• 論文 •　— 本協會 海外留學 獎學生 學位論文 —

QP技法에 의한 過負荷解消를 위한 最適負荷遮斷 및 發電再配分 — PART (1)

— 感度係數에 의한 線形모델 —

Load Shedding and Generator Rescheduling By Quadratic Programmning — Part I:
— Linearized Model through Sensitivity Coefficients —

文 永 鉉　　延世大 助敎授

本稿는 1978年 本協會의 第1回 海外留學獎學生 選拔考試에 合格하여 本協會의 獎學金으로 美國 Oregon州立大學校 電氣科에 修學, 1983年 6月에 Ph.D를 取得하고 歸國. 現在 延世大 助敎授로 在職中인 文永鉉氏의 IEEE誌에 寄稿했던 學位論文을 要約 飜譯한 것이다.

文永鉉氏의 本 論文을 擇하게된 動機는 서울工大 碩士論文으로 同校 朴永文敎授의 指導를 電力系統의 過負荷解消 앨고니즘에 關한 研究를 한바 있으며 留學中 無效電力變化의 潮流에 미치는 影響의 反映 및 母線變壓變化에 대한 신속한 補償과 QP電技法의 適用等의 改善方案을 研究한후 BPA (Bonneville Power Administation)과 接觸한 結果 상당히 좋은 反應을 얻었으며 本論文의 後半期 研究는 BPA의 支援 (Contract No. DE—AP 79－82BP34709)을 받아 이루어진 것이라 한다. 〈**註編輯者**〉

要約 — 本論文은 過負荷解消를 위한 LSGR (Load Shedding and Rescheduling)문제에 대한 계통의 Mo-del 開發을 취급하고 있다. 종래의 Model에 있어서는 制約條件은 Phase angle 및 線路電流를 變數로 포함하고 있는 반면 目的函數는 電力制御變數에 의하여 설정되어 있기 때문에 最適解를 求하는 過程이 복잡하였다. 本 論文에서는, bus電力變化가 線路潮流에 미치는 영향을 고려하기 위하여 感度係數(Seusitivity Coefficient)를 導入함으로써 이러한 복잡성을 피하도록 하였으며 感度係數計算을 위한 효과적인 方法을 提示하였다.

LSGR問題에 대한 QP技法의 適用(Part II에 取扱되어 있음)은, 현재 가장 효과적인 方法으로 고려되고 있는 LP (Linear Programming)技法보다도 計算時間과 所要記憶容量節減에 많은 利點이 있으며 더구나 최적화면에서도 LP技法보다 發電費用이 더 낮은 最適解를 구할 수 있게 한다.

NOTATION

- P, Q : 母線의 有效·無效電力
- F, G : 線路의 有效·無效潮流
- S : 線路潮流
- V_{SP} : 母線電壓指定値
- ε : 母線電壓偏差許容限界
- θ : 母線電壓의 位相角
- [B] : 電力損失係數(loss coffeicient) Marrix
- N : 系統의 總母線數
- $n=N-1$: Jacobian Matrix의 dimensionality
- $\triangle$: 增分
- Y, G, B : 母線의 admittance, conductance 및

Succeptance

y, g, b : 線路의 Admittance, Conductance 및 Succeptance

Subscripts G, L, C : 發電機, 負荷 및 調相容量

Subscripts u, ℓ : 上, 下限値

Supercript o : Operating Point에서의 計算値

〔 〕 : matrix notation

D : diagonal matrix

Underlined letter : Vector 표시

Upper dotted letter : Complex number (複素數)

緖 論

電力系統이 인접 지역간의 連繫에 의하여 大規模化 및 複雜化됨에 따라 過負荷解消를 위한 적절한 對策의 수립이 중요한 課題로 되어 왔다.

過負荷解消를 위한 LSGR問題는 系統의 緊急 또는 警戒狀態에 있어서,

(i) 모든 過負荷와 異狀電壓을 解消 또는 抑制하고

(ii) 負荷遮斷量과 전체 發電費用을 最小化하는

解를 주어진 시스템 制約條件下에서 구하는 것으로 定義되며 시스템 制約條件으로는 電力需給平衡條件, 線路의 電流限界 및 發電機의 發電限界등을 考慮해야 한다. 最適化過程에서는 供給障碍를 최소로 줄이는 것이 系統運用의 첫째 要件이므로 負荷遮斷量의 最小化가 發電費用에 상관없이 先行要件으로 취급되어야 하고 그 다음에 發電費用節減이 考慮되어야 한다〔13, 14〕.

LSGR 問題는 非線形制約條件을 포함하므로, 線形化Modeling을 위하여 여러가지의 Approach가 추구되어 왔으며 요약하면 다음과 같다.

Shen과 Laughton〔8〕은 line succeptance matrix B에 의한 線形Model을 제시하였으나, 無效電力을 무시하였기 때문에 정확한 解를 구하기 어렵다. Subramanian〔1〕은 sensitivity model 및 linear programming model을 導入하였고, Kaltenbach와 Hajdu〔2〕는 line current 制約條件의 취급이 容易한 Q-Matrix model을 제안하였으나, 그들의 Model은 과도한 記憶容量을 要하므로 널리 사용되고 있지 않다.

Stott와 Hobson〔3, 4〕은 潮流計算Model에 입각한 approach를 採擇하였으며, LSGR問題를 다양한 角度로 檢討하고, 다수의 目的函數(Objective-function)을 提示한 바 있다.

近來에 發表된 논문에 의하면, 電力潮流計算式의 Jacobian Matrix를 LSGR問題Modeling에 採用함으로써 最適三角因數法(Optimally Ordered Triangular Factorization Method)등의 강력한 Computer 解析法을 LSGR問題解析에 利用可能하도록 하고 있다. 그러나 이러한 Approach 역시 Model의 變數와 目的函數의 變數가 일치하지 않으며, 특히 線路電流制約條件의 變形인 母線間 位相差制約條件은 最適解計算에 직접 반영될 수 없고 解의 有效性을 判別하는데 사용되고 있다. 따라서 최근에는 System의 制約條件을 가능한 한 目的函數의 變數인 母線注入電力의 函數로 變化시키는 경향이 있으며, 이 방법은 最適化過程을 간략하게 할 뿐만 아니라 潮流計算法을 過負荷解消에 이용할 수 있는 利點도 있다.

