

2 個流體 흐름理論에 의한 여러층 흙에서의 浸透能公式誘導

Derivation of Infiltration Equation in Multilayered Soil by Two Phase Flow Theory

鮮 于 仲 皓*
Sonu, Jung Ho

Abstract

The Green-Ampt equation for infiltration has been intensively investigated by many researchers because of its simplicity and adequacy for fitting experimental data to theoretical one. The infiltration equation derived from the theory of two phase flow coincides with the Green-Ampt equation except the viscous resistance correction factor. This approach clearly defines variables in the Green-Ampt equation and also encounters the effect of viscosity of two fluids. A new equation for infiltration into multilayered soil is derived from the theory of two phase flow and compared with conventional equation. The new equation shows lower infiltration rate than that of conventional one and it is believed that this caused from the inclusion of viscosity in the derivation.

요 지

침투능을 계산하기 위한 공식으로서 Green-Ampt 공식은 식의 간편성과 정확성으로 인하여 많은 연구의 대상이 되어왔다. 그러나 이 공식의 변수인 습윤전선(Wetting Front)에서의 모세관 압력수두항은 연구자에 따라 해석이 많이 다르다. 침투능해석을 위하여 2개 유체의 흐름방정식의 해는 Green-Ampt 공식과 같은 형태를 가지므로서 Green-Ampt 공식의 모세관 압력수두항을 결정할 수 있게 되었다.

이러한 2개 유체 해석에 의한 침투능 산정공식의 유도는 1개층으로만 구성되어 있는 경우에 이루어 졌으나 특성이 각각 다른 여러 층의 흙으로 구성되어 있는 경우에는 아직 이루어진 바 없다. 본 논문에서는 이러한 2개유체의 흐름 해석에 의하여 여러층의 흙인 경우 침투능 산정공식을 유도하였다.

1. 서 론

물의 순환과정중에서 침투량을 정확히 산정한다는 것은 매우 어려운 일이다. 특히 흙의 성질

이 공간적으로 분포가 다른 경우에도 문제를 제기하지만 한 지점에서 여러개의 특성이 다른 흙으로 구성되어 되어 있는 경우에는 침투의 크기를 결정하기란 매우 어렵다. Whisler와 Klute

* 正會員 · 서울大學校 工科大學 土木工學科 副教授

(1966)는 이러한 여러층의 흙에서의 물의 흐름에 대하여 Richard 공식을 수치해석에 의하여 그 해를 구한 바 있으며 Child와 Bybordi (1969)는 Green-Ampt 模型(1911)을 사용하여 침투량을 산정하는 공식을 유도한 바 있다.

침투량 산정에 있어서 Green-Ampt 모형의 적용은 式 自體의 간편성과 실측자료와 비교적 가까운 장점 때문에 근래에 와서 많은 研究가 進行되고 있다. Morel-Seytoux와 Khanji (1974)는 흙내에서 물의 움직임은 물과 공기의 2개 流體의 흐름으로 해석하여 Green-Ampt 공식의 변수를 정의하였으며 또한 Neuman(1976), Freyberg 등 (1980)도 Green-Ampt 공식의 변수를 결정하기 위한 이론적, 실험적 연구를 실시한 바 있다. Green-Ampt의 침투공식은

$$I = \bar{K}(H + Z_f + H_f) / Z_f \quad (1)$$

이며 여기서 \bar{K} 는 포화상태에서의 투수계수 (LT^{-1}), H 는 지표상의 물의 깊이 (L), Z_f 는 지표부터 습윤전선(Wetting Front)까지의 거리 (L), H_f 는 습윤전선에서의 모세관 압력수두(Capillary Pressure Head at Wetting Front, L)이며 I 는 침투율(LT^{-1})이다.

(1)식에서 습윤전선의 모세관 압력수두 H_f 를 정의하기 위하여 Mein과 Larson (1973)은

$$H_f = \int_0^{\infty} K_{rw} dh_c \quad (2)$$

으로 표시하였으며 두 개 유체의 흐름으로 해석을 시도한 Morel-Seytoux와 Khanji는

$$H_f = \int_0^{h_{ci}} f_w dh_c \quad (3)$$

로 정의하였다. 여기서 K_{rw} 는 물의 상대 투수계수, f_w 는

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{K_{ra}}{\mu_a} \cdot \frac{\mu_w}{K_{rw}}} \quad (4)$$

K_{ra} 는 공기의 상대투수계수, μ_a 와 μ_w 는 각각 공기와 물의 동점성계수이다. 식 (3)으로 정의되는 H_f 는 (2)식보다 K_{ra} 의 자료를 요구하기 때문에 다소 복잡한 면이 있으나 Green-Ampt 공식의 물리적인 현상을 잘 설명하여 주고 있다. 따라서 Green-Ampt 공식을 2개 유체의 흐름으로 간주한 해석방법은 타방법보다 정확한 침투량을 계산할 수 있다고 생각할 수 있다. 본 논문은

특성이 각각 다른 여러 흙으로 구성되어 있는 흙에서의 침투량 산정을 위하여 Morel-Seytoux와 Khanji와 같은 2개유체의 흐름으로 침투량 계산공식을 유도하고자 한다.

