斜面의 三次元 破壞確率에 관한 研究

A Three Dimensional Study on the Probability of Slope Failure

金 泳 壽*
Kim, Young Su
林 炳 祚**
Lim, Byuong Zo
白 榮 植***
Paik, Young Shik

Abstract

The probability of failure is used to analyze the reliability of three dimensional slope failure, instead of conventional factor of safety. The strength parameters are assumed to be normal variated and beta variated. These are interval estimated under the specified confidence level and maximum likelihood estimation. The pseudonormal and beta random variables are generated using the uniform probability transformation method according to central limit theorem and rejection method. By means of a Monte-Carlo Simulation, the probability of failure is defined as;

$P_f = M/N$ N: Total number of trials

M: Total number of failures

some of the conclusions derived from the case study include;

1. If the strength parameters are assumed to be normal variated, the relationship between safety factor and the probability of failure is fairly consistent, regardless of the procedures of analysis and dimensions of assumed rupture surfaces.

2. However if the strength parameters are beta variated, general relationship between F_s and P_f is hardly found.

要 旨

斜面의 3次元 破壞의 信賴性 解析에 安全率대신 破壞確率이 使用되었다. 强度定數는 正規分布와 베타分布(beta distribution)로 가정하였고 特別한 信賴度와 最尤推定法에 의하여 區間推定을 하였다. 正規分布와 베타分布의 擬似無作爲變數는 中心極限定理와 Rejection方法에 따라 一様分布變換方法을 使用하여 發生시켰고 몬테칼로방법(Monte-Carlo Method)에 의한 破壞確率은 다음과 같이 定義된다.

$P_f = M/N$ M: 破壞回數 N: 施行回數

* 正會員・江原大學校 工科大學 土木工學科 助敎授
** 正會員・高麗大學校 工科大學 土木工學科 敎授
*** 正會員・慶熙大學校 工科大學 土木工學科 敎授

本 研究의 結論은 强度定數를 正規分布로 가정한 경우에는 주어진 破壞表面에 대하여 어떤 解析方法과 次元에 대해서도 安全率과 破壞確率과의 관계는 一定하였으나 베타分布로 가정한 경우에는 一定한 관계가 나타나지 않았다.

1. 序　　論

現在 斜面安定 解析에 있어서 土木工學者들은 安全度의 尺度로서 安全率의 槪念을 使用하고 있으며 주어진 斜面의 安全率을 求하기 위하여는 斜面의 幾何學的인 諸要素와 함께 斜面의 物理的, 力學的 定數 특히 强度定數의 代表値를 決定하여 이들 값을 使用한다.

이 값들은 實際에 있어서는 橫, 縱으로 各 點마다 그리고 時間에 따라 많이 變化한다는 事實이 報告되었다[8,10,13].

그리고 應力은 여러 解析方法에 의하여 作用하는 荷重으로부터 求하는데 여기에는 많은 假定이 있기 때문에 不確實性이 항상 存在하며 現場實驗을 通하여 測定한 土性과 實驗室에서 測定한 土性과의 사이에는 큰 차이가 있으므로 결국은 强度定數의 算定에 큰 不確實性이 內包되는 것이다[8,10].

또한 同一한 試料(만일 이러한 말이 許容된다 해도)로 같은 시험을 한다 해도 그 結果는 完全히 一致하리라고는 期待하기 어렵다. 따라서 單一値를 使用하는 現在의 決定論的 接近方法(deterministic approach)은 흙의 强度의 分散性을 合理的으로 고려할 수 없고 結果的으로 어떤 特別한 安全率이 모든 흙에 대하여 똑같은 뜻을 나타내지 않는다.

그리고 安全率이 絕對的인 安全을 意味하지 않고 偶然한 機會에 破壞를 일으킬 可能性을 內包하고 있다[8,10].

同一한 條件에서는 安全率이 더 큰 쪽이 보다 安全하다고 생각할 수 있으나 安全率이 2라 하는 것이 반드시 斜面의 安全度가 2倍라는 意味는 아니다. 이 安全率은 安全 與否를 판단하는 要素는 될 수 있으나 安全의 程度는 나타내지는 못한다[8].

그리하여 決定論的 接近方法의 問題點을 解決할 수 있는 確率論的 接近方法(probabilistic approach)의 必要性이 생기게 되는 것이다.

現在 安全率 代身 破壞確率(probability of failure)이란 槪念으로 斜面의 信賴性을 表示하려는 試圖가 일어나고 있다[1].

지금 許容安全率은 過去의 經驗과 先例에 의하여 選擇되는데 이 安全率의 選擇은 個人의 直觀的인, 任意의 選擇이라는데 批評을 받을 수 있으며 經驗이 없는 對象의 解析에는 安全率을 選擇하기가 아주 어렵다[8,14].

斜面 安定解析에 있어서 適切한 破壞確率의 選擇도 역시 直觀的이나 安全率을 選擇하는 것 보다도 破壞確率을 選擇하므로써 問題의 解決을 더욱 明白하게 한다[8].

解析에 있어서 새로운 接近方法을 採擇하지 않는 主된 理由 중의 하나는 保守的인 接近方法과 代置할 수 있는 알맞은 새로운 技術과 方法이 나오지 않기 때문이다.

이러한 問題를 解決하기 위하여 위에서 論한 바와 같은 不確實 要因을 確率的으로 解析하여 즉, 强度定數의 確率分布를 正規分布와 베타分布로 假定하여 斜面의 傾斜와 斜面 安定 解析方法 그리고 强度 定數의 C.O.V.(coefficient of variance)를 달리하여 어떤 特定한 斜面의 三次元 破壞確率[2,5,11]과 이를 비교하기 위하여 斜面의 二次元 破壞確率을 몬테칼로 방법을 利用하여 求하는 프로그램(program)을 開發함과 아울러 安全率과 破壞確率과의 關係를 究明하는데 本 研究의 目的이 있다.

2. 研究 內容 및 方法

斜面 安全解析에 있어서 영향을 미치는 要素는 破壞面의 幾何學的 要素, 흙의 不均質性, 引張龜裂, 動的荷重, 地震, 地下水 그리고 浸透流 등이 있으나 本 研究에서는 二次元 解析에서는 斜面의 破壞 表面을 圓弧로, 三次元 解析에서는

球表面으로 假定하여 다른 要素들은 고려하지 않고 均質土에 대하여 安全率을 計算하였다.

여기에서 求한 最小 安全率을 가지는 破壞面에 대하여 破壞確率을 求하였다.

