_k \cdots\cdots ⑪$$

가 成立되며, 이를 기초로 하여 우리가 관심을 갖는 parameter를 計算할 수 있다.

2. 各種 平均時間 間隔의 計算技法

가. MTFF(最初故障間隔)

MTFF는 시스템의 初期状態가 완전한 상태(상태 1)로부터 시작하므로 $p_A(0)=[1\ 0\ 0\cdots\cdots 0]$를 식 ⑪에 대입하여 計算할 수 있다. 즉,

$$MTFF=[1\ 0\ 0\cdots\cdots 0]\,[-E]^{-1}h_k$$

따라서 $[-E]^{-1}$의 element를 c_{ij}라 하면

$$MTFF=\sum_{j=1}^{k} c_{1j}$$

이다.

나. MTTF(任意故障間隔)

MTTF는 시스템의 初期状態가 임의의 稼動状態로부터 시작하므로, 定常状態(Steady-state)의 状態確率 matrix $p=[p_A \quad p_F]$를 定義하고 각 状態의 初期確率을 구하여 보면 다음과 같다.

즉 初期状態가 稼動状態 i에 있을 確率은 시스템의 総 稼動確率(定常状態의 可用度)에 대한 i状態의 確率이므로 $\frac{p_i}{p_A\cdot h_k}$로 나타낼 수 있으며, 따라서 각 状態의 初期確率 matrix $p_A(0)$는

$$p_A(0)=\frac{p_A}{p_A\cdot h_k}$$

으로 나타낼 수 있다. 이를 앞의 식 ⑪에 代入하면

$$\mathrm{MTTF} = \frac{p_A[-E]^{-1}h_k}{p_A h_k}$$

가 成立된다. 또한 定常状態의 可用度는 $As = p_A \cdot h_k$이므로 $[-E]^{-1}$의 element를 c_{ij}라 하면

$$\mathrm{MTTF} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_i \left(\sum_{j=1}^{k} c_{ij} \right)}{As}$$

에 의하여 計算할 수 있다.

다. MUT (平均稼動時間)

MUT는 시스템의 初期状態가, 故障状態로부터 稼動状態로 推移한 時点부터 시작하므로, 初期状態確率 $p_A(0)$를 다음과 같이 정의할 수 있다.

즉 故障状態 i에서 状態 j로 推移한 경우에 状態 j가 稼動状態의 始作点이 될 確率 $p_j(0)$는,

$$p_j(0) = \frac{\sum_{i=k+1}^{n} p_i a_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} \left(\sum_{i=k+1}^{n} p_i a_{ij} \right)}$$

이므로

$$p_A(0) = \frac{p_F G}{p_F G h_k}$$

또한 定常状態에서 $p \cdot A = 0$ 이므로

$$p_A \cdot E + p_F \cdot G = 0$$

가 成立되며, 이를 代入하면

$$p_A(0) = \frac{p_A E}{p_A E h_k} = \frac{-p_A E}{p_A F h_{n-k}}$$

따라서 이를 식 ⑪에 代入하면

$$\mathrm{MUT} = \frac{-p_A E[-E]^{-1} h_k}{p_A F h_{n-k}} = \frac{p_A h_k}{p_A F h_{n-k}}$$

이를 풀어서 解析하여 보면,

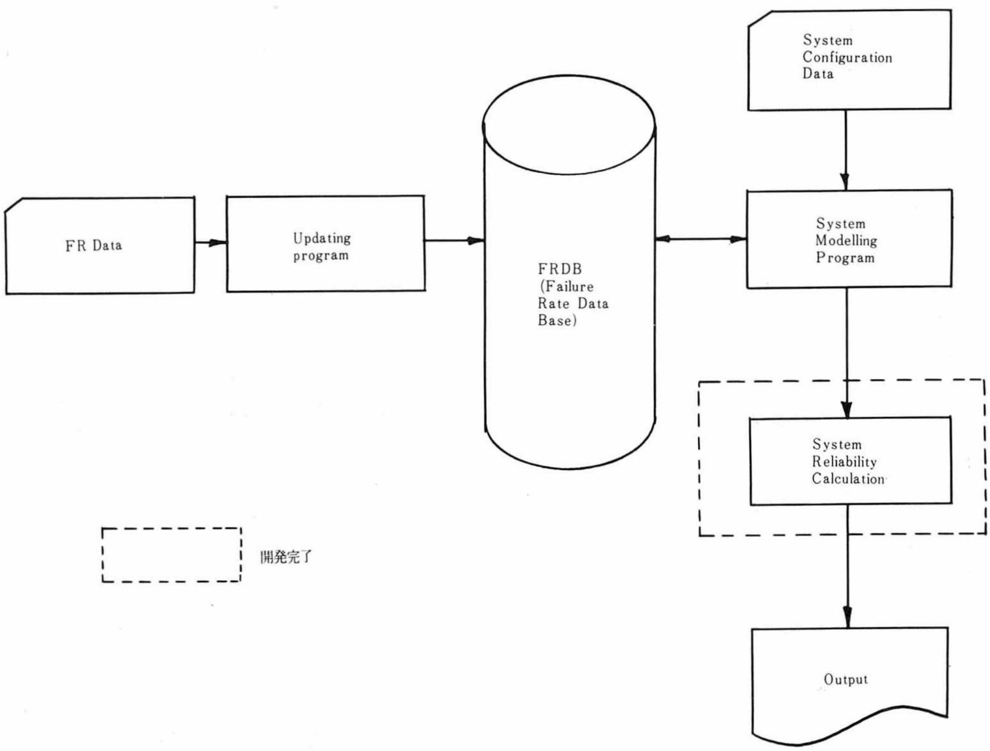
$$\mathrm{MUT} = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_i}{\sum_{i=1}^{k} p_i \sum_{j=k+1}^{n} a_{ij}}$$

