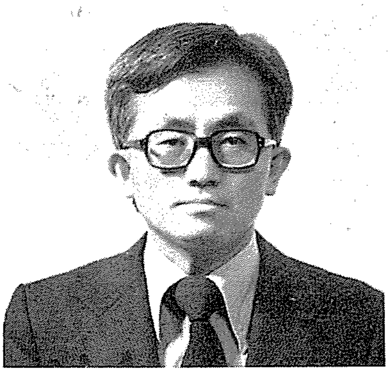
科學史 이야기

— 에피소드 —

朴 星 來

〈韓國外國語大교수〉



중학교 1학년 수학책에 보면 이 세상에는 꼭 다섯 개의 정다면체(正多面體)만이 있다고 적혀 있다. 정4면체, 정6면체, 정8면체, 정12면체, 정20면체——이렇게 다섯 뿐이다. 인류는 이미 2,500년 전부터 이 사실을 알고 있었다. 이 세상에는 이들 다섯 말고는 정다면체가 더 없다고 증명해 낸 것은 피타고라스 학파였다고 알려지고 있기 때문이다.

그러면 왜 세상에는 이들 다섯 밖에는 정다면체가 더 없을까? 어떻게 이들 다섯 뿐임을 알 수 있을까? — 조금만 생각해 보면 누구라도 곧 『아 그렇구 말구!』 생각할 만큼 이 증명은 간단하다. 정다면체란, **첫째로** 모든 면이 같은 모양과 같은 크기를 가져야한다. 즉 각 면이 서로 합동이다. **둘째로** 각 모서리에 모이는 면의 수가 똑같아야 한다. **셋째로** 모서리는 모두 같은 정도로 불룩해야 한다.

이 가운데 **첫째조건**에 따라 우리는 한 면이 정3각형, 정4각형, 정5각형, 정6각형, 정7각형 등으로 된 정다면체를 생각해 볼 수가 있다.

이들 정다각형의 1각의 크기는 이처럼 커진다.

정 3 각형의 1 각=60°
정 4 각형의 1 각=90°
정 5 각형의 1 각=108°
정 6 각형의 1 각=120°
정 7 각형의 1 각=128 $\frac{4}{7}$°
⋮ ⋮

이들이 각각 몇개씩 결합하여 정다면체가 되기 위해서는 **셋째조건**에 맞아야 되는데, 그러기 위해서는 모서리에서의 모든 각을 합해 360°가 넘어서는 안된다. 각의 합이 360°가 넘는다면 모서리가 볼록하기는 커녕 오목해져서 다면체가 될 수 없기 때문이다.

도대체 정다각형의 모서리란 3개 또는 그 이상의 면이 서로 만나는 곳일 수 밖에 없다. 다음에 3각형들이 만나는 경우에서 시작하여 각 경우를 살펴 보자.

3 각형× 3 개=60°× 3 =180° ——①
3 각형× 4 개=60°× 4 =240° ——②
3 각형× 5 개=60°× 5 =300° ——③
3 각형× 6 개=60°× 6 =360°
3 각형× 7 개=60°× 7 =420°
………………………………………
4 각형× 3 개=90°× 3 =270° ——④
4 각형× 4 개=90°× 4 =360°
………………………………………
5 각형× 3 개=108°× 3 =324° ——⑤
5 각형× 4 개=108°× 4 =432°
………………………………………
6 각형× 3 개=120°× 3 =360°
………………………………………

이처럼 계산을 해보면 합각이 360°가 안되는

경우는 위에 ①②③④⑤로 표시된 것밖에 없음이 분명해진다. 바로 이것들이 각각 ① 정4면체 ② 정8면체 ③ 정20면체 ④ 정6면체 ⑤ 정 12면체인 것이다.

고대 그리이스 사람들이 이 세상에는 이들 정다면체가 다섯 뿐이라는 사실을 증명해 낸 것은 그저 한가로운 수학적 발견으로 그치지 않는다. 그들은 이 세상에 기본적인 도형이 이들 다섯 뿐이라면 그것은 이 세상을 만들어 주고 있는 기본원소들의 모양일지도 모른다고 생각하게된 것이다. 재미있는 연상(聯想)이 아닐수 없다. 그들은 이 세상의 모든 것들은 불(火) 공기(氣) 물(水) 흙(土)의 네가지로부터 구성된 것으로 생각하여 소위 4원소설을 주장하고 있었다. 이들 4원소가 각각 어떤 완전한 기하학적 모양을 갖고 있으리라는 것은 그들에게는 당연한 일처럼 보였다.