2. 침투율 공식의 유도

흙이 서로 다른 특성의 여러층으로 되어 있을 때 포화상태에서의 투수계수(Saturated Hydraulic Conductivity)가 깊이에 따라 점차적으로 적어지는 층으로 구성되어 있는 경우 침투량은 상부의 흙보다는 투수계수가 적은 하부의 층에 영향을 받으며 만일 투수계수가 깊이에 따라 점차 커지는 경우에는 침투량은 상부층 흙의 특성에 영향을 받는다. Green-Ampt 공식은 전자의 경우인 하부의 층이 상부의 층보다 투수계수가 적은 경우에 한하여 적용할 수 있으므로 다음의 침투량 공식의 유도는 다음과 같은 가정을 두고 있다.

$$\bar{K}_1 > \bar{K}_2 > \dots > \bar{K}_n$$

여기서 \bar{K} 는 포화상태에서의 투수계수이며 첨자는 地表부터의 흙의 층을 나타낸다.

물과 공기에 대한 Darcy 공식은

$$V_w = -\frac{kk_{rw}}{\mu_w} \left(\frac{\partial P_w}{\partial z} + \rho_w g \right) \quad (5)$$

$$V_a = -\frac{kk_{ra}}{\mu_a} \left(\frac{\partial P_a}{\partial z} + \rho_a g \right) \quad (6)$$

P 는 압력, ρ 는 밀도를 나타내며 첨자 w 와 a 는 물과 공기를 나타내고 k 는 Intrinsic Permeability이다. 또한 연속방정식은

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_w \theta_w) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_w V_w) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_a \theta_a) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho_a V_a) = 0 \quad (8)$$

(8)식에서 θ_w 는 체적에 의한 함수비이며 θ_a 는 같은 개념의 공극내의 공기량을 나타내준다. 1개 종류의 흙으로만 구성되어 있는 경우에 총유속(Total Velocity) V 는

$$V = V_w + V_a \quad (9)$$

로 정의되며 (5)식~(8)식으로부터 총유속은

$$V = \frac{H + \int_0^{z_f} f_w dh_c + \int_0^{z_f} f_w dz}{\int_0^{z_f} \frac{1}{\bar{K}} \frac{dz}{\mu_w \lambda_r}} \quad (10)$$

이다. 여기서

$$A_r = \frac{1}{\frac{k_{ra}}{\mu_a} + \frac{k_{rw}}{\mu_w}}$$

로서 물과 공기의 점성에 의한 영향을 나타내주는 항이다. 흙이 여러 층으로 되어 있을 때에는 질량 불변의 법칙에 따라 층사이의 경계에서 속도와 압력은 연속이어야 한다. 따라서 (10)식은 경계의 상부와 하부에서 동시에 적용시킬 수 있으며 각층에 따라 f_w 함수가 다르게 되므로 적분의 상한과 하한이 다르게 하면 된다.

(9)식으로 정의한 바와 같이 총유속은 공극내에서 물의 속도와 공기의 속도의 합이나 지표에서 물이 고여있는 상태에서는 공기의 흐름은 없으므로 $V_a=0$ 이며 따라서 지표에서의 총유속은 물의 속도($V=V_w$)와 같고 이는 즉 침투량이 된다. 따라서

$$I=V=V_w \quad (11)$$

이다. 여기서 I 는 침투량이다.

따라서 침투량의 산정은 (10)식의 각항들을 여러층의 흙인 경우에 어떻게 결정하는가에 대한 문제로 귀결될 수 있다.

(10)식의 분자에 있는 적분항들은 Capillary Drive Term과 중력항으로 구분할 수 있다. 즉 (10)식의 분자에 첫번째 적분항은 Fractional Flow 함수를 모세관 압력수두에 대하여 적분한 것으로서 이는 비포화 상태의 물의 흐름에서 모세관 압력으로 인한 물의 움직임을 나타내주는 항이라 하겠다. 또한 두번째 적분항은 Fractional Flow 함수를 수직 거리에 대하여 적분한 것으로서 이는 물의 흐름에서 중력의 영향을 고려하는 항이라 하겠다. (10)식의 분모의 적분항은 공기와 물의 점성이 물의 흐름에 저항하는 소위 점성에 의한 저항항이라 할 수 있다. 이들의 적분항들은 다음과 같이 여러층의 흙인 경우 결정될 수 있다.