2.1 硏究의 模型과 安全率

本 硏究에서 滑動面과 斜面으로 둘러싸인 土塊를 몇개의 切片으로 나누지 않고 한 덩어리로 생각하여 切片法인 Fellenius 方法과 Bishop Simplified 方法을 使用하여 다음과 같이 安全率을 求하였다.

앞으로 나오는 Fellenius 方法과 Bishop 方法은 이 경우를 말한다.

(1) 斜面의 三次元 安全率

滑動面과 斜面으로 둘러싸인 土塊는 그림 1에서와 같이 球로 假定하였고 全體 흙의 重量(W_3)과 破壞面의 面積(A_3) 그리고 W_3가 作用하는 點에서 破壞面과의 X軸方向의 接線角(α)를 구하기 위하여 그림 2에서 $ab(i)$區間, $bc(j)$區間, $cd(k)$區間을 幅이 dx 되는 얇은 切片으로 나누

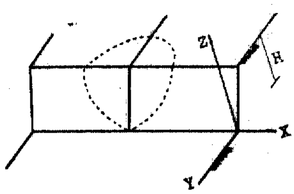


그림 1. Geometry of failure surface

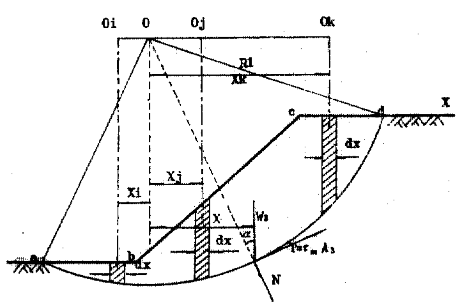


그림 2. Three-dimensional analysis

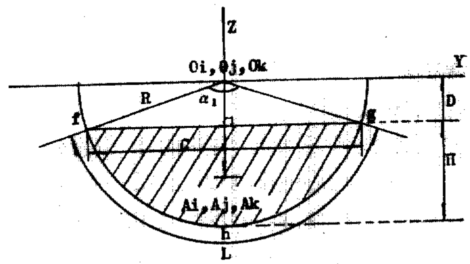


그림 3. Areas and arc lengths of slices

어 各 切片에 대하여 그림 3에서와 같이 計算하였다.

$$W_3=\left(\int_a^b A_i\cdot dx+\int_b^c A_j\cdot dx+\int_c^d A_k\cdot dx\right)\cdot r$$

$$A_3=\int_a^b L_i\cdot dx+\int_b^c L_j\cdot dx+\int_c^d L_k\cdot dx$$

여기에서 L_i, L_j, L_k는 各各 i, j, k번째의 $\widehat{fgh}$의 길이 A_i, A_j, A_k는 各各 i, j, k번째의 面積

$$H=R-D$$

$$H=R-\frac{1}{2}\sqrt{4R^2-C^2}$$

$$\alpha_1=2\tan^{-1}\frac{C}{2(R-H)}$$

$$L=0.01745\,R\cdot\alpha_1$$

$$A=\frac{1}{2}[R\cdot L-C(R-H)]$$

$$X=\frac{\int_a^b A_i\cdot X_i\cdot dx+\int_b^c A_j\cdot X_j\cdot dx+\int_c^d A_k\cdot X_k\cdot dx}{W_3}$$

이다.

$$F_3=\frac{MR}{MS}$$

$$MR=\int_x\int_y(c+\sigma\tan\phi)R_1dxdy$$

$$=(c\cdot A_3+N\cdot\tan\phi)R_1$$

$$MS=W_3\sin\alpha R_1$$

가. Fellenius Solution

$$N=W_3\cos\alpha$$

$$F_3=\frac{c\cdot A_3+W_3\cos\alpha\tan\alpha}{W_3\sin\alpha}$$

나. Bishop simplified Solution

$$T=\frac{1}{F}(c\cdot A_3+N\tan\phi)$$

$$F_3=\frac{1}{W_3\sin\alpha}[c\cdot A_3/\sec\alpha$$

$$+W_3\tan\phi]\left(\frac{\sec\alpha}{1+\frac{\tan\alpha\cdot\tan\phi}{F}}\right)$$

2.2 破壞確率

(1) 破壞確率理論[3,4]

斜面 安定 解析에 있어서 確率的인 槪念으로 安全率(F_s), Safety Margin(SM), 그리고 Central Factor of Safety(CFS)를 定義해 보자.

破壞確率은 應力과 剪斷强度의 確率分布에 달려 있으며 滑動모우먼트와 抵抗모우먼트는 正規分布나 베타分布 등과 같은 統計的 分布를 하고 있다.

Harr(1977)에 의하면 後者를 抵抗(Capacity)라 하고 前者를 荷重(Demand)이라 하였다(그림 4(a)).

가. 決定論的 接近方法에서 推測된 單一値(estimated single values) $\hat{C}, \hat{D}$를 使用하여 安全率을 計算하여 왔다.

나. Safety Margin(SM)은 抵抗(C)와 荷重(D)와의 差($C-D$)로 定義하고 그것 역시 無作爲變數이다.

다. Central Factor of Safety(CFS)는 期待抵抗(expected capacity)과 期待荷重(expected demand)과의 比라 定義한다.

一般的으로 期待値는 平均값 $\bar{C}, \bar{D}$이다. 즉

$$F_s=\frac{\hat{C}}{\hat{D}}$$

$$SM=C-D$$

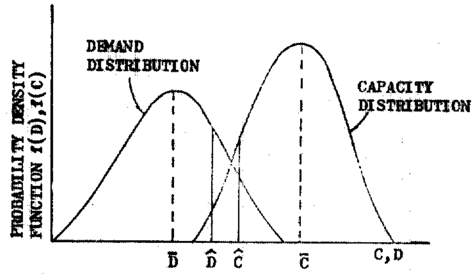
그리고

$$CFS=\frac{\bar{C}}{\bar{D}}$$

Safety Margin(SM)이 0보다 작을 때 破壞가 期待될 수 있다. 주어진 範圍에서 確率密度函數 아래 部分의 面積은 累積密度函數(cumulative density function)를 意味한다.

그리고 確率密度函數 아래의 面積과 빗금친 部分의 面積과의 比는 破壞確率을 意味하며 累積密度函數는 0과 1 사이의 값을 가진다(그림 4(b)).

破壞確率(P_f)는 Safety Margin(SM=$C-D$)이 0과 같거나 작거나 한 確率로 다음과 같이 定義한다.