LSGR問題에 適用된 最適化技法에 관해서는 문헌〔1－8〕에 발표된 대부분의 엘고리즘들은 Piecewise Linearigation에 의한 LP(Linear Programming)技法을 使用하고 있으나, 線形化된 制約條件의 매 線分마다 slack變數와 새로운 부등식이 추가되므로 電算設備의 所要容量을 크게 증가시킨다. 본 연구에서는 QP(Quadratic Programming)의 適用(PartⅡ參照)을 試圖하고 있으며, 이는 Piecewise linearization過程이 필요없으므로 上記 LP 技法의 결점을 피할 수 있다.

본 논문의 PartⅠ은 QP技法의 適用을 위한 線形Model의 開發을 다루고 있다. 母線電力變化에 대한 線路潮流變化를 解析하기 위하여 母線電力變化에 對한 線路潮流의 感度係數를 導入하였으며, 이 感度係數에 의거 線形model이 開發되었다. 提案된 線形model은 5-bus, 17-bus, 50-bus 系統에 대한 테스트를 통하여 그 實用性이 立證되었다.

Ⅰ. 일반적 Approach 및 假正

LSGR問題는 일반적으로 주어진 制約條件下에서 于先的函數 및 附隨目的函數를 最適化하는 問題로 記述될 수 있다.

(i) 于先目的函數(Primary Objective Function)

$$\text{Minimize } J_L = \sum_i \Delta P_{Li} \tag{1}$$

(ii) 附隨目的函數(Secondary Objective Function)

$$\text{Minimize } J_G = \sum_i [F_i(P_{Gi}^o + \Delta P_{Gi}) - F_i(P_{Gi}^o)] \quad (2)$$

制約條件

(i) 電力需給平衡條件

$$\sum_i P_{Gi} - \sum_i P_{Li} - P_{loss} = 0 \quad (3)$$

(ii) 線路電流制約條件

$$I_k \leqq I_{k,max} \text{ for all lines } k \quad (4)$$

(iii) 有效・無效電力發電限界

$$\left.\begin{array}{l} P_{G\ell i} \leqq P_{Gi} \leqq P_{Gui} \\ Q_{G\ell i} \leqq Q_{Gi} \leqq Q_{Gui} \\ Q_{C\ell i} \leqq Q_{Ci} \leqq Q_{Cui} \end{array}\right\} \text{ for all buses } i \quad (5)$$

(iv) 負荷條件

$$\left.\begin{array}{l} P_{L\ell i} \leqq P_{Li} \leqq P_{Lui} \\ Q_{L\ell i} \leqq Q_{Li} \leqq Q_{Lui} \end{array}\right\} \text{ for all buses } i \quad (6)$$

(v) 母線電壓變動許容限界

$$|V_i - V_{sp}| \leqq \varepsilon \text{ for all buses } i \quad (7)$$

上記 式(2)에서는 全發電費用을 最小化하는 대신 發電費用의 增分을 最小化하도록 하였 다. 하였다.

LSGR問題에 있어서는 解의 計算速度가 결정적으로 중요하며, 이는 系統에 過負荷가 생겼을 때 이 過負荷가 다른 線路나 母線의 Outage를 유발시키기 전에 過負荷에 대한 對策이 취해져야 하기때문이다. 上記의 式 (3),(4),(7)은 目的函數의 變數인 母線注入電力과 複雜한 非線形관계에 있으므로 計算時間의 節感을 위하여, 충분한 精度의 解를 구할 수 있는 線形Model이 동상 채용되고 있으며, 線形化過程에서는 다음의 假定이 일반적으로 採擇되고 있다.

(i) 過負荷狀態하에서도 ELD (Economic Load Dispatch) Program은 계속 有效하며, 發電配分은 각 發電所에 最適하게 배정되어 있다.

(ii) Q-V(無效電力對母線電壓)Control과 P-f(有效電力對周波數) Control사이의 Coupling效果는 無視될 수 있다. 따라서 LSGR問題에 分割潮流計算法(Decoupled Load Flow Methed)를 適用하여도 충분한 精度의 結果를 얻을수 있다.

(iii) 線形近似化Approach를 使用해도 LSGR 問題에 對한 有效한 解를 얻을 수 있는 故障이나 過負荷가 비교적 가벼운 狀態하의 系統을 본 연구의 對象으로 한다.

(iv) 過負荷狀態하에서도 Q-V control은 有效하며 모든 母線電壓을 電壓變動許用限界내에 유지시킬 수 있다.

上記 假定下에서 LSGR問題에 對 線形化 Approach는 다음 사항에 기초를 두고 추구될 것이다.

(i) 發電費用目的函數는 二次函數로 近似化하며 QP 技法의 適用에 따른利點을 최대한 利用한다. 이는 前述한 바와 같이 計算時間 및 所要記憶容量과 發電費用의 節減을 期할 수 있게 한다.

(ii) 모든 制約條件은 制御變數 즉 母線注入電力의 函數로 一次近似化하며 특히 線路電流制約條件은 減度係數(Sensitivity Coefficient)를 導入하여 線形化한다.

(iii) 發電機脫落 또는 負荷遮斷이 있을 경우는각 母線電壓變化에 對하여 最小自乘偏差法을 使用하여 母線無效電力을 調整한다.

그 외의 경우에는 母線電壓制約 條件은 이를 無視하고 구한 最適解에 대하여 有效性을 確認할 때만 적용될 것이다(이것은 無效電力變化가 없을 때 母線電壓變動이 극히 적다는 사실로 부터 그 타당성이 입증된다).

II. 母線電力에 對한 線路潮流感度係數

母線電力變化에 대한 線路潮流의 感度係數(Sensitivity Coefficient)는 線路潮流關係式을 母線電力에 관하여 線形化함으로써 구할 수 있다.