Capillary Drive 항

앞에서 가정한 바와 같이 포화투수계수(Saturated Hydraulic Conductivity)는 거리에 따라 감소하므로 습윤전선(Wetting Front)이 있는 층보다 상부층은 완전히 포화되었다고 생각할 수 있다. 즉 그림 1에서 볼 수 있는 바와 같이 습

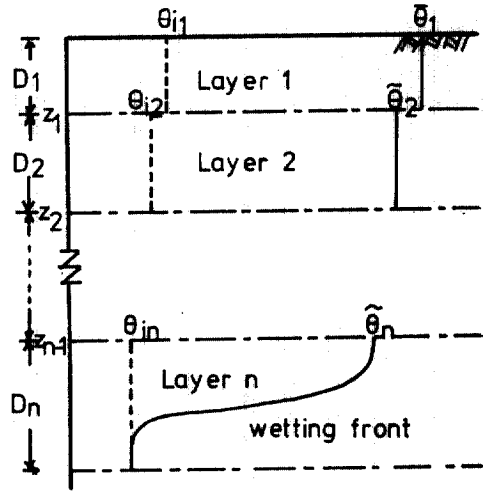


그림 1. Green-Ampt 모형에서의 함수상태

윤전선은 n 의 층에 있을 때 1번층과 $(n-1)$ 번층사이의 모든 흙은 포화상태이다. 이와 같은 Green-Ampt 모형인 경우에 (10)식의 첫번째 적분항인 Capillary Drive Term은 다음과 같이 할 수 있다. 즉

$$H_c = \int_0^{z_f} f_w dh_c = \int_0^{z_1} f_{w1} dh_c + \int_{z_1}^{z_2} f_{w2} dh_c + \dots + \int_{z_{n-1}}^{z_f} f_{wn} dh_c \quad (12)$$

(12)식에서 첨자 1, 2, ..., $n-1$ 은 층의 번호를 나타내주며 n 는 습윤전선이 있는 층의 번호이며 z_f 는 지표로부터 습윤전선까지의 수직거리이다. (12)식의 적분한계는 거리이므로 이를 모세관 압력수두로 바꾸어 (12)식을 다시 쓰면

$$H_c = \int_{h_c(\theta_1)}^{h_c(\theta_1)} f_{w1} dh_c + \int_{h_c(\theta_2)}^{h_c(\theta_2)} f_{w2} dh_c + \dots + \int_{h_c(\theta_n)}^{h_c(\theta_{in})} f_{wn} dh_c \quad (13)$$

(13)식에서 $(n-1)$ 항까지의 적분은 전부 0가 되므로 (13)식은

$$H_c = H_{cn} = \int_{h_c(\theta_n)}^{h_c(\theta_{in})} f_{wn} dh_c \quad (14)$$

으로 표시할 수 있다. 여기서 $h_c(\theta_n)$ 는 n 번층에서 포화상태에서의 모세관 압력수두이며 $h_c(\theta_{in})$ 는 초기함수량에서의 모세관 압력수두이다. (14)식은 n 번층에서의 Fractional Flow 함수와 모세관 압력수두만의 관계를 알면 적분이 가능한 것이므로 습윤전선의 정확한 위치 또는 함수량곡

선의 정확한 형태 등이 필요한 것은 아니다.

중력할

(10)식의 분자의 두번째 적분항은 물의 흐름에서 중력의 영향을 나타내 주는 항으로서 이항도 (12)식과 비슷하게 각층에 따라 적분하면 다음과 같다.

$$\int_0^{z_f} f_w dz = \int_0^{z_1} f_{w1} dz + \int_{z_1}^{z_2} f_{w2} dz + \dots + \int_{z_{n-1}}^{z_n} f_{wn} dz \quad (15)$$

습윤전선이 있는 n 번째층보다 위에 있는 층에는 앞에서 설명한 바와 같이 포화상태에 있으므로 Fractional Flow 함수 f_w 는 1이다. 따라서 (15)식의 적분은

$$\int_0^{z_f} f_w dz = D_1 + D_2 + \dots + D_{n-1} + \int_{z_{n-1}}^{z_n} f_{wn} dz = \sum_{j=1}^{n-1} D_j + \int_{z_{n-1}}^{z_n} f_{wn} dz \quad (16)$$

여기서 D_1, D_2, \dots, D_{n-1} 은 1, 2, ..., $(n-1)$ 번째의 두께이다. 습윤전선의 형태가 Piston 형태와 같다고 가정하면 (16)식은

$$\int_0^{z_f} f_w dz = \sum_{j=1}^{n-1} D_j + \frac{W \sum_{j=1}^{n-1} D_j (\bar{\theta}_j - \theta_{ij})}{\bar{\theta}_n - \theta_{in}} = Z_f \quad (17)$$

으로서 결국 습윤전선의 위치를 나타내주는 식으로 간단히 표시될 수 있다. 여기서 W 는 누가 침투량이며 침자 j 와 n 는 각각 j 와 n 번째의 층을 나타내 준다.