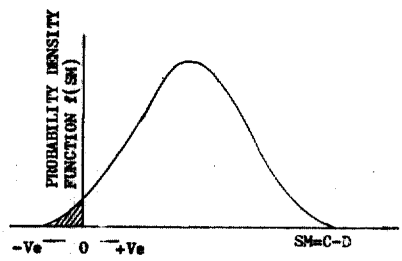


그림 4. (a) Distributions of capacity C and demand D both considered as random variables. (b) Distribution of safety margin SM considered as a random variable.

$$P_f=P\{C-D\leq 0\}=P(SM\leq 0)$$

그리고 $0\leq P_f\leq 1$이다.

破壞確率(P_f)는 一般的으로 다음과 같이 求할 수 있다.

그림 5에서 어떤 荷重 D_1이 作用할 確率은 微小區間 dD의 面積이다. 즉

$$P\left[D_1-\frac{dD}{2}<D<D_1+\frac{dD}{2}\right]=f_D(D_1)dD$$

여기에서 $f_D(D)$는 荷重의 確率密度函數(PDF)이다. 그리고 抵抗(C)이 D_1보다 작을 確率, 즉 $C<D_1$는 그림 5에서 보여주는 빗금친 部分으로 나타낸다. 즉,

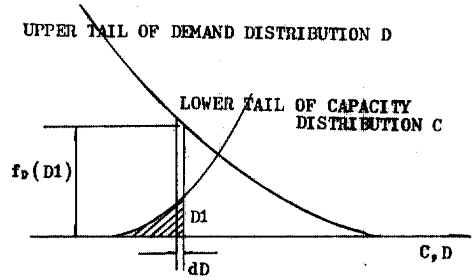


그림 5. The probability of failure at the demand level D_1

$$P[C<D_1]=\int_{-\infty}^{D_1} f_C(C)\,dC$$

荷重 D_1이 作用할 때 破壞確率은 두 確率의 積이다. 즉,

$$dP_f=f_D(D_1)\,dD\int_{-\infty}^{D_1} f_C(C)\,dC$$

윗式을 積分하면

$$P_f=\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{D} f_C(C)\,dC\right] f_D(D)\,dD$$

혹은

$$P_f=\int_{-\infty}^{\infty} F_C(D) f_D(D)\,dD$$

여기에서 $F_C(\ )$는 累積密度函數

이때 $0\leq P_f\leq 1$이고

信賴度(reliability) R은

$$R=1-P_f$$

그러므로 抵抗과 荷重의 統計的 分布를 알면 斜面의 破壞確率을 計算할 수 있다.

(2) 强度定數의 確率分布函數[6,7,12]

本 硏究에서는 强度定數, 흙의 內部마찰각과 粘着力을 正規分布와 베타分布로 假定하여 計算하였다.

가. 正規分布[4]

Safety Margin의 平均과 標準偏差는 다음과 같다.

$$\overline{\mathrm{SM}}=\bar{C}-\bar{D}$$

$$S_{\mathrm{SM}}=\sqrt{S_D^2+S_C^2}$$

그러므로 SM에 대한 確率密度函數는

$$f(\mathrm{SM};\ \overline{\mathrm{SM}},\ S_{\mathrm{SM}})=\frac{1}{S_{\mathrm{SM}}\sqrt{2\pi}}\cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{SM}-\overline{\mathrm{SM}}}{S_{\mathrm{SM}}}\right)^2\right]$$

$$-\infty<\mathrm{SM}<\infty,\quad S_{\mathrm{SM}}>0$$

破壞確率을 計算하기 위하여 $\mathrm{SM}\leq 0$인 標準正規分布(standard normal distribution)의 累積密度函數가 必要하다. 累積密度函數는 다음과 같다.

$$F(\mathrm{SM};\ \overline{\mathrm{SM}}, S_{\mathrm{SM}})=\int_{-\infty}^{\mathrm{SM}}\frac{1}{S_{\mathrm{SM}}\sqrt{2\pi}}\cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{SM}-\overline{\mathrm{SM}}}{S_{\mathrm{SM}}}\right)^2\right]d_{\mathrm{SM}}$$

나. 베타分布[3,4]

Lumb에 의하면 正規分布는 다음과 같은 弱點을 가지고 있다.

(a) 强度 定數는 陰의 값을 가질 수 없으나 正規分布는 陰의 領域에까지 分布密度를 가지게끔 되어 있다.

(b) 强度 定數는 어떤 有限한 範圍의 값을 가지게 되나 正規分布는 分布密度가 陰의 無限大에서 陽의 無限大에서까지 걸쳐 있게 된다.

(c) 强度定數의 標本値들은 반드시 平均에 대하여 對稱인 것은 아니나 正規分布는 항상 對稱이다.

이와 같은 正規分布의 弱點은 보다 多樣한 一般 베타分布를 採擇함으로써 除去할 수 있다.

베타分布는 任意의 區間(A, B)사이에 分布密度를 局限시킬 수 있을 뿐만 아니라 非對稱일 수도 있는 多樣한 것이므로 强度定數를 表示하는 데는 正規分布보다 더 效果的인 것으로 判斷된다.

區間(A, B)에 걸쳐 있는 베타分布의 確率密度函數는

$$f(x;\alpha,\beta,A,B)=\frac{1}{B-A}\,\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\left(\frac{x-A}{B-A}\right)^{\alpha-1}\cdot\left(1-\frac{x-A}{B-A}\right)^{\beta-1}$$

$$\alpha>0,\ \beta>0,\ A\leq x\leq B$$

$$=0,\ \text{그 外에}$$

한편, 累積分布函數는

$$F(x;\ \alpha,\beta,A,B)=0,\ x<A$$

$$=\frac{1}{B-A}\,\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\cdot\int_A^x\left(\frac{x-A}{B-A}\right)^{\alpha-1}\cdot\left(1-\frac{x-A}{B-A}\right)^{\beta-1}dx$$

$$A\leq x\leq B$$

$$=1,\ x>B$$

여기에서 α, β는 形狀係數이며 다음과 같이 하여 槪略的으로 求할 수 있다.

$$\hat{x}=\frac{\bar{x}-A}{B-A},\quad \hat{V}=\left(\frac{S}{B-A}\right)^2$$

$$\hat{\beta}=\frac{(1-\hat{x})}{\hat{V}}[\hat{x}(1-\hat{x})-\hat{V}]$$

$$\hat{\alpha}=\frac{\hat{x}\cdot\hat{\beta}}{1-\hat{x}}$$

다. 信賴區間(confidence interval)[3,4]

주어진 試料에서 特定한 信賴水準(confidence level)을 가지는 信賴區間을 定하는 方法은 試料의 個數에 따라 달라진다.