가 成立된다.

라. MDT (平均故障時間)

MUT와 같은 방법으로 解析하여 보면 MDT는,

$$\mathrm{MDT} = \frac{p_F h_{n-k}}{p_A F h_{n-k}} = \frac{\sum_{i=k+1}^{n} p_i}{\sum_{i=1}^{k} p_i \sum_{j=k+1}^{n} a_{ij}}$$



〈그림 1〉 信頼度 予測 Program Package의 構造例

마. MCT (平均故障間隔)

定義에 의하여 MCT=MUT+MDT이고, $p_A h_K + p_F h_{n-K} = \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$ 이므로,

$$MCT = \frac{p_A h_K + p_F h_{n-K}}{p_A F h_{n-K}} = \frac{1}{p_A F h_{n-K}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{k} p_i \sum_{j=k+1}^{n} a_{ij}}$$

MUT와 MDT는 실제의 境遇에 있어서 定常狀態의 可用度 As를 구한 후에 適用하므로, 다음과 같은 方法으로 計算하는 것이 便利하다.

$$As = \frac{MUT}{MUT+MDT} = \frac{MUT}{MCT}$$

이므로, 먼저 MCT를 구하고,

MUT=As · MCT

MDT=(1−As) · MCT

에 의하여 계산한다.

V. 結 論

시스템 信賴度의 重要性은 궁극적으로는, 요구되는 시스템의 目標値를 만족하면서 시스템 総価格의 최소화를 기하기 위한 것이다. 따라서 設計段階의 信頼度 予測은 시스템 자체의 価格과 整備維持 価格과의 관계를 信頼度 側面에서 解析 評価함으로써, 최적의 시스템 設計와 整備維持計劃을 설정하는데 기여토록 하여야 할 것이다.

本稿에서 언급한 Markov process에 의한 信頼度 評価 技法은 단순한 시스템의 信頼度 予測보다는, 시스템의 総 価格을 결정하는 諸般要素를 광범위하게 適用 可能한 技法이다.

한편 본 計算技法은 시스템의 規模에 따라 差異는 있으나 수십 또는 수백개의 状態確率을 計算하여야 하므로, 手計算에 의하여는 解를 구할 수 없다. 현재까지는 앞에서 언급한 計算過程에 대해서 프로그램을 完成하였으며, 장차는 시스템의 modelling 프로그램과 部品의 故障率에 대한 data base를 構成하여, package化하여야 할 것이다. (〈그림 1〉 参照)

参 考 文 献

1. 朴景洙, 信頼度工学 및 整備理論, 塔出版社, 1980
2. Shooman, Martin L., Probabilistic Reliability: An Engineering Approach, McGraw-Hill, 1968
3. Barlow, R. E. and Frank Proschan, Mathmatical Theory of Reliability, John Wiley & Sons, 1965
4. Cox, D. R. and H. O. Miller, The Theory of Stochastic Process, Chapman & Hall, 1977
5. Endrenyi, J., Reliability Modeling in Electric Power Systems, John Wiley & Sons, 1978
6. Green, A. E. and G A. J. Bourne, Reliability Technology, John Wiley & Sons, 1978
7. Rau, John G., Optimization and Probability in System Engineering, Van Nostrand Reinhold Co., 1970
8. Buzacott, John A., "Markov Approach to Finding Failure Times of Repairable Systems", IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-19, No. 4, Nov. 1970
9. Buzacott, Johh A., "Network Approach to Finding the Reliability of Repairable Systems, " IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-19, No. 4, Nov. 1970
10. Demercado, John B. "Reliability Prediction Studies of Complex Systems Having Many Failed States", IEEE Trans. on Reliability, Vol. R-20, No. 4, Nov. 1971
11. Doyon, L. R. and M. W. Berssenbrugge, "Solving Complex Reliabîlity Models by Computer", Proc. IEEE 1968 Ann. Symp. Reliability, pp431−448
12. Bell, E. M., C. Kwiatkowski and C. E. J. Ross, "Computer Aids for Reliability Prediction and Spares Provisioning", Electrical Commumication, Vol. 54, No. 2, 1979
13. Menicou, G. and L. Van Os, "Comprehensive Computer Programs for Solving Complex Reliability Problems", Electrical Communication, Vol. 48, No. 3, 1973.