점성에 의한 저항 할

물과 공기의 점성은 흡내에서 물의 움직임에 저항하는 역할을 한다. (10)식의 분모는 이러한 유체의 점성을 내포하고 있는 항으로서 이를 점성에 의한 저항 항이라 칭할 수 있다. (10)식의 분모를 여러층의 흡의 경우 이를 층별로 적분하면,

$$\int_0^{z_f} \frac{1}{K} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_r} = \int_0^{z_1} \frac{1}{K_1} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{r1}} + \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{K_2} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{r2}} + \dots + \int_{z_{n-1}}^{z_n} \frac{1}{K_n} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{rn}} \quad (18)$$

여기서 Λ_r 는 (10)식에서 정의한 바와 같으며 침자 1, 2, ..., n 는 층의 번호를 말해준다. 앞에서

가정한 것과 마찬가지로 지표에서 $(n-1)$ 번째 층까지 전부 포화상태에 있다면 (18)식은

$$\int_0^{z_f} \frac{1}{K} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_r} = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{D_j}{K_j} + \frac{1}{K_n} \int_{z_{n-1}}^{z_n} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{rn}} \quad (19)$$

위에서 정의한 바와 같이 (10)식의 각 적분항을 (14), (17) 및 (19)식으로 대입하면 (10)식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$V = I = \frac{H + H_{cn} + Z_f}{\sum_{j=1}^{n-1} \frac{D_j}{K_j} + \frac{1}{K_n} \int_{z_{n-1}}^{z_n} \frac{dz}{\mu_w \Lambda_{rn}}} \quad (20)$$

(20)식은 여러 층으로 구성되어 있는 흡에서의 침투능 공식이다. 이 식은 단일층에서의 Green-Ampt 公式인 (1)식과 같은 형태를 지니고 있으나 분모에 있어서 여러 층의 특성을 포함하고 있음이 다르다.

(20)식의 적분항에서 Λ_r 는 함수량 θ 의 함수이므로 dz 에 대하여 직접 적분될 수 없다. 따라서 z 와 θ 의 관계로부터 dz 를 $d\theta$ 로 변환시켜야 한다.

(7)식에서 물을 비압축성의 유체로 본다면 $\rho_w = \text{const}$ 이므로 (7)식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} + \frac{\partial V_w}{\partial z} = 0 \quad (21)$$

또한 (21)식에 Fractional Flow 함수를 사용하여 θ 의 함수만으로 표시하면

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} + V f_w' \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad (22)$$

여기서 f_w' 는 f_w 를 θ 에 대하여 미분한 것이다. (22)식의 해는 Morel-Seytaux와 Khanji (1974)가 제시한 바와 같이

$$Z = \int_0^t V f_w' dt \quad (23)$$

이나 여러층의 흡인 경우에는 (23)식은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$Z = \int_0^{t_1} V f_{w1}' dt + \int_{t_1}^{t_2} V f_{w2}' dt + \dots + \int_{t_{n-1}}^{t_n} V f_{wn}' dt \quad (24)$$

여기서 t_1, t_2, \dots, t_{n-1} 은 습윤전선이 Z_1, Z_2, \dots, Z_{n-1} 에 도달되는 시간을 말한다. (24)식에서 마지막 적분항을 제외한 적분항들은 각각 층의 두께를 나타내 주므로 (24)식은 다음과 같이 표시될 수

있다.

$$Z = \sum_{j=1}^{n-1} D_j + \int_{t_{n-1}}^{t_n} V f_{wn}' dt$$

$$= \sum_{j=1}^{n-1} D_j + f_{wn}' \left[W - \sum_{j=1}^{n-1} D_j (\bar{\theta}_j - \theta_{ij}) \right] \quad (25)$$

(25)식을 θ 에 대하여 미분하면

$$dz = f_{wn}'' \left[W - \sum_{j=1}^{n-1} D_j (\bar{\theta}_j - \theta_{ij}) \right] d\theta \quad (26)$$

여기서 $f_{wn}'' = \frac{df_{wn}'}{d\theta}$ 이며 W 는 시간 t 까지의 누가침투량이다. (26)식을 (20)식에 대입하여 다시 정리하면

$$I = \frac{H + H_{cn} + Z_f}{\sum_{j=1}^{n-1} \frac{D_j}{K_j} + \frac{\beta_n \left[W - \sum_{j=1}^{n-1} D_j (\bar{\theta}_j - \theta_{ij}) \right]}{K_n (\bar{\theta}_n - \theta_{in})}} \quad (27)$$

이며

$$\beta_n = (\bar{\theta}_n - \theta_{in}) \int_{\theta_{in}}^{\bar{\theta}_n} \frac{-f_{wn}''}{\mu_{wn} A_{rn}} d\theta \quad (28)$$

이다. 또한 (27)식은 다음과 같이도 표시될 수 있다.

$$I = \frac{\bar{K}_n (H + H_{cn} + Z_f)}{\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\bar{K}_n}{\bar{K}_j} D_j + \beta_n \left(Z_f - \sum_{j=1}^{n-1} D_j \right)} \quad (29)$$

$$I = \frac{\bar{K}_n}{\beta_n} \cdot \frac{\left[H + H_{cn} + \sum D_j - \frac{\bar{K}_n}{\beta_n} \sum (D_j / \bar{K}_j) \right]}{\frac{\bar{K}_n}{\beta_n} \sum (D_j / \bar{K}_j) + \frac{W}{\bar{\theta}_n - \theta_{in}} - \sum \frac{D_j (\bar{\theta}_j - \theta_{ij})}{\bar{\theta}_n - \theta_{in}}} + \frac{\bar{K}_n}{\beta_n} \quad (30)$$