母線 p, q사이에 연결되어 있는 k變線路를 고려해 보자. 그러면 k번 線路를 通하여 흐르는 線路潮流는.

$$\dot{S}_k^{pq} = \dot{I}_k^{\,*}\,\dot{V}_p = F_k^{pq} + j\,G_k^{pq} \quad (8)$$

에 의하여 주어지며 superscript pq는 線路潮流의 方向을 표시한다.

線路潮流의 絶大値는

$$S_k^{pq} = |\dot{I}_k|\ |\dot{V}_p| = [(F_k^{pq})^2 + (G_k^{pq})^2]^{1/2} \qquad (9)$$

으로 주어지며, 最大許用潮流를 구하기 위하여 式(4)의 양변에 $|V_P|$를 곱하면

$$S_k^{pq} = |\dot{I}_k|\ |\dot{V}_p| \leq I_{k,max}|\dot{V}_p| \text{ for all lines k.} \qquad (10)$$

가 되며 最大許用潮流는

$$S_{k,max}^{pq} = I_{k,max} \cdot |\dot{V}_p| \text{ for all lines k.} \qquad (11)$$

로 定義된다. 따라서 式(4)의 線路潮流制約 條件은 다음에 의하여 代置될 수 있다.

$$S_k^{pq} \leq S_{k,max}^{pq} \text{ for all lines k.} \qquad (12)$$

한편 線路潮流 S_k^{pq}는 母線注入電力의 函數가 되므로

$$S_k^{pq} \triangleq [(F_k^{pq})^2 + (G_k^{pq})^2]^{1/2} = S_k^{pq}(P_1, \cdots, P_N, Q_1, \cdots, Q_N) \qquad (13)$$

의 關係가 성립한다.

여기서 母線注入電力이 過負荷解消를 위하여 $\triangle P_i$ $\triangle Q_i$ (i=1, ……N) 만큼씩 變化 되었다고 하자. 그러면 線路潮流는 다음과 같이 一次近似化 될 수 있다.

$$\Delta S_k^{pq} \doteq \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial S_k^{pq}}{\partial P_i}\Delta P_i + \frac{\partial S_k^{pq}}{\partial Q_i}\Delta Q_i\right) \qquad (14)$$

Supercript pq는 線路潮流의 方向을 나타내기 위하여 導入되었으나 모든 線路潮流는 母線p에서 母線 q(q<p) 方向의 潮流를 나타낸다고 간주하고 다음부터 생략할 것이다.

式(14)는

$$\Delta S_k \doteq \sum_{i=1}^{N} \left[\left(\frac{\partial S_k}{\partial F_k}\frac{\partial F_k}{\partial P_i} + \frac{\partial S_k}{\partial G_k}\frac{\partial G_k}{\partial P_i}\right)\Big|_o \Delta P_i + \left(\frac{\partial S_k}{\partial G_k}\frac{\partial G_k}{\partial Q_i} + \frac{\partial S_k}{\partial F_k}\frac{\partial F_k}{\partial Q_i}\right)\Big|_o \Delta Q_i\right] \qquad (15)$$

로 다시 쓸 수 있다.

上記 式으로 부터 k번 線路에 對한 有效潮流의 感度係數는

$$K_{Pk,i} = \left(\frac{\partial S_k}{\partial F_k}\frac{\partial F_k}{\partial P_i} + \frac{\partial S_k}{\partial G_k}\frac{\partial G_k}{\partial P_i}\right)\Big|_o \qquad (16)$$

그리고 無效潮流의 感度係數는

$$K_{Qk,i} = \left(\frac{\partial S_k}{\partial G_k}\frac{\partial G_k}{\partial Q_i} + \frac{\partial S_k}{\partial F_k}\frac{\partial F_k}{\partial Q_i}\right)\Big|_o \qquad (17)$$

로 定義한다. 여기서 기호 o 는 모든 값이 Operating Piont에 계산됨을 나타낸다.

結果的으로 式(15)는 다음과 같이 된다.

$$\Delta S_k = \sum_{i=1}^{N} [K_{Pk,i}\Delta P_i + K_{Qk,i}\Delta Q_i] \qquad (18)$$

式(14), (17)에 定義된 感度係數를 計算하기 위하여 Fig. 1에 주어진 line k의 Π—모델 等價回路를 考慮한다.

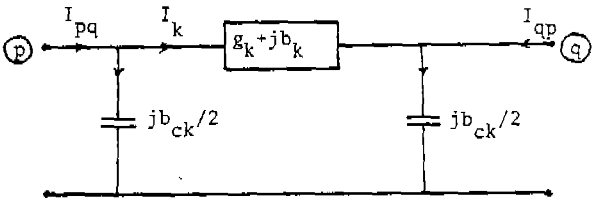

Fig. 1. Π Model of Transmission Line k.

k번 線路의 潮流는

$$\dot{S}_k = \dot{I}_{pq}^{*}\dot{V}_p = (\dot{I}_k + \dot{I}_{ck})^{*}\dot{V}_p$$
$$= g_k V_p^2 - V_p V_q\{g_k\cos(\theta_p - \theta_q) + b_k\sin(\theta_p - \theta_q)\}$$
$$+ j[-b_k V_p^2 + V_p V_q\{b_k\cos(\theta_p - \theta_q) - g_k\sin(\theta_p - \theta_q)\} - \frac{1}{2}b_{ck}V_p^2]$$

로 주어 지며 이것으로 부터 有效·無效潮流는

$$F_k = g_k V_p^2 - V_p V_q\{g_k\cos(\theta_p - \theta_q) + b_k\sin(\theta_p - \theta_q)\}$$
$$G_k = -b_k V_p^2 - V_p V_q\{b_k\cos(\theta_p - \theta_q) - g_k\sin(\theta_p - \theta_q)\} - \frac{1}{2}b_{ck}V_p^2 \qquad (19)$$