그리이스의 대표적 철학자 플라톤도 같은 생각이었다. 그들의 생각에 의하면 다음과 같은 대응의 표가 생기게 된다.

4 원소	정다면체
불	정 4 면체
공기	정 8 면체
물	정20면체
흙	정 6 면체
우주의 상징	정12면체

특히 주목할 만한 것은 정다면체는 다섯인데 반해 원소는 넷 뿐이므로 나머지 정다면체 하나는 "우주의 상징"으로 남게되었다는 사실이다.

왜 하필 다섯개의 정다면체 가운데 12면체가 특별한 것으로 여겨졌는지는 분명치 않다. 다른 정다면체와 달리 이것만이 한면이 정5각형이기 때문이라는 해석도 있기는 하다. 특히 피타고라스학파는 정5각형의 모서리를 서로 이어 만든 별 모양을 그들의 깃발로 여겼다는 사실을 보더라도 그들이 정5각형을 유달리 본 것만은 분명하다.

그러나 그들이 정5각형을 중요시하여 그것으로 만들어진 정12면체를 "우주의 상징"으로 떠받든 것인지, 또는 정12면체를 다른 이유로 떠받들다 보니 정5각형이 신성시된 것인지는 분명치 않다.

바빌로니아의 천문학 이후 12란 보다 완전하고 신성한 숫자로 여겨지고 있었기 때문에 피타고라스학파는 정12면체를 유별나게 생각했을 것도 같기 때문이다. 여하튼 정12면체를 이렇게 고르고 나면 나머지 4원소와 정다면체의 상호대응은 비교적 간단한 일이다. 불은 가장 파괴성이 높은 성질을 가지고 있으므로 정다면체 가운데 가장 모서리가 날카로운(즉 모서리 각의 합이 가장 적은) 정4면체로 여겨졌을 것이다. 또 흙은 가장 안전성이 있으므로 정6면체, 물은 4원소 중 가장 유동성이 좋으므로 가장 둥그스름한 셈이라 할 수 있는 정20면체로 대응시키게 되었다. 이렇게 대응시켜 보면 더욱 재미있는 현상을 알게 된다. 4원소에 대응하는 정다면체는 모두 정3각형이나 정4각형으로 구성되어 있다.

정4각형 6개가 모인 정6면체(흙)는 그만 두더라도 나머지 정4면체(불), 정8면체(공기), 정20면체(물)는 모두 정3각형이 각각 4, 8, 20개씩 모여 만들어진 것임을 알 수 있다. 그렇다면 정3각형 4개인 불이 2개 모여 재구성하면 정 3 각형 8개인 공기가 될수도 있을 것 아닌가? 또 공기 2개와 불 1개가 모이면 $(8\times2)+(4\times1)=20$으로 물이 되는 것이 아닐까? 물론 공기 1개와 물3개가 모이면 $(8\times1)+(4\times3)=20$이 되어 마찬가지로 물이 될 것이다.

실제로 플라톤은 이런 생각에서 4원소는 불변하는 것이 아니라 서로 바뀔수도 있다고 주장했다. 그는 물질의 세계가 본질적으로 기하학적인 구조로 되어있다고 믿었던 것이다. 플라톤이 덧없는 현상의 세계와 영원불변하는 이데아(Idea)의 세계를 나누고 있었음은 유명한 사실이다. 그에게는 물질의 근본원소 4가지는 이데아의 세계에서 바로 이런 기하학적 구조를 가지고 있다고 믿었던 것이다. 『기하학을 모르는 자는 들어오지 말라』는 말이 그의 아카데미에 쓰여 있었다는 것은 당연한 일이었다. 플라톤에게는 기하학이야말로 이데아의 세계에 들어가는 입장권과도 같은 것으로 보였을 것이기 때문이다.