여기서 합의 기호 \sum 에서 j 의 한계는 $j=1$ 에서부터 $n-1$ 까지이다. (30)식을 t 에 관하여 적분하면

$$\int_{t_{n-1}}^t Idt = \frac{\bar{K}_n}{\beta_n} \int_{t_{n-1}}^t \frac{\left[H + H_{cn} + \sum D_j - \frac{\bar{K}_n}{\beta_n} \sum (D_j / \bar{K}_j) \right] dt}{\frac{\bar{K}_n}{\beta_n} \sum (D_j / \bar{K}_j) + \frac{W}{\bar{\theta}_n - \theta_{in}} - \sum \frac{D_j (\bar{\theta}_j - \theta_{ij})}{\bar{\theta}_n - \theta_{in}}} + \frac{\bar{K}_n}{\beta_n} (t - t_{n-1}) \quad (31)$$

또한 W 는 시간 t 의 함수이므로

$$dt = \frac{1}{(dW/dt)} dW \quad (32)$$

$$\int_{t_{n-1}}^t Idt = \left[H + H_{cn} + \sum D_j - \frac{\bar{K}_n}{\beta_n} \sum (D_j / \bar{K}_j) \right] (\bar{\theta}_n - \theta_{in}) \cdot$$

$$\int_{t_{n-1}}^t \frac{dW}{\left[H + H_{cn} + \sum D_j - \sum \frac{D_j (\bar{\theta}_j - \theta_{ij})}{\bar{\theta}_n - \theta_{in}} \right] (\bar{\theta}_n - \theta_{in}) + W} + \frac{\bar{K}_n}{\beta_n} (t - t_{n-1}) \quad (33)$$

(33)식의 왼편적분항은

$$\int_{t_{n-1}}^t Idt = W - \sum D_j (\bar{\theta}_j - \theta_{ij}) = (Z_f - \sum D_j) (\bar{\theta}_n - \theta_{in}) \quad (34)$$

(27) 또는 (29)식은 Green-Ampt의 침투량 공식과 유사하며 또한 단일층의 경우에서 Morel-Seytoux와 Khanji가 유도한 공식과도 비슷한 모양을 가지고 있으나 (27) 또는 (29)식은 여러층의 흙으로 구성되어 있을 경우에 침투량을 산정할 수 있는 공식이다.

여기서 특기할 사항은 수정항 β_n 이다. 여러층의 흙인 경우에는 β 는 단지 습윤전선이 있는 층에서만 결정되므로 각층의 특성에 따라서 계산할 필요는 없다. β 는 1.10~1.70 사이의 값을 가지며 보통 1.40의 값을 평균치로 사용할 수 있다.

(27)과 (29)식에는 비선형의 요소인 W 또는 Z_f 가 있으므로 직접 침투율 (I)을 구하기 위하여서는 이식들은 사용할 수가 없다. 다시말하면 W 또는 Z_f 가 이미 알고 있는 값이라면 (27)과 (29)식을 사용하여 침투율 (I)를 구할 수 있지만 W 또는 Z_f 는 I 의 함수이므로 이 식들을 사용하여 직접 침투율을 구할수는 없다. 그러나 (27) 또는 (29)식을 적분함으로써 이를 가능하게 할 수 있다.

(27)식을 재정리하면

로 표시할 수 있으며 $dW/dt = I$ 이므로 (30)식과 (32)식을 (31)식에 대입하여 정리하면

(34)식을 (33)식에 대입하여 적분을 실시하면

$$t = t_{n-1} + \frac{\beta_n}{K_n} (\bar{\theta}_n - \theta_{in}) \left[Z_f - \sum D_j - \left(H + H_{cn} + \sum D_j - \frac{\bar{K}_n}{\beta_n} \sum \frac{D_j}{K_j} \right) \cdot \ln \left(\frac{H + H_{cn} + Z_f}{H + H_{cn} + \sum D_j} \right) \right] \quad (35)$$

따라서 (35)식은 주어진 Z_f 에 대한 시간을 나타내므로 (29)식과 (35)식을 동시에 적용하면 시간 t 에 대한 침투율 I 를 계산할 수 있다.