(a) 試料의 個數가 적은 경우 强度定數의 平均値는 比較的 信賴할만 하므로 土性指數에 관한 統計的 資料에서 C.O.V. 을 利用하여 標準偏差을 求할 수 있고 이 平均과 標準偏差의 값에 따라 信賴區間을 決定할 수 있다.

(b) 베타分布의 區間(A, B)는 最尤推定法(MLE; Maximum Likelihood Estimation)에 의하여

$$\max(X)=\hat{B}$$

$$\min(X)=\hat{A}$$

로 決定할 수 있다.

(3) 强度 定數의 確率分布에 대한 確率變數 生成

强度定數는 區間(A, B)에 正規分布나 베타分布하는 確率變數 X로 表示하기로 한다. 따라서 斜面을 構成하고 있는 흙의 强度定數는 信賴度를 갖는 區間(A, B)에 存在하는 어떤 값도 가질 수 있고 $X \leq x$가 될 確率은 $P(X \leq x)=F(x)$로 된다.

여기에서 $F(x)$는 正規分布와 베타分布의 累積分布函數이며 그림 6과 같다.

다음은 假定한 正規分布나 베타分布에 適合하도록 亂數(random number)를 生成한다. 이때 一様分布變換(uniform probability transformation)方法을 利用할 수 있는데 이는 어떤 連續分布에서도 그 累積分布는 區間(0, 1)에 一様分布(uniform distribution)한다는 事實을 利用하는 것이다.

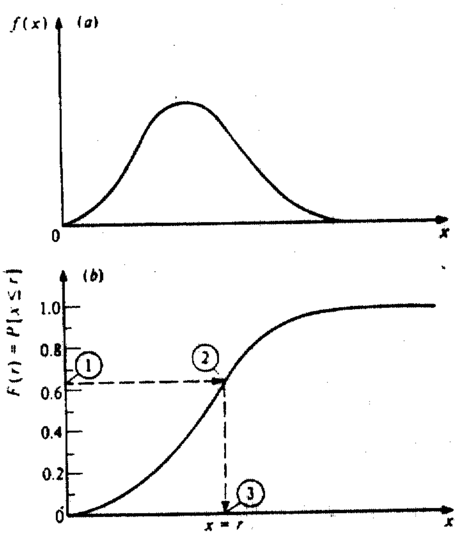


그림 6. Technique for generating random values of distributions using the cumulative probability function.

0에서 1 사이에 一様分布하는 確率變數를 X_i라 하면 X_i를 生成하는 데는 많은 컴퓨터 프로그램이 開發되어 있다.

例를 들어 混合式, 合同法, 中央2乘法, 修正中央2乘法, 乘算式 合同法 등이 있으나 그中에서 乘算式 合同法(congruent method)을 여기에 소개하겠다.

$$X_i=A\ X_i-1(\mathrm{MOD}\ M)$$

여기에서 M은 2 또는 10의 큰 累乘數

A는 0과 $M-1$ 사이의 整數

$X_i=y(\mathrm{MOD}\ M)$의 意味는 y를 M으로 나눈 나머지는 X_i라는 뜻이다. 初期値 X_0를 選擇하여 A를 곱하고 그것을 M으로 나누면 X_i를 求할 수 있다. 이러한 方法으로 必要한 回數만큼 反復하여 擬似無作爲數 $X_U(0, 1)$를 生成시킬 수 있다.

式을 利用하여 a, b 사이에 一様分布하는 確率變數 $X_U(a, b)$는 다음과 같이 生成시킬 수 있다.

$$X_U(a, b)=(b-a)X_U(0, 1)+a$$

이와 같이 하여 일단 累積分布가 얻어지면 다음 순서에 의하여 이에 對應하는 强度定數 x를 數値解析法으로 풀 수 있다(그림 6).

1단계 : 區間(0, 1)에 걸친 一様分布인 確率値 X_U를 生成한다.

2단계 : $X_U=F(x)$로 놓는다.

3단계 : $F(x)=f^{x}_{-\infty}(x)dx$

가. 正規分布

正規分布의 確率變數를 生成시키는 Box and Muller와 Marsaglia and Bray 등에 의하여 開發된 方法이 있으나 本 論文에서는 中心極限定理[9]에 의하여 確率變數를 生成시켰다.

만일 分散 S^2, 平均 $\bar{x}$인 分布로부터 n개의 試料를 取한다면 n개의 試料의 合은 近似的으로 分散 nS^2, 平均 $n\bar{x}$인 正規分布를 한다(n가 클 때). 지금 0에서 1까지 一様分布로부터 n개

의 試料를 取해보면 $\bar{x}=1/2$, $S^2=1/12$이 되고 n개의 試料의 合으로부터 $\bar{x}=n/2$, $S^2=n/12$인 正規分布를 하는 確率變數 X를 얻는다. $n=12$일 때 X의 分散 $S^2=1$ 그리고, 平均의 合에서 6을 빼면 $\bar{x}=0$이 된다.

그러므로 만일 X_i가 0와 1 사이에 一樣分布를 한다고 하면 다음 式에 의하여 $\bar{x}=0$와 $S^2=1$인 標準正規分布의 確率變數 X를 얻는다.

$$X=\sum_{i=1}^{12} X_{i-6}$$

式은 確率値를 生成하는데 있어서 12개의 一樣分布하는 確率變數를 갖기 때문에 많은 數를 生成하기에 困難하며 標準正規分布의 꼬리 部分의 確率變數의 生成이 貧弱하다는 弱點을 가지고 있다.

그리하여 Teichroew[9]는 式을 修正하여 다음과 같은 式으로 $\pm 3S$까지 使用할 수 있게 하였다.

$$R=\frac{\sum_{i=1}^{12} X_{i-6}}{4}$$

$$X=(\langle[(C_1R^2+C_2)R^2+C_3]R^2+C_4\rangle R^2+C_5)R$$

여기에서 $C_1=0.029899776$, $C_2=0.008355968$
$C_3=0.076542912$, $C_4=0.252408784$
$C_5=3.949846138$

式은 0에서 1 사이에 正規分布하는 確率變數 즉 $X_N(0,1)$이다. 이것을 利用하여 平均 $\bar{x}$, 標準偏差 S을 가지는 正規分布의 確率變數는 다음 式에 의하며 生成시킬 수 있다.

$$X_N(\bar{x},S)=S\,X_N(0,1)+\bar{x}$$

나. 베타分布

베타分布하는 흙의 强度定數의 確率變數를 다음과 같은 Rejection Method에 의하여 生成시킬 수 있다.