로 나누어 쓸 수 있으며, 이 두 式을 線形近似化함으로써 다음 式을 구할 수 있다.

$$\Delta F_k = V_p^o V_q^o\left\{A_1(\Delta\theta_p - \Delta\theta_q) + A_2\frac{\Delta V_p}{V_p^o} + A_3\frac{\Delta V_q}{V_q^o}\right\}$$
$$\Delta G_k = V_p^o V_q^o\left\{B_1(\Delta\theta_p - \Delta\theta_q) + B_2\frac{\Delta V_p}{V_p^o} + B_3\frac{\Delta V_q}{V_q^o}\right\} \qquad (20)$$

where

$$A_1 = g_k\sin(\theta_p^o - \theta_q^o) - b_k\cos(\theta_p^o - \theta_q^o)$$
$$A_2 = 2g_k - \{g_k\cos(\theta_p^o - \theta_q^o) + b_k\sin(\theta_p^o - \theta_q^o)\}$$

$$
\begin{aligned}
A_3 &= -\left\{g_k \cos(\theta_p^o - \theta_q^o) + b_k \sin(\theta_p^o - \theta_q^o)\right\} \\
B_1 &= -g_k \sin(\theta_p^o - \theta_q^o) + b_k \cos(\theta_p^o - \theta_q^o) \\
B_2 &= -2 b_k + \left\{b_k \cos(\theta_p^o - \theta_q^o) - g_k \sin(\theta_p^o - \theta_q^o)\right\} \\
B_3 &= b_k \cos(\theta_p^o - \theta_q^o) - g_k \sin(\theta_p^o - \theta_q^o)
\end{aligned}
\tag{21}
$$

한편으로는 分割法에 의한 潮流計算式으로 부터

$$
\begin{aligned}
\Delta \hat{\underline{P}} &= [\hat{H}]\ \Delta \hat{\underline{\theta}} \\
\Delta \hat{\underline{Q}} &= [\hat{L}]\ \Delta \hat{\underline{V}}
\end{aligned}
\tag{22}
$$

where

$$
\begin{aligned}
\Delta \hat{\underline{P}} &= [\Delta P_1/V_1^o,\ \ldots,\ \Delta P_n/V_n^o]^T \\
\Delta \hat{\underline{Q}} &= [\Delta \theta_1/V_1^o,\ \ldots,\ \Delta Q_n/V_n^o]^T \\
\Delta \hat{\underline{\theta}} &= [V_1^o\ \Delta \theta_1,\ \ldots,\ \Delta V_n^o\ \Delta \theta_n]^T \\
\Delta \hat{\underline{V}} &= [\Delta V_1,\ \ldots,\ \Delta V_n]^T
\end{aligned}
$$

with $n = N - 1$

의 關係가 成立하며 여기서 Matrix H 및 L의 element는 다음에 의하여 결정된다.

$$
\begin{aligned}
\hat{h}_{ii} &= -B_{jj} - Q_j/V_j^2 \\
\hat{h}_{ij} &= -(G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \\
\hat{\ell}_{ii} &= -B_{ii} + Q_i/V_i^2 \\
\hat{\ell}_{ij} &= \hat{h}_{ij}
\end{aligned}
\tag{23}
$$

式(20)과 (22)로 부터 $\triangle Q_i$ 및 $\triangle V_i$ 를 消去함으로써 偏微分 $\dfrac{\partial F_k}{\partial P_i}$, $\dfrac{\partial F_k}{\partial Q_i}$, $\dfrac{\partial G_k}{\partial P_i}$ 및 $\dfrac{\partial G_k}{\partial Q_i}$ 가 구해진다. 이 結果를 式(16) 및 (17)에 다시 代入함으로써 (Appendix 參照), 다음과 같은 感度係數(Sensitivity Coefficients)公式을 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
\underline{K}_{Pk} &= \frac{A_1 F_k^o + B_1 G_k^o}{S_k^o}\ [D_V^o]^{-1}\ \hat{\underline{x}}_H \\
\underline{K}_{Qk} &= \frac{1}{S_k^o}\ [D_V^o]^{-1}\ \hat{\underline{x}}_L
\end{aligned}
\tag{24}
$$

with

$$
[\hat{H}]^T\ \hat{\underline{x}}_H = \underline{b}_H \ \text{and}\ [\hat{L}]^T\ \hat{\underline{x}}_L = \underline{b}_L \tag{25}
$$

여기서 $\underline{b}_H$ 및 $\underline{b}_L$은

$$
b_{Hi} = \begin{cases} V_q & \text{for } i = p \\ -V_q & \text{for } i = q \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{26}
$$

$$
b_{Li} = \begin{cases} (F_k^o A_2 + G_k^o B_2) V_q^o & \text{for } i = p \\ (F_k^o A_3 + G_k^o B_3) V_p^o & \text{for } i = q \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{27}
$$

로 決定된다. 그리고 Matrix는 D_V^o 및 vector K_{PK} 및 K_{QK}는 다음과 같다.

$$
D_V^o = \begin{bmatrix} V_1^o & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & V_n^o \end{bmatrix} \tag{28}
$$

$$
\begin{aligned}
\underline{K}_{Pk} &= [K_{Pk,1},\ K_{Pk,2},\ \ldots,\ K_{Pk,n}]^T \\
\underline{K}_{Qk} &= [K_{Qk,1},\ K_{Qk,2},\ \ldots,\ K_{Qk,n}]^T
\end{aligned}
$$

여기에서 式(25)에 있는 $\underline{x}_H$와 $\underline{x}_L$의 計算은 W. Tinney등에 의하여 창안된 三角因數法[11, 12]에 의하여 效果的으로 遂行될 수 있다. 式(24)의 결과에 있어서 slack bus에 對한 感度係數는 항상 0임은 특기할만 하다. 즉

$$
\left.\begin{aligned} K_{Pk,N} &= 0 \\ K_{Qk,N} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{for all lines } k \tag{29}
$$

여기서 N은 slack bus에 지정된 母線番號이다.