단일 종류로 되어 있는 흙의 경우에 (29)식과 (35)식은 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$I = \frac{\bar{K}}{\beta} \frac{(H + H_c + Z_f)}{Z_f} \quad (36)$$

$$t = \frac{\beta}{\bar{K}} (\bar{\theta} - \theta_i) \left[Z_f - (H + H_c) \cdot \ln \frac{H + H_c + Z_f}{H + H_c} \right] \quad (37)$$

또한 서로 특성이 다른 2개의 층으로 구성되어 있는 흙의 경우라도 습윤전선이 상부층에 있는 경우에는 (36)와 (37)식을 사용하면 되고 만일 습윤전선이 하부층에 있는 경우 즉 $t > t_1$ (t_1 은 습윤전선이 두 층사이의 경계에 도달하는 시간) 일 때는 (29)식과 (35)식은 다음과 같다.

$$I = \frac{\bar{K}_2(H + H_{c2} + Z_f)}{\frac{\bar{K}_2}{K_1} D_1 + \beta_2 \frac{W - D_1(\bar{\theta}_1 - \theta_{i1})}{\bar{\theta}_2 - \theta_{i2}}} \quad (38)$$

$$t = t_1 + \frac{\beta_2}{K_2} (\bar{\theta}_2 - \theta_{i2}) \left[Z_f - D_1 - \left(H + H_{c2} + D_1 - \frac{\bar{K}_2}{\beta_2} \frac{D_1}{K_1} \right) \cdot \ln \left(\frac{H + H_{c2} + Z_f}{H + H_{c2} + D_1} \right) \right] \quad (39)$$

3. 타공식과의 비교

단순한 흙으로만 구성되어 있는 경우의 침투율 공식인 (36)식과 (37)식은 Morel-Seytoux와 Khanji (1974)가 단순흙의 경우에 유도한 공식과 동일하다. 또한 여러층으로 구성되어 있는 흙의 경우에 Childs와 Bybord (1969)는 Green-Ampt 공식을 사용하여 다음과 같은 공식을 유도하였다.

$$I = \frac{\bar{K}_n(H + H_{fn} + Z_f)}{\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\bar{K}_n}{K_j} D_j + \left(Z_f - \sum_{j=1}^{n-1} D_j \right)} \quad (40)$$

$$t = t_{n-1} + \frac{\theta_n - \theta_{in}}{K_n} \left[Z_f - \sum_{j=1}^{n-1} D_j - \left(H + H_{fn} + \sum_{j=1}^{n-1} D_j - \bar{K}_n \sum_{j=1}^{n-1} \frac{D_j}{K_j} \right) \cdot \ln \frac{H + H_{fn} + Z_f}{H + H_{fn} + \sum_{j=1}^{n-1} D_j} \right] \quad (41)$$

(40)식과 (41)식은 앞에서 유도한 (29)식 및 (31)과 서로 대등하다고 볼 수 있으나 (29)식과 (40)식을 비교하면 (29)식에는 β_n 항이 추가되어 있으며 H_{cn} 과 H_{fn} 의 개념상의 차이가 있을 뿐 식의 형태는 동일하다 하겠다. β_n 는 이미 Morel-Seytoux와 Khanji (1974)의 논문에서도 기술된 바와 같이 토양 및 유체의 특성만으로 결정되는 상수이며 점성에 의한 저항을 대표할 수 있는 값이라 할 수 있다. Green-Ampt 공식에서 습윤전선에서의 모세관 압력수두인 H_f 또는 H_c 는 각각 연구자에 따라 다른 값을 보여 주고 있으나 Mein과 Larson (1973)이 정의한

$$H_b = \int_0^{\infty} k_{rn} dh \quad (42)$$

과 (14)식과의 비는 흙의 종류에 따라 다르나 0.7~1.26 사이의 값을 갖는다. 일반적으로 Green-Ampt 공식의 H_b , 또는 H_f 값은 경험에 의하여 결정되는 값이나 (29)식에서는 이론적인 근거에 의하여 정확한 정의를 할 수 있으며 또한 물과 공기의 점성의 영향을 고려할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 과거의 실험 결과는 이론치보다 다소 낮게 나오는 경향이 있으며 이는 이론전개시 유체의 점성을 고려하지 않았기 때문인 것으로 판단된다.

4. 계산절차

주어진 습윤전선의 위치에 대하여 침투율과 시간과의 관계는 (29)식과 (35)식에 의하여 결정될 수 있다. 그러나 (35)식의 적용을 위하여서는 t_{n-1} 의 값을 알고 있어야 한다. t_{n-1} 의 값이란 습윤전선이 $n-1$ 번째층과 n 번째층 사이의 경계에 도달하는 시간으로서 이는 (35)식을 1번째층부터 점차적으로 적용하므로써 얻을 수 있다. 즉 t_1 을 얻기 위하여서는 (37)식에 Z_f 대신에 D_1 을 대입하여 계산한 t 의 값이 t_1 이 되며 t_2 의 값은 (39)식에서 $Z_f = D_1 + D_2$ 의 값을 대입하여 계산한 t 의 값이다. 이와 같이 (35)식의 적용을 위하여 층별로 t_{n-1} 의 값을 계산한 다음에 주어

표 1. 계산을 위한 자료

층	흙의 종류	K (cm/sec)	D (cm)	θ	θ_i	H_c (cm)	β
1	Columbia Sandy Loam	1.39×10^{-3}	20	0.518	0.125	25.0	1.40
2	Yolo Clay	1.23×10^{-5}	80	0.499	0.25	23.1	1.70

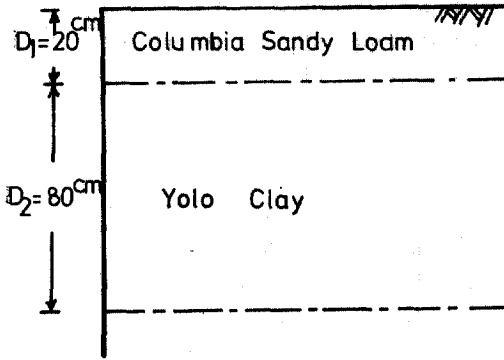


그림 2. 계산을 위한 흙의 층

진 Z_f 에 대하여 (29)식과 (35)식을 사용하여 I 와 t 를 계산하면 된다.