(a) 區間(0,1)에서 一樣分布하는 獨立的 亂數 U_1, U_2를 生成한다.

(b) $R_1=U_1^{1/P}$, $R_2=U_2^{1/Q}$을 計算한다.

만일 $R_2>1.0$이면 a), b)過程을 反復한다.

(c) 區間(0,1)에서 베타 分布하는 確率變數는

$$X_B(0,1)=R_1/R_2$$

(d) 따라서 區間(A,B)에서 베타分布하는 確率變數는

$$X_B(A,B)=X_B(0,1)(B-A)+A$$

여기에서 P, Q: 베타分布의 形狀係數(α,β)

또 다른 方法은 正規分布나 베타分布사이에 이미 알려진 相互關係를 利用하는 것이다.

標準正規分布에서 얻어진 確率値 X_N을 生成하는 方法을 이미 說明하였다. X_N을 利用하여 베타分布를 따르는 確率値 x'를 찾아 내는 關係式은 다음과 같다[3,4].

$$x'=\frac{\sum_{i=1}^{2\alpha} X_{Ni}^2}{\sum_{i=1}^{2\alpha} X_{Ni}^2+\sum_{i=2\alpha+1}^{2\alpha+2\beta} X_N^{\;2}}$$

뒤에서 얻은 x'값을 區間(A,B) 걸쳐 分布하는 것으로 變換하면 다음과 같다.

$$x=x'(B-A)+A$$

(4) 몬테칼로방법[3,4]을 利用한 斜面 破壞確率

위와 같은 過程을 통하여 生成시킨 强度定數를 使用하여 斜面의 二次元과 三次元 破壞確率을 求한다.

强度定數는 區間(A,B) 사이에 있는 값으로 正規分布와 베타分布를 나타내므로 그中에서 强度定數를 無作爲로 골라 위에서 求한 破壞面에 대하여 安定解析을 한다.

이때 解析의 結果는 "安全"과 "破壞"로 매번 判明될 것이다. 몬테칼로방법은 復雜한 積分, Taylor의 級數를 푸는 데 있어서 또는 하나 이상의 無作爲變數의 確率分布를 計算하는데 있어서 가장 適切한 方法이다.

물론 말할 것도 없이 몬테칼로方法은 많은 確率値를 生成해야 하므로 높은 속도의 컴퓨터가

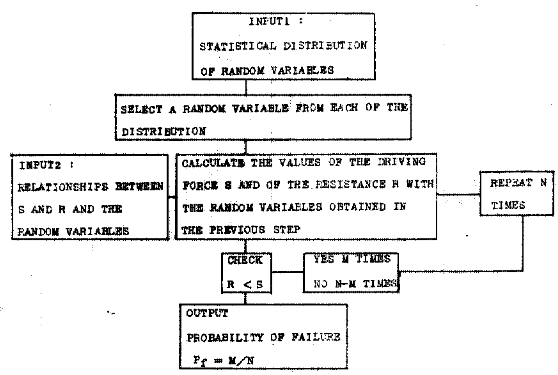


그림 7. Flow chart for the Monte-Carlo simulation of failure

利用되어야 한다.

試料의 크기가 클수록 最終結果는 正確하다. 試料의 最小크기는 一般的으로 100정도라고 생각한다. 試料의 크기가 1,000이 되는 것도 드문 일은 아니다. Hommerley and Handscomb (1964)과 Hahn and Shapiro(1967)는 試料의 크기와 오차 Bands에 관하여 論하였다.

몬테칼로방법을 使用한 結果 N 中 M個의 "破壞"를 얻는다면 이 斜面의 破壞確率(P_f)는 다음과 같이 定義할 수 있다(그림 7).

$$P_f = \frac{M}{N}$$

2.3 本 硏究에 使用한 入力 데이타(data)

斜面의 破壞確率을 求하기 위하여 計算에 使用된 要素中 흙의 强度定數의 C.O.V.는 Harr[4]에 의하여 發表된 統計的 資料에 의하여 대강 흙의 內部마찰각의 C.O.V.는 13%와 10% 그리고 粘着力의 C.O.V.는 45%와 40%로 選定하였다[4,6,7]. 그리하여 各各의 標準偏差는 平均에 C.O.V.를 곱하여 求할 수 있다.

正規分布에서 信賴度를 99.73%로 定하면 信賴區間은 最大値($\mu+3\sigma$)와 最小値($\mu-3\sigma$)로 限定되어지며 最小値는 0보다 작을 수 없기 때문에 0으로 하였다. 베타分布에서도 區間을 正規分布의 最大値와 最小値로 하였다.

3. 結果 및 分析

(1) 二次元 解析에서 傾斜가 2:1과 1:1인 경우

그림 8, 그림 10은 粘着力을 一定하게 하고 內部 마찰각을 變化시키면서 安全率을 求하고 內部마찰각과 粘着力의 C.O.V.를 各各 13%, 45%로 假定하여서 破壞確率을 求하여 安全率과의 關係를 대략 曲線으로 나타냈다. 그 結果 强度定數를 正規分布와 베타分布로 假定한 경우 모두 粘着力이 커짐에 따라 特定한 安全率에 對하여 破壞確率은 크게 나타났다. 그리고 그림 9, 그림 11에서 보는 바와 같이 內部마찰각을 一定하게 하여 위와 같은 方法으로 安全率과 破壞確率과의 關係를 대략 曲線으로 나타낸 結果 正規分布와 베타分布의 경우 모두 內部마찰각이 커짐에 따라 特定한 安全率에 對하여 破壞確率은 작게 나타났다.