이것은 slack bus에 대한 注入電力은, 他母線의 電力變化에 依한 電力不均衡을 補償해야 하므로 독립적으로 變化시킬 수 없기 때문이다.

分割潮流計算法(Decoupled Load Flow Method)에서 coupling effect가 無視되었는데, 이 경우의 感度計算은 式(20)에 있어서 $A_2 = A_3 = A_1 = 0$라 둠으로써 행해질 수 있다.

III. QP(Quadratic Programming) 適用을 위한 目的函數 및 線形 Model

Section I 에서 언급된 바와 같이, 本 節에서는 QP適用을 위하여 모든 system constraint는 線形化될 것이고 目的函數들은 二次函數로 近似化될것이다.

式(1)에 주어진 于先目的函數 (primary objective function)은 linear이므로 近似化가 必要 없다. 式(2)의 非線形燃料費目的函數는 實際의 경우에 있어서

二次函數로 近似化될 수 있다.

$$F_i(P_{Gi}) = a_i^o P_{Gi}^2 + b_i^o P_{Gi} + c_i^o$$

for all generators i (30)

이를 式(2)에 代入함으로써, 附隨目的函數(secondary objective function)은 다음과 같이 近似化 된다.

$$J_G = \sum_i \left[\frac{1}{2} a_i \ \Delta P_{Gi}^2 + b_i \ \Delta P_{Gi}\right] \tag{31}$$

where

$$a_i = 2 a_i^o$$

$$b_i = 2 a_i^o P_{Gi}^o + b_i^o$$

式(3)의 電力需給條件에 있어서, 電力損失은 損失係數 Matrix B[15~17]에 의하여 推算될 수 있으며

$$\underline{P}_{loss} = \underline{P}^T [B] \underline{P} \tag{32}$$

where

$$\underline{P} = \underline{P}_G - \underline{P}_L$$

上記 式을 式(3)에 代入하고 linearization하면

$$\underline{1}^T \ \Delta \underline{P}_G - \underline{1}^T \ \Delta \underline{P}_L - 2(\underline{P}_G^o - \underline{P}_L^o)^T \ B(\Delta \underline{P}_G - \Delta \underline{P}_L) = 0 \tag{33}$$

式(12)의 線路潮流制約條件은 感度係數(Sensitity Coefficient)를 사용함으로써 線形化될 수 있다.

특정 線路 k가 線路潮流S_k^o ($> S_{k,max}$)로서 過負荷가 되었다고 하자

이 過負荷를 解消하기 위하여 적당한 制御措置가 취해진 후에는 線路潮流가 다음의 條件을 만족해야 한다.

$$S_k = S_k^o + \Delta S_k \leq S_{k,max}$$

또는

$$\Delta S_k \leq - S_{k,ovl} \tag{34}$$

where

$S_{k,ovl} = S_k^o - S_{k,max}$: 線路潮流過負荷量

고로, 式(18)의 結果를 式(34)에 代入하고 式(29)를 考慮에 넣음으로써 다음의 線形化된 線路潮流制約條件이 구해진다.

$$\Delta S_k \doteq \sum_{i=1}^{n} [K_{Pk,i} \ \Delta P_i + K_{Qk,i} \ \Delta Q_i] \leq - S_{k,ovl} \tag{35}$$

for all overloaded or vulnerable lines k

where

$$\Delta P_i = \Delta P_{Gi} - \Delta P_{Li}$$

$$\Delta Q_i = \Delta Q_{Gi} + \Delta Q_{Ci} - \Delta Q_{Li}$$

여기서 유의할 점은, 式(35)의 制約條件은 過負荷線路뿐만 아니라 過負荷危險이 있는 모든 線路에 對해서 고려해야 하나 충분한 線路容量을 가진 安全한 線路는 除外시켜도 좋다는 것이다.

式(5)의 發電機出力上·下限條件은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$- P_{Gi}^o \leq \Delta P_{Gi} \leq P_{Gui} - P_{Gi}^o$$

$$Q_{Gli} - Q_{Gi}^o \leq \Delta Q_{Gi} \leq Q_{Gui} - Q_{Gi}^o \quad \text{for all}$$

$$Q_{Cli} - Q_{Ci}^o \leq \Delta Q_{Ci} \leq Q_{Cui} - Q_{Ci}^o \quad \text{buses } i \tag{36}$$

負荷條件(6)은 線形化할 필요는 없으나 有效無效電力負荷遮斷사이의 關係가 고려되어야 한다. 즉 負荷는 有效·無效電力을 分離하여 制御할 수 없으므로 다음의 比例關係를 近似的으로 적용시킬 수 있다. [6]

$$\Delta Q_{Li} = \alpha_i \ \Delta P_{Li} \qquad \text{for all buses } i \tag{37}$$

여기서 比例常數 α_i는

$$\alpha_i = \frac{Q_{Li}^o}{P_{Li}^o} \tag{38}$$

로 결정된다.

따라서 式(6)은 다음에 의하여 대치될 수 있다.

$$\underline{P}_{L\ell} - \underline{P}_L^o \leq \Delta \underline{P}_L \leq \underline{P}_{Lu} - \underline{P}_L^o \tag{39}$$

with (37) for $\Delta \underline{Q}_L$.

마지막으로 式(7)에 주어진 母線電壓制約條件은 式(22) 및 (28)에 의하여 線形化될 수 있으며, 그 결과는 다음과 같다.

$$- \underline{\varepsilon} \leq \underline{V}^o + [\hat{L}]^{-1} [D_V^o] \ \Delta \underline{Q} - \underline{V}_{sp} \leq \underline{\varepsilon} \tag{40}$$

where

$$\underline{\varepsilon} = [\varepsilon, \varepsilon, \ldots, \varepsilon]^T \in R^n$$

$$\underline{V}_{sp} = [V_{sp}, V_{sp}, \ldots, V_{sp}]^T \in R^n$$

上記의 線形化된 電壓制約條件은 Jacobian matrix의 inverse와 관계되어 있으며, 이의 效果的인 取扱方法은 Part II의 負荷遮斷에 따른 電壓變動補償考慮에서 다루어 질 것이다.