Morel-Seytoux와 Khanji (1974)가 사용한 표 1 (또는 그림 2)과 같은 흙으로 구성이 되어 있는 경우에 침투능을 구하고자 한다.

흙의 표면에 2cm의 물이 일정하게 유지될 때 (그림 2) t_1 은 (36)식에 의하여 계산될 수 있다. 즉 $Z_f = D_1 = 20$ cm를 (36)식에 대입하면

$$\begin{aligned}
 t_1 &= \frac{\beta}{K} (\theta - \theta_i) \left[Z_f - (H + H_c) \cdot \ln \frac{H + H_c + Z_f}{H + H_c} \right] \\
 &= \frac{1.40}{1.39 \times 10^{-3}} (0.518 - 0.125) \left[20 - (2.0 + 25.0) \cdot \ln \left(\frac{2.0 + 25.0 + 20}{2.0 + 25.0} \right) \right] \\
 &= 1992.44 \text{ sec}
 \end{aligned}$$

따라서 $Z_f < 20.0$ cm 또는 $t < 1992.4$ sec인 경우에는 (36)식과 (37)식을 사용하여 침투능과 시간의 관계를 구한다(표 2).

표 2. $t < t_1$ 인 경우 침투능 계산

Z_f (cm)	t (sec)	I (cm/sec)
4.0	106.85	7.695×10^{-3}
12.0	819.93	3.227×10^{-3}
16.0	1359.74	2.668×10^{-3}
20.0	1992.44	2.333×10^{-3}

또한 $t > t_1$ 또는 $Z_f > 20.0$ sec인 경우에는 (38)식과 (39)식을 사용하여 침투능과 시간을 계산할 수 있다. 즉 (39)식은

$$\begin{aligned}
 t &= 1992.4 + \frac{1.70}{1.23 \times 10^{-5}} (0.499 - 0.25) \left[Z_f - 20 \right. \\
 &\quad \left. - \left(2.0 + 23.1 + 20 - \frac{1.23 \times 10^{-5}}{1.70} \cdot \frac{20}{1.39 \times 10^{-3}} \right) \cdot \right. \\
 &\quad \left. \ln \frac{2.0 + 23.1 + Z_f}{2.0 + 23.1 + 20} \right] \\
 &= 1992.4 + 3.441 \times 10^4 \left[Z_f - 20 - 45.0 \right. \\
 &\quad \left. \times \ln \left(\frac{25.1 + Z_f}{45.1} \right) \right]
 \end{aligned}$$

으로 표시되며 (38)식은

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1.23 \times 10^{-5} (2.0 + 23.1 + Z_f)}{1.23 \times 10^{-5} \times 20 + 1.70 (Z_f - 20)} \\
 &= \frac{1.23 \times 10^{-5} (25.1 + Z_f)}{0.177 + 1.70 (Z_f - 20)}
 \end{aligned}$$

이다. 따라서 $t > 1992.4$ sec 또는 $Z_f > 20.0$ cm의 경우에 위의 두 식을 사용하여 계산하면 표 3과 같다.

표 3. $t > t_1$ 인 경우 침투능 계산

Z_f (cm)	t (sec)	I (cm/sec)
21.0	2446.0	0.302×10^{-3}
25.0	11255.0	0.710×10^{-4}
30.0	36018.0	0.394×10^{-4}
40.0	121904.0	0.234×10^{-4}
50.0	244763.0	0.180×10^{-4}

그림 3과 4는 본 논문에서 유도한 공식과 Childs와 Bybordie에 의한 Green-Ampt의 수정공식에 의한 시간에 따른 침투능 변화를 나타내었다. 앞에서 기술한 바와 같이 점성에 의한 저항을 나타내는 β 항 때문에 습윤전선이 층사이의 경계에 도달하는 시간에 차이가 생겨나며 이로 인하여 누가 침투량에 차이를 보여주고 있다. 유체의 점성을 고려하지 않은 Childs와 Bybordie 공

기존의 공식에 의한 결과보다 낮은 침투율을 나타내 주었다. 이러한 유도된 공식은 유역모형에서 또는 유효강우량산정 등에서 간단하게 이용될 수 있다.

감사의 말

本 研究는 筆者가 文敎部에서 實施한 IBRD 國費海外研究派遣教授計劃에 依據 1981.12 부터 1983.1 사이에 美國 Colorado 주립대학교에서 실시한 것으로 本 研究를 가능하게 한 文敎部 당국에 사의를 표한다.