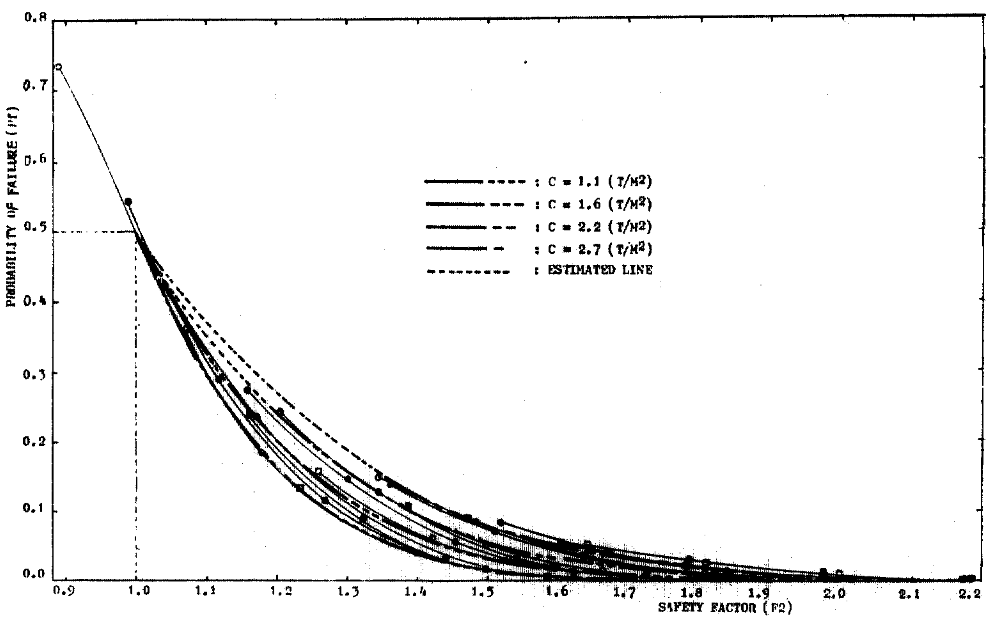


그림 8. Relationships between probability of failure and safety factor(C.O.V. of I.F. Angle=13%, C.O.V. of cohesion=45%, Normal distribution)

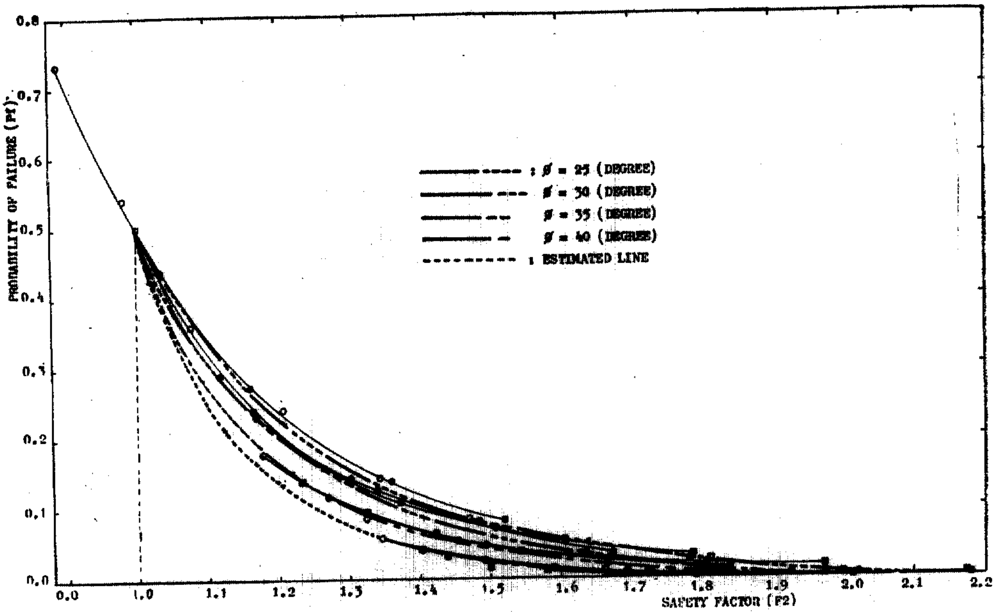


그림 9. Relationships between probability of failure and safety factor(C.O.V. of I.F. Angle=13%, C.O.V. of Cohesion=45%, Normal distribution)

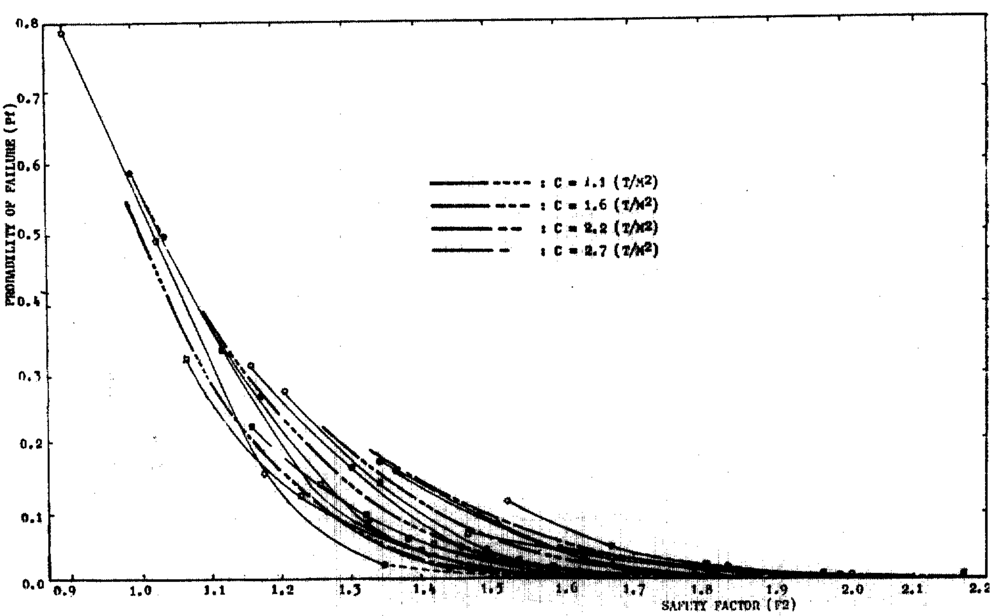


그림 10. Relationships between probability of failure and safety factor(C.O.V. of I.F.Angle=13%, C.O.V. of Cohesion=45%, Beta distribution)