플라톤의 기하학적인 물질관은 그후 거의 계속되지 않았다. 제자인 아리스토텔레스 조차 정다각형의 물질관에는 관심을 보이지 않았기 때문이다. 하지만 거의 2천년 뒤에도 플라톤같은 사고방식은 여전히 과학자들의 생각을 자극하는 중요한 요소가 되었다. 그 대표적 인물로는 유명한 천문학자 케플러(Johannes Kepler,1571~1630)를 들 수 있다.

독일의 튜빙겐대학에서 미술과 신학등을 공부한 케플러는 대단한 플라톤주의자였다. 대학졸업 후 그라쯔고등학교에서 수학교사를 하던 그는 25살 나던 1596년에 「우주의 신비」라는 책을 써서 출판했다. 이 책은 수학과 천문학에 유별난 관심을 갖고있던 청년 케플러의 상상력이 멋대로(?) 발휘된 그런것이었다. 아직 코페르니쿠스의 지동설이 제대로 받아들여지지 않고있던 시대에 그는 태양중심설을 받아드린 천문학자였다. 코페르니쿠스는 우주의 중심에 태양을 두고 다른 행성들은 그 둘레에 원궤도를 그리며 돌고 있다고 생각했고, 지구는 다른 행성과 마찬가지로 태양둘레를 공전하면서 하루 한 번씩 자전한다고 주장했다.

그러나 코페르니쿠스는 이들 모든 행성이 어떤 거리를 두고 태양으로부터 떨어져 있는지에 대해서는 아무 의견도 내놓지 않았다. 케플러는 바로 이 문제에 대한 해답을 처음으로 제시한 것이다. 그의 발상(發想)은 플라톤이 4원소를 정다면체로 설명한 것과 너무도 비슷하다.이 우주에는 왜 6개의 행성밖에 없는 것일까?(당시에는 아직 천왕성·해왕성·명왕성 등은 발견되지 않고 있었다!!)

행성들의 사이가 다섯 밖에 없기 때문이라는 것이 케플러의 아이디어였다. 물론 이들 다섯간에는 각각 5개의 정다면체가 각각의 궤도에 내접·외접한다고 그는 믿었다.

즉, 제일 바깥에 돌고 있는 토성과 목성 사이에는 정6면체가 내접하고 외접한다. 그 다음 목성과 화성 사이에는 정4면체가, 화성과 지구 사이에는 정12면체가 있다.

수성 ~ 정8면체 ~ 금성 ~ 정20면체 ~ 지구 ~ 정12면체 ~ 화성 ~ 정4면체 ~ 목성 ~ 정6면체 ~ 토성

아주 그럴듯한 상상력이다. 물론 이 결론은 옳지는 않다. 도대체 태양계에는 이들 여섯개의 행성만이 있는 것은 아니다.

그러나 케플러의 이처럼 잘못된 이론은 그 개인에게나 역사적으로 극히 중요한 "발견" 이었다. 그는 이 책을 당시 유명한 천문학자 티코·브라헤에게 보냈고, 이 책에서 천재성을 본 브라헤는 케플러를 초청하기에 이른 것이다. 케플러는 이 기회에 얻은 브라헤의 천문관측 자료를 근거로 뒤에 그의 유명한 3 법칙을 정말로 발견해 낼 수 있었다. 케플러는 그의 잘못된 발견이 없었더라면 타원궤도의 법칙·면적속도의 법칙·조화의 법칙 등을 발견할 수가 없었을 것이다.

5개의 정다면체로 4원소를 설명한 플라톤의 이론이나 태양계에서의 행성 배치를 밝혀 보려던 케플러의 생각은 그 자체로서는 모두 잘못된 이론이었다. 그러나 잘잘못과는 상관없이 이런 이론은 가장 멋진 과학적 상상력이라고 밖에 할 말이 없다. 게다가 케플러는 이 잘못된 이론 덕택에 올바른 법칙을 발견하게 되었으니 더 할 수 없이 훌륭한 생각이었다고도 하겠다. 이처럼 기하학적 모델을 써서 물질이나 우주를 설명하려는 노력이 동양의 전통에는 없었다는 사실이 지금 우리에게는 유감스러울 뿐이다.