結論的으로 式(1), (31), (33), (35)에 二次目的函數 (Quadratic Objective Function)를 갖는 線形Model이 주어지며, 모든 制約條件은 制御變數 $\triangle P_G$, $\triangle P_L$, $\triangle Q_G$ $\triangle Q_L$, $\triangle Q_C$를 變數로 線形化되었다. 이것은 LSGR問題의 最適化過程을 간략화 시킨다.

Ⅳ. 數值結果

앞에서 開發된 線形모델은 5-bus, 17-bus 및 50-bus system에 대하여 성공적으로 Test되었다.

본 Test에서는 線形모델의 實用性에 결정적으로 중요한 感度係數의 有效性立證에 역점을 두었으며, 그 結果 提案된 線形모델은 母線注入電力의 20%變化範圍까지는 實際的으로 適用可能함이 밝혀졌다.

動作點(Operating Point)에서의 潮流는 다음 두가지 方法에 의하여 計算比較하였다.

(i) Load Flow Program을 사용하여 動作點(Operating Point)에서 정확한 潮流解를 구하였다.

(ii) 動作點 附近의 Base Case 하나를 選擇하고 이 Base Case에 대한 정확한 解와, Base Case와 動作點 사이의 母線注入電力(bus injection power)의 差에 依據, 感度係數(Sensitivity Coefficieut)에 의한 近似潮流를 求하였다.

方法(ii)의 結果는 方法(i)의 正確한解에 比하여 약 2%정도의 誤差가 있으며 이는 實際境遇에 適用可能한 것으로 생각된다. 計算時間面에서 方法(ii)는 方法(i)에 比하여 거의 無視할 수 있는 정도의 時間밖에 要하지 않는다.

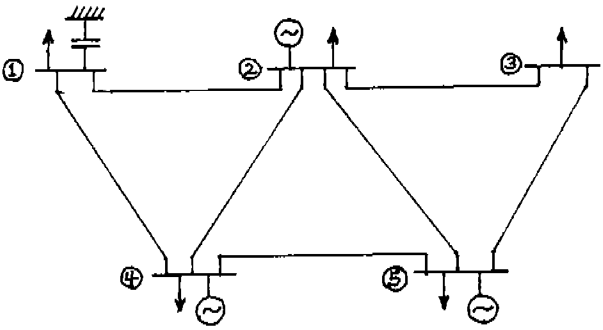

Fig. 2 Configuration of 5-bus system.

All Units Adopted: (p.u.)

Table I. Input Data.
Numbers in parentheses denote the numbers assigned to system buses.

LINE ADMITTANCE AND LINE CHARGE ADMITTANCE							
LINE	g_k	b_k	b_{ck}	LINE	g_k	b_k	b_{ck}
1 (1, 2)	1.8408	-7.8431	.0054	2 (2, 3)	1.9646	-8.6444	.0050
3 (3, 4)	1.9115	-9.1233	.0048	4 (2, 4)	1.8690	-7.5365	.0061
5 (2, 5)	1.8345	-7.2266	.0055	6 (1, 5)	1.8426	-8.0530	.0059
7 (4, 5)	1.8382	-7.3529	.0060				

SCHEDULED P GENERATION	(1) 0.0000 (2) 3.5000 (3) 0.0000 (4) 2.7000 (5) 3.5000
GENERATING CAPABILITY	(1) 0.0000 (2) 3.8000 (3) 0.0000 (4) 3.0000 (5) 4.0000
UPPER LIMIT OF Q GEN AND C	(1) 2.4000 (2) 3.5814 (3) 0.0000 (4) 3.2730 (5) 4.3750
LOWER LIMIT OF Q GEN AND C	(1) -3.7000 (2) -1.3000 (3) 0.0000 (4) -3.8000 (5) -1.5000
ACTIVE LOAD	(1) -2.4000 (2) -2.0000 (3) -1.7000 (4) -2.1000 (5) -1.5000
REACTIVE LOAD	(1) 0.8000 (2) 0.4500 (3) 0.6000 (4) 0.5500 (5) 0.3000

Table II. Results of Base Case Load Flow Calculation.

ACTIVE BUS INJECTION POWER P	(1) -2.4000 (2) 1.5000 (3) -1.7000 (4) 0.6000 (5) 2.1575
REACTIVE BUS POWER	(1) 0.5704 (2) -0.5164 (3) 1.5999 (4) -0.2154 (5) -0.7963
BUS VOLTAGE	(1) 1.0000 (2) 1.0229 (3) 1.0842 (4) 1.0328 (5) 1.0000

Table III. Base Case Line Flows.

LINE	ACTIVE FLOW	REACTIVE FLOW	LINE FLOW	LINE CAPACITY	PERCENT LOAD
1	-1.0118	0.1233	1.0193	1.6000	63.704
2	0.8336	-0.7124	1.0965	1.5000	73.100
3	-0.8951	0.7671	1.1788	1.5000	78.585
4	-0.0220	-0.0790	0.0820	1.0000	8.195
5	-0.3546	0.2790	0.4512	1.0000	45.118
6	-1.3882	0.4449	1.4584	1.4000	104.171
7	-0.3433	0.3593	0.4969	1.0000	49.696

P_{Loss} = 0.1575, Q_{Loss} = 0.6421

Table IV. Sensitivity Coefficients.