참 고 문 헌

1. Bouwer, H., Infiltration of water into nonuniform soil, *J. of Irrig. and Drain. Division, ASCE, Vol. 95, No. JR4, Dec. 1969.*
2. Bouwer, H., Infiltration into Increasingly permeable soils, *J. of Irrig. and Drainage Division, ASCE, Vol. 102, No. IR1, March 1976.*
3. Bruce, R.R., A.W. Thomas and F.D. Whisler, Prediction of infiltration into layered field soils in relation to profile characteristics, *Trans. of ASAE, Vol. 19, No. 4, July-Aug. 1976.*
4. Childs, E.C. and M. Bybordji, The vertical movement of water in stratified porous material, 1. Infiltration, *Wat. Resour. Res. Vol. 5, No. 2, April, 1969.*
5. Freyberg, D., J. Reeder, J. Franzini, and I. Remson, Application of the Green-Ampt Model to Infiltration Under Time-Dependent Surface Water Depths, *Wat. Resour. Res. Vol. 16, No. 3, 517~528, 1980.*
6. Green, W.H. and G.A. Ampt, Studies in Soil Physics, 1. The flow of air and water through soils, *J. of Agr. Sci. 4, 1-24, 1911.*
7. Hachum, A.Y. and J.F. Alfaro, Rain infiltration into layered soils: prediction, *J. of Irrig. and Drain. Div. ASCE, Vol. 106, No. IR4, Dec. 1980.*
8. Mein, R.G. and C. Larson, Modeling infiltration during a steady rain, *Wat. Resour. Res. Vol. 9, No. 2, April 1973.*
9. Morel-Seytoux, H.J. and J. Khanji, Derivation of an infiltration, *Wat. Resour. Res. Vol. 10, No. 4, Aug. 1974.*
10. Morel-Seytoux, H.J. and J. Khanji, Prediction of

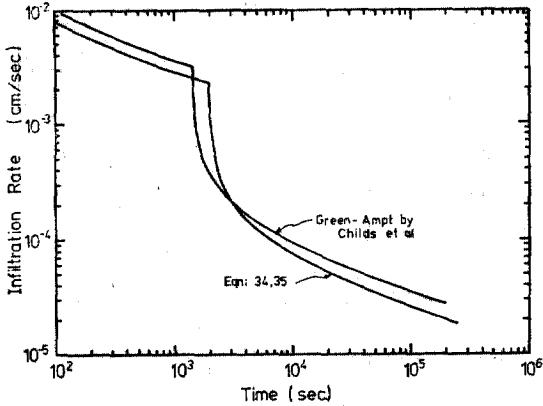


그림 3. 침투능의 시간에 대한 변화

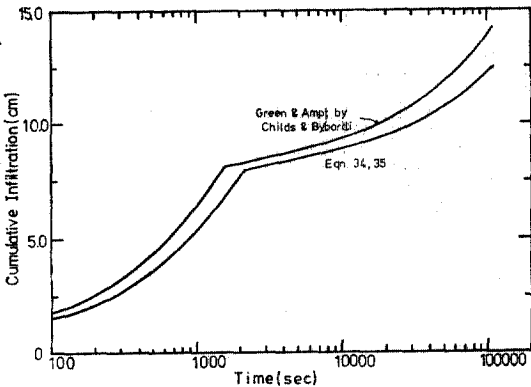


그림 4. 누가 침투량의 시간에 대한 변화

식에 의한 침투능은 점성을 고려한 경우보다 높은 침투량을 보여 주고 있으며 따라서 습윤전선이 층사이의 경계에 도달하는 시간이 빠르게 된다. 또한 누가 침투량 곡선은 본 논문에서 유도된 공식의 값보다 항상 크게 된다.

5. 결 론

2개유체의 흐름 해석에 의한 침투능 산정공식의 유도는 Green-Ampt 공식과 비슷한 형태를 갖고 있으며 특히 습윤전선에서의 모세관 수두항의 정의를 명확히 할 수 있다. 특히 특성이 각각 다른 여러 층의 흙으로 되어 있는 경우에 유도된 침투능 공식은 Green-Ampt 공식과 매우 비슷하나 유체의 점성에 의한 저항으로 인하여

- imbibition in a horizontal column, *Soil Sci. Soc. of Am. Pro. Vol. 39, No. 4, July-Aug. 1975.*
11. Morel-Seytoux, H.J., Derivation of equations for rainfall infiltration, *J. of Hydrol. 31, 1976.*
12. Neuman, S.P., Wetting Front Pressure Head in the Infiltration, Model of Green & Ampt, *Wat. Resour. Res. Vol. 12, No. 3, 564~566, 1976.*
13. Whisler, F. and A. Klute, Analysis of Infiltration into Stratified Soil Columns, *IASH. Symp. of Water in Unsaturated Zone Wageningen, The Netherlands, Vol. 1, No. 82, 1966.*

(接受: 1983. 5. 14)