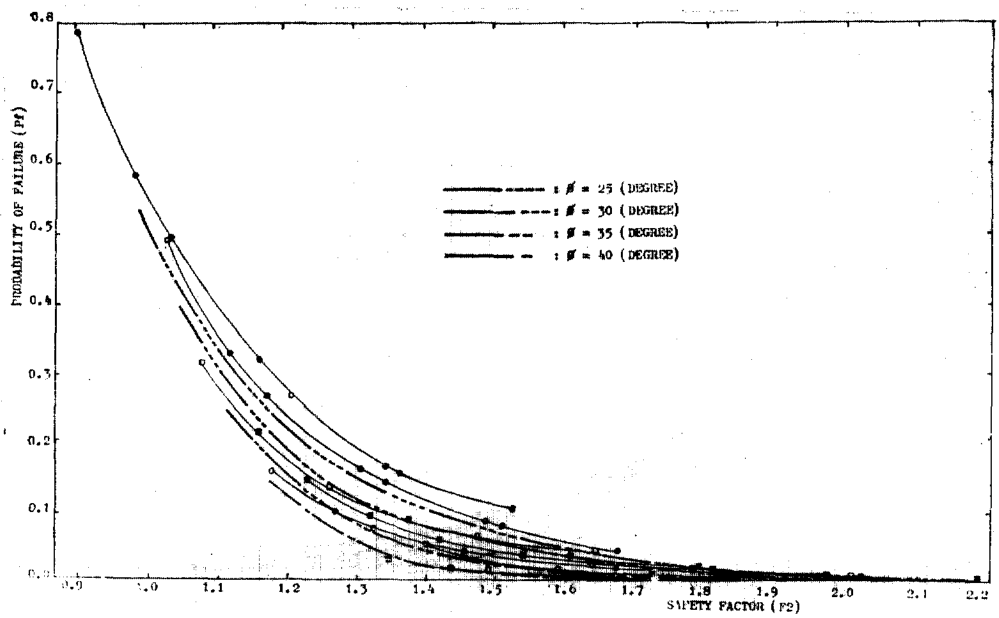


그림 11. Relationships between probability of failure and safety factor(C.O.V. of I.F. Angle=13%, C.O.V. of Cohesion=45%, Beta distribution)

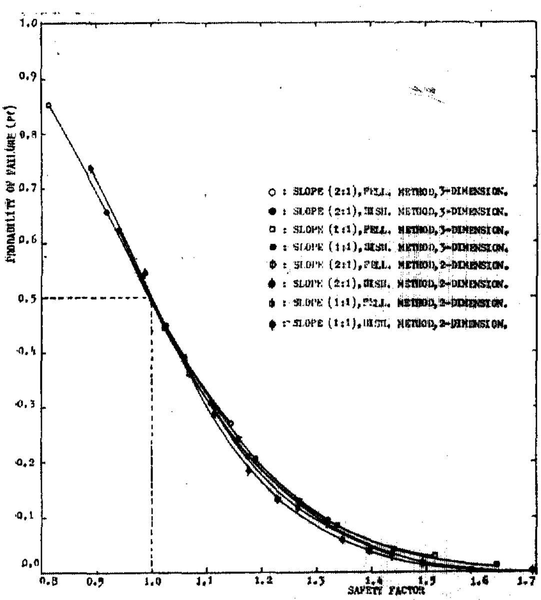


그림 12. Relationships between probability of failure and safety factor(Cohesion $(T/M^2)=1.1$, C.O.V. of I.F. Angle=13%, C.O.V. of Cohesion=45%, Normal distribution)

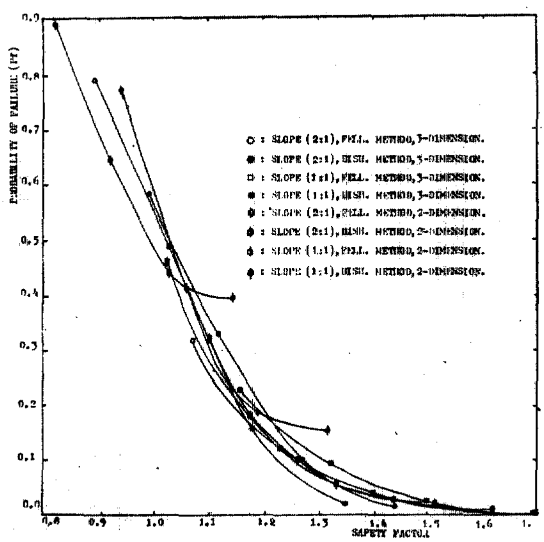


그림 14. Relationships between probability of failure and safety factor(Cohesion $(T/M^2)=1.1$, C.O.V. of I.F. Angle=13%, C.O.V. of Cohesion=45%, Beta distribution)

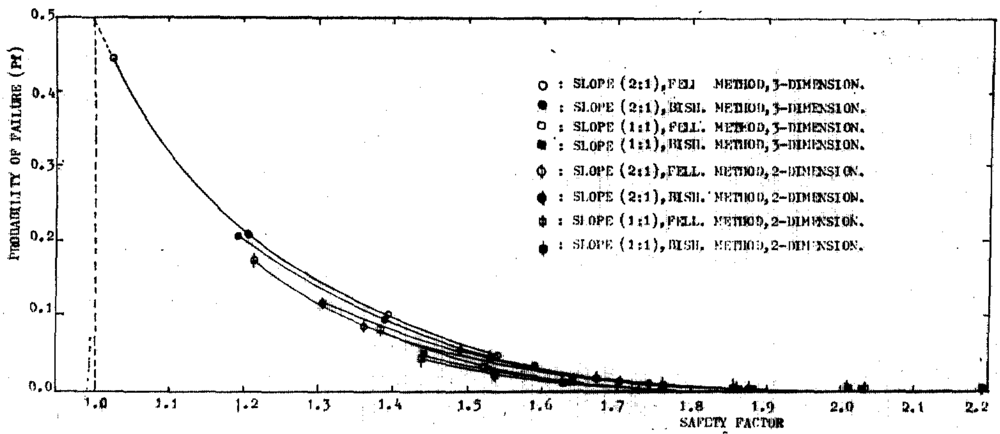


그림 13. Relationships between probability of failure and safety factor(I.F. Angle(degree)=35, C.O.V. of I.F. Angle=13%, C.O.V. of Cohesion=45%, Normal distribution)