SENSITIVITY OF LINE FLOWS TO ACTIVE BUS POWER CHANGES ($K_{Pk,i}$)						SENSITIVITY OF LINE FLOWS TO REACTIVE BUS POWER CHANGES ($K_{Qk,i}$)					
LINE \ BUS	1	2	3	4	5	LINE \ BUS	1	2	3	4	5
1	-0.374	0.236	0.200	0.150	0.000	1	0.048	-0.027	-0.019	-0.016	0.000
2	0.047	0.087	-0.412	-0.132	0.000	2	-0.054	-0.107	0.268	0.071	0.000
3	-0.044	-0.083	-0.366	0.126	0.000	3	0.023	0.046	0.259	-0.139	0.000
4	-0.026	-0.048	0.015	0.074	0.000	4	-0.092	-0.184	0.040	0.280	0.000
5	-0.190	-0.355	-0.301	-0.226	0.000	5	0.136	0.273	0.193	0.141	0.000
6	-0.594	-0.226	-0.192	-0.144	0.000	6	0.194	0.072	0.051	0.042	0.000
7	-0.109	-0.204	-0.309	-0.382	0.000	7	0.096	0.193	0.260	0.382	0.000

Table V. Input for Operating Point.

SCHEDULED P GENERATION	(1) 0.0000 (2) 3.2000 (3) 0.0000 (4) 2.4000 (5) 3.2000
P LOAD	(1) -2.0000 (2) -1.8000 (3) -1.5000 (4) -2.0000 (5) -1.5000
Q LOAD	(1) 0.6500 (2) 0.4500 (3) 0.7000 (4) 0.5500 (5) 0.3000

Table VI. Comparison of Load Flows by Sensitivity with Accurate Load Flows.

LINE NO.	BASE CASE LINE FLOW	INCREMENTAL LINE FLOW	LINE FLOW BY SENSITIVITY	ACCURATE LINE FLOW	LINE CAPACITY
1	1.0193	-0.1747	0.8446	0.8489	1.6000
2	1.0965	-0.0089	1.0876	1.0962	1.5000
3	1.1788	-0.0870	1.0918	1.1027	1.5000
4	0.0820	0.0051	0.0871	0.1054	1.0000
5	0.4512	-0.0616	0.3896	0.4150	1.0000
6	1.4584	-0.2578	1.2006	1.2035	1.4000
7	0.4970	0.0005	0.4975	0.5219	1.0000

計算結果의 例示를 위하여 그림 2의 5-bus system에 대한 結果를 收錄하였다. Table I은 System Parameter와 Data Input, Table II 및 Table III은 base case load flow結果와 그에 상당하는 線路潮流를 각각 나타낸다. 感度係數(Sensitivity Coefficient)計算結果는 Table IV에 주어져 있으며 動作點(operating point)에 대한 內譯(specification)이 Table V에 주어져 있다. Table IV는 感度係數(Sensitivity Coefficient)에 의한 線路潮流計算結果이다.

V. 結 論

本 硏究에서는 感度係數(sensitivity coefficient)를 사용함으로써 QP適用에 적합한 線形 Model을 開發하였고, 數値테스트(Numerical test)를 통하여 그 實用性을 立證하였다. 본 線形모델에 의한 QP 適用의 利點은 Part II에서 取扱될 것이다.

結論으로, 제안된 線形모델에 대하여 다음의 특징을 들 수 있다.

(i) 모든 非線形制約條件은 制御變數의 函數로 線形化되었으며, 이는 最適化過程의 計算效率을 높인다.

(ii) 感度係數의 效果的인 計算方法이 提示되었으며, 感度係數解析法은 母線電力變化에 따른 線路潮流變化를 解析하는데 有用한 方法이 된다.

(iii) 電力損失이 效果的으로 考慮되었으며, 이로 인한 電算設備負擔增加는 거의 無視될 수 있다.

(iv) Test로 부터의 數値結果에 의하여 제안된 線形모델이 LSGR 問題解析에 充分한 正確性을 줄 수 있음이 立證되었다.

附錄 : 感度係數公式의 誘導

式(22)로 부터, $\triangle Q_i$와 $\triangle V_i$는 다음과 같이 計算될 수 있다.

$$\Delta\theta_i = \frac{1}{V_i^o}\sum_{k=1}^{n} c_{ik}\,\Delta P_k/V_k^o \qquad \text{for all buses } i$$

$$\Delta V_i = \sum_{k=1}^{n} d_{ik}\,\Delta Q_k/V_k^o \tag{A.1}$$

where:

c_{ik} : element of $C = [\hat{H}]^{-1}$

d_{ik} : element of $D = [\hat{L}]^{-1}$ (A.2)

式(A. 1)을 式(20)에 代入하면,

$$\Delta F_k = A_1\sum_{i=1}^{n}\left(V_q^o c_{pi} - V_p^o c_{qi}\right)\Delta P_i/V_i^o + \sum_{i=1}^{n}\left(A_2 V_q^o d_{qi} + A_3 V_p^o d_{qk}\right)\Delta Q_i/V_i^o$$

$$\Delta G_k = B_1\sum_{i=1}^{n}\left(V_q^o c_{pi} - V_p^o c_{qi}\right)\Delta P_i/V_i^o + \sum_{i=1}^{n}\left(B_2 V_q^o d_{pk} + B_3 V_q d_{qk}\right)\Delta Q_i/V_i^o$$

를 얻을 수 있고, 여기서 母送注入電力(bus injection power)에 대한 線路潮流 F_k, G_k의 偏微分을 求할 수 있다.

$$\left.\frac{\partial F_k}{\partial P_i}\right|_o = A_1\left(V_q^o c_{pi} - V_p^o c_{qi}\right)/V_i^o$$

$$\left.\frac{\partial F_k}{\partial Q_i}\right|_o = \left(A_2 V_q^o d_{pi} + A_3 V_p^o d_{qi}\right)/V_i^o \tag{A.3}$$

$$\left.\frac{\partial G_k}{\partial P_i}\right|_o = B_1\left(V_q^o c_{pi} - V_p^o c_{qi}\right)/V_i^o$$

$$\left.\frac{\partial G_k}{\partial Q_i}\right|_o = \left(B_2 V_q^o d_{pi} + B_3 V_p^o d_{qi}\right)/V_i^o \tag{A.4}$$

上記 式들을 式(16) 및 (17)에 代入하면

$$K_{Pk,i} = \left[(F_k^o)^2 + (G_k^o)^2\right]^{-1/2}\frac{1}{V_i^o}\left(A_1F_k^o + B_1G_k^o\right)\left(V_q^o c_p\right.$$

$$K_{Qk,i} = \left[(F_k^o)^2 + (G_k^o)^2\right]^{-1/2}\frac{1}{V_i^o}\left\{\left(F_k^oA_2 + G_k^oB_2\right)V_q^o d_{pi} + \left(F_k^oA_3 + G_k^oB_3\right)V_p^o d_{qi}\right\}$$

for all buses i (A.5)

$$\left. - V_p^o c_{qi}\right)$$

를 얻으며, 式(9)와 (A. 2)를 사용함으로써 위의두 式은 다음의 Matrix형태로 쓰여진다.

$$\begin{bmatrix} K_{Pk,1} \\ \vdots \\ \vdots \\ K_{Pk,n} \end{bmatrix} = \frac{A_1F_k^o + B_1G_k^o}{S_k^o}\begin{bmatrix} \frac{1}{V_1^o} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{V_n^o} \end{bmatrix}[C]\begin{array}{c} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ V_q \\ 0 \\ \vdots \\ -V_p \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \end{array}\begin{array}{l} \\ \\ \text{---p-th} \\ \\ \\ \text{---q-th} \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} K_{Qk,1}\\ \vdots \\ K_{Qk,n}\end{bmatrix} = \frac{1}{S_k^o}\begin{bmatrix}\frac{1}{V_1^o} & & 0\\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{1}{V_n^o}\end{bmatrix}[D]\left[\begin{array}{c}0\\ \vdots\\ (F_k^oA_2+G_k^oB_2)V_q^o\\ 0\\ \vdots\\ (F_k^oA_3+G_k^oB_3)V_p^o\\ 0\\ \vdots\end{array}\right]\begin{array}{l} \\ \\ \text{---p-th}\\ \\ \\ \text{---q-th}\\ \\ \\ \end{array} \tag{A.6}$$

위의 두 式으로 부터 感度係數公式(24)-(28)이 주어진다.

參考文獻

[1] J. C. Kaltenbach and L. P. Hajdu, "Optimal Corrective Rescheduling for Power System Security", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systens, Vol. PAS-90 No. 2, pp. 843—851, Mar/Apr 1971.

[2] D. K. Subramanian, "Optimum load Shedding Through Programming Techniques," IEEE Trans., Vol. PAS-90 No. 1, pp. 89—95, 1971.

[3] B. Stott and E. Hobson, "Power System Security Control Calculation using Linear Programming, Part I," IEEE Trans., Vol. PAS-97, No. 5, pp. 1713—1720, Sept/Oct 1978.

[4] B. Stott and E. Hobson, "Power System Security Control Calulation Using Linear Programmtng, Part i II," IEEE Trans., Vol.PAS-97, No. 5, pp. 1721—1731, Sept/Oct 1978.

[5] T. K. P. Medicherla, R. Billington and M. S. Sachdev, "Generation Rescheduling and Load Shedding to alleviate Line Overload Analysis," IEEE Trans., Vol. PAS-98, No. 6, pp. 1876—1884, Nov/Dec 1979.

[6] S. M. Chan and F. C. Schweppe, "An On-line Generation and Load Rescheduling Algorithm," IEEE Trans., Vol. PAS-98, pp. 26-34, Jan/Feb 1979.

[7] S. M. Chan and E. Yip, "A S olution of the Transmission limited Dispatch Problem by Sparse Linear Programming," IEEE Trans., Vol. PAS-98, No. 3, pp, 1044 — 1055, May/ Jun 1979.

[8] C. M. Shen and M. A. Laughton, "Power SystemLoad Scheduling with Security Constraints Using Dual Linear Programming," Proceedings of IEEE, Vol, 117, No. 11, pp. 2117-2127, Nov 1970.

[9] B. Stott and O. Alsac, "Fast Decoupled Load flow., IEEE Trans., Vol. PAS-93, pp. 859-867, 1974.

[10] B. Stott, "Decoupled Newton Load flow. "IEEE Trans., Vol. PAS-91, pp. 1955—1957, 1972.

[11] W. F. Tinney nd J. W. Walker, "Direct Solution of Sparse Network Equations by Optimally Ordered Triangular Factorization," Proceedings of the IEE E, Vol. 55, No. 11, pp. 1801—1809, Nov 1967.

[12] W. F. Tinney and W. S. Meyer, "Solution of Large Sparse Systems by Ordered Triangular Factorization," IEEE Trans., Automatic Control, Vol. AC-18, No. 4 pp. 333—345, Aug 1973.

[13] O. Alsac and B. Stott, "Optimal load flow with Steady -State Security," IEEE Trans., Vol. PAS-93, pp. 745-751, May/Jun 1974.

[14] G. F. Reid and L. Hasdorff, "Economic Dispatch Using Quadratic Programming," IEEE Trans., Vol. PAS- — 93, pp. 2015-2022, 1974.

[15] J. B. Ward, J. R. Eaton and H. W. Hale, "Total and incremental losses in power transmission networks," AIEE Trans., Vol. 69, pp. 626-632, 1950.

[16] L. K. Kirchmayer and G. W. Stagg, "Analysis of total and incremental losses in transmission systems," AIEE Trans., Vol. 70, Part II, pp. 1197—1199, 1951

[17] L. K. Kirchmayer and G. W. Stagg, "Evaluation of methods of coordinating incremental fuel costs and incremental transmission losses." AIEE Trans., Vol. 71, Part III, pp. 517—521, 1952.

〈筆者略歷〉

- 1971. 1 慶北師大附高卒
- 1975. 2 서울工大 電氣科 卒
- 1978. 2 서울大 大學院 電氣科 卒
- 1978. 1 ~ 1979. 9 電氣機器試驗硏究所 (現 電氣通信硏究所) 硏究員
- 1979. 9 美國 Oregon 州立大 留學
- 1983. 6 上記 大學에 Ph. D 取得
- 1983. 5 現在 電氣通信硏究所 委囑所究員 硏
- 1983 8 現在 延世大 電氣工學科 助敎授