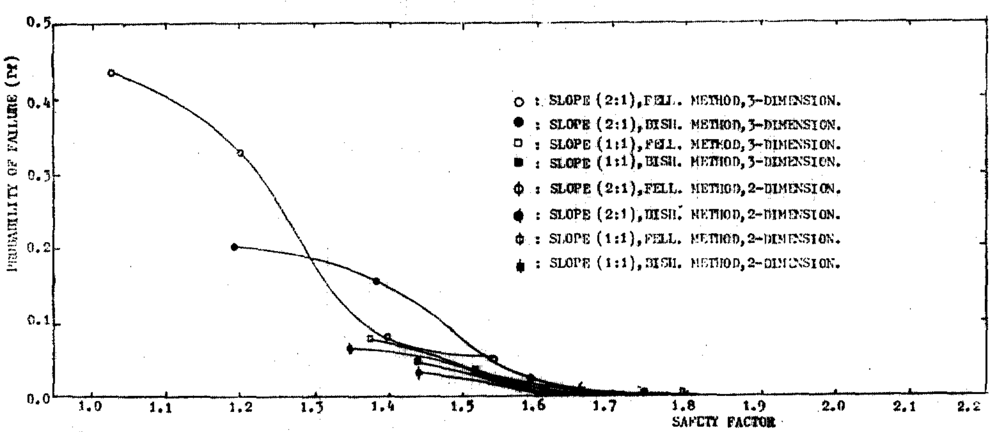


그림 15. Relationships between probability of failure and safety factor(I.F. Angle(degree)=35, C.O.V. of I.F. Angle=13%, C.O.V. of Cohesions=45%, Beta distribution)

(2) 그림 12, 그림 13에서 보는 바와 같이 斜面의 傾斜의 여하에도 불구하고 斜面의 解析을 2次元으로 하건 3次元으로 하건 解析法을 Fellenius 方法으로 하건 Bishop 方法으로 하건 어떤 경우라도 强度定數가 正規分布인 경우는 安全率과 破壞確率과의 關係는 대체로 같은 曲線을 이루므로 뚜렷한 相關關係가 있음이 분명하다. 그러나 그림 14, 그림 15에서 보는 바와 같이 强度定數가 베타分布인 경우는 모든 경우를 포함한 一般的인 뚜렷한 相關關係가 없었으나 一般的으로 安全率에 작은 쪽이 큰 쪽에 비하여 特定한 安全率에 對하여 破壞確率의 變化의 幅이 크게 나타났다. 特히 實用되고 있는 許容安全率 $F=1.2, 1.3$인 경우에 매우 크게 나타났다.

4. 結 論

三次元 斜面安定解析에 있어서 强度定數를 正規分布와 一般 베타分布로 假定하여 一樣分布變換法으로 累積分布에 해당하는 亂數를 生成하고 이에 對應하는 强度定數를 찾아내어 몬테칼로방법을 利用하여 斜面의 破壞確率을 求하는 프로그램을 開發하였고 이를 비교하기 위하여 二次元 斜面安定解析에 對하여서도 똑같은 프로그램을 開發하였다. 이 프로그램에 의하여 檢討한 結果는 다음과 같다.

(1) 斜面傾斜의 여하에도 불구하고 斜面의 解

析을 二次元으로 하건 三次元으로 하건 解析方法을 Fellenius 方法으로 하건 Bishop 方法으로 하건 어떤 경우라도 强度定數가 正規分布인 경우에는 安全率과 破壞確率과의 關係는 대체로 같은 曲線을 이루므로 뚜렷한 相關關係가 있다.

(2) 强度定數가 正規分布인 경우는 安全率이 1인 경우에는 破壞確率이 50%이었고 安全率이 1.3, 1.5, 2.0인 경우에 破壞確率은 各各 0.082~0.187, 0.014~0.078, 0.001~0.004의 範圍이었다.

(3) 强度定數가 베타分布인 경우는 모든 경우를 포함한 一般的인 뚜렷한 相關關係가 없었으나 一般的으로 安全率이 작은 쪽이 큰 쪽에 비하여 特定한 安全率에 대하여 破壞確率의 變化의 幅이 크게 나타났다. 특히 實用되고 있는 許容安全率 $F=1.2, 1.3$인 경우에 매우 크게 나타났다.

(4) 强度定數가 正規分布와 베타分布인 경우 모두 粘着力이 커짐에 따라 特定한 安全率에 對하여 破壞確率은 크게 나타나고 이와 반대로 內部마찰각이 커짐에 따라 特定한 安全率에 對하여 破壞確率은 작게 나타났다.

(5) 베타分布하는 强度定數를 正規分布로 推定하여 이 推定値를 가지고 安全率과 破壞確率과의 關係를 얻을 수 있다.

(6) 地下水의 영향, 動的荷重, 引張龜裂, 不均質土에 對하여 그리고 滑動破壞面의 決定에 對하여 더 많은 硏究가 이루어져야겠고 實際的인 適用을 爲해서 새로운 設計 基準 즉, 어떤 特別한 斜面에 對한 許容 破壞確率이 定해져야 한다.

參 考 文 獻

1. Ang, A.H.S., and Amin, M., "Safety Factors and Probability in Structural Design", *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, No. ST7, July, 1969*, pp. 1389~1405.
2. Baligh, M.M., and Azzouz, A.S., "End Effects on Stability of Cohesive Slopes", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 101, No. GT 11, November, 1977*, pp. 1105~1117.
3. Hahn, G.T., and Shapiro, S.S., "*Stability Models in Engineering*", John Wiely and Sons, Inc., 1968.
4. Harr, M.E., "*Mechanics of Particulate Media*", McGraw-Hill, Inc., 1977.
5. Hovland, H.J., "Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. GT9, September, 1977*, pp. 971~986.
6. Lumb, P., "Safety Factors and the Probability Distribution of Soil Strength", *Canadian Geotechnical Journal, 7, No. 3*, pp. 225~242.
7. Lumb, P., "The Variability of Natural Soils." *Canadian Geotechnical Journal, 3, No. 2*, pp. 74~97.
8. Meyerhof, G.G., "Safety Factor in Soil Mechanics", *Canadian Geotechnical Journal, 7, No. 4*, pp. 349~354.
9. Shannon, R.E., "*Systems Simulation, The Art and Science*", Pretice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1975.
10. Tang, W.H., Yucemen, M.S., and Ang, A.H.S., "Probability Based Short Term Design of Soil Slopes", *Canadian Geotechnical Journal, 13*, pp. 201~214.
11. Vanmarcke, E.H., "On the Reliability of Earth Slopes", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 103, No. GT11, November, 1977*, pp. 1247~1265.
12. Vanmarcke, E.H., "Probability Modelling of soil Profiles", *Journal of the Geotechnical Division, ASCE, Vol. 103, No. GT11, November, 1977*, pp. 1227~1246.
13. Wu, T.H., and Kraft, L.M., "Safety Analysis of Slopes", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 96, No. SM 2, March, 1970*, pp. 609~630.
14. Wu, T.H., "Uncertainty, Safety, and Decision in soil Engineering", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 100, No. GT 3, March, 1974*, pp. 348~392.

(接受：1983. 7. 25)