鈑桁橋製作 및 補強에 관한 硏究

A Study of Fabrication and Strengthening of Plate Girder

徐 英 甲*
Suh, Young Kap

Abstract

Increasing of load on the highway bridge necessitate the strengthening of load capacity of bridge by some method. The method of strengthening is the usage of pre-stressing high tensile steel line.

Having finished pre-stressing work, line is anchored both end, then it composed a member of bridge structure when loading.

This paper includes the method and mechanism of strengthening of I-beam span(same originality of plate girder), could be summerized as following;

(a) Simple girder, 2 span and 3 span continuous girder increasing the load capacity by more than 80 % for concentrated load.

(b) For uniformly distributed load, when all span loaded, load capacity is increase more than 80 % to 100 % except 3 span continuous.

要 旨

鋼桁의 耐荷力不足을 鋼材를 使用한 蓋鈑 또는 部材로서 補强하였던 것이 從來의 工法이며 이것도 大部分 單純桁에 限定되었었다. 本 硏究에서 單純桁 뿐만 아니라 2徑間, 3徑間連續도 高引張鋼(P.C 鋼線)으로 per-stress 하여 端部碇着한 補强材로 耐荷力의 增大를 顯著하게 보았다.

將次의 荷重增大를 考慮하여 鋼桁製作當時에 補强裝置를 미리 설치하여 現場架設 때 pre-stressing 하여 碇着시켜 놓면 目的은 達成된다.

이렇게 하면 單純桁, 2徑間, 3徑間連續桁이 最小 80 % 以上 耐荷力增加가 되고 全徑間 等分布荷重이 滿載될 때는 2徑間連續 單純桁에서 約 100 %의 耐荷力增加가 許容된다.

I. 序 論

道路鈑桁橋는 設計荷重增大에 따라 旣存 橋桁을 補强할 必要에 임박하게 된다. 그러나 架設되어 使用中에 있는 橋桁은 補强하기에 여러가지 難點이 있다.

鈑桁製作時에 將次의 荷重增大를 豫想하여 橋桁의 耐荷力 즉 許容荷重에 充分한 餘裕가 있도록 하는 것이 賢策이다.

單純桁에 그림 1과 같이 中央點에 支壓材(Strut)이며 滑節이 되도록 하여 兩端의 圖心部에서 PC 鋼線을 緊張碇着 시키면 負모멘트가 생겨서 載荷時에 有利하게 된다.

*參與會員·高麗大學校 工科大學 土木工學科 敎授

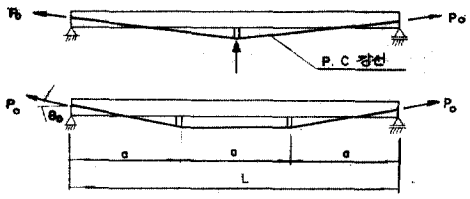

그림 1.

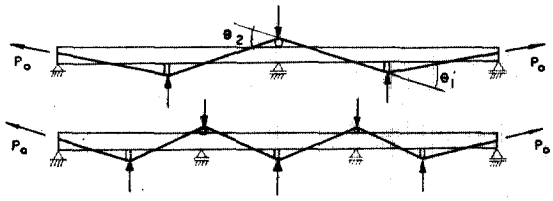

그림 2.

支壓材 2個를 설치하여 그림의 $a=\frac{l}{3}$로 하면 單純桁의 最大正모멘트 $wl^2/8$(等分布荷重일 때)과 等置하는 負모멘트를 생기게 할 수 있다.

連續桁이 2徑間일 때 各 支間中央에 1個支壓材의 滑節를 두어서 그림 2(a)와 같이 pre-stressing하며, 3徑間連續桁에서 그림 2(b)와 같이 pre-stressing하면[1] 實荷重載荷時의 反對方向의 pre-stressing 모멘트와 軸方向力(壓縮力)을 加하게 된다.

鈑桁橋를 製作하여 架設할 時期에 比較的 작은 斷面積을 補强하여 큰 斷面積에 比等할만한 耐荷力을 갖도록 하는 것이 이 硏究의 目的이며 그림 1,2와 같은 補强法[2]을 쓰는 것이다.

(1) 補强에 쓰이는 것은 PC 鋼線이며 效果的으로 pre-stressing하기 위해서 鋼桁下緣에 支壓材를 설치하여 hinge 역할하게 하고 上緣에는 所定의 鋼圓環柱[3]를 설치하여 역시 hinge하게 한다.

(2) 兩端圖心部에는 碇着裝置가 置中되는 鋼製箱子形을 붙인다.

(3) 支間 10 m의 單徑間 2徑間連續을 I 形鋼(I-600×190)을 사용하였고 支間 14.7 m의 3徑間을 I-900×300을 사용하여 實例計算 하였으며 이 原則은 鈑桁에 그대로 適用되며 普通 제일 많이 있는 I 形鋼道路橋에 프레시네 cable과 그 정착장치를 利用해서 쉽게할 수 있는 工法이다.

Ⅱ. 緊張力(Pre-stressing Force) 決定

單純桁 連續桁의 兩端部에서 pre-stressing하면 端部에 壓縮力이 作用하고 支間에서 上向力의 負모멘트가 생기게 된다. 이 上向力은 2徑間連續桁 3徑間連續桁에서는 端모멘트를 일으키어 모멘트의 分配現象을 惹起시킨다. 모멘트나 壓縮力으로 桁에 휨압축응력과 引張應力이 생기며 휨압축응력은 挫屈을 考慮한 許容應力 범위내에 들어야 한다.

單純桁에서 (그림 1 참조)

$$-\frac{P_0\cos\theta_0}{A}-\frac{P_0\sin\theta_0\times l/3}{Z}=-\sigma_{ca}\text{(下緣)}\quad(1)$$

P_0…긴장력　Z…斷面係數　A…斷面積

$$-\frac{P_0\cos\theta_0}{A}+\frac{P_0\sin\theta_0\times l/3}{Z}=\sigma_{ta}\text{(上緣)}\quad(2)$$

σ_{ca}…許容휨압축응력

σ_{ta}…許容휨인장응력

(1), (2)로서 P_0를 定할 수 있다.

2徑間連續桁에서 (그림 2 참조)

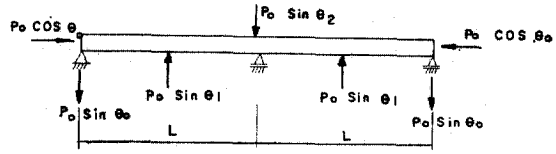

그림 3.

그림 3과 같은 外力이 생겨서 固定端모멘트 $\frac{P_0\sin\theta_1}{8}l$가 생겨서 다음과 같이 된다.

A		B
$P_0\frac{\sin\theta_1}{8}l$	$\frac{-P_0\sin\theta_1 l}{8}$	
$-P_0\frac{\sin\theta_1}{8}l\rightarrow$	$\frac{-P_0\sin\theta_1 l}{16}$	
0	$\frac{3P_0\sin\theta_1}{16}l$	$+\frac{3P_0\sin\theta_1 l}{16}$

$$M_B=-P_0\sin\theta_0 l+P_0\sin\theta_1\frac{l}{2}+\frac{3P_0\sin\theta_1 l}{16} \quad (3)$$

$$M_C=-P_0\sin\theta_0\frac{l}{2}-P_0\sin\theta_1\frac{l}{4}+\frac{3P_0\sin\theta_1 l}{16}\times\frac{1}{2} \quad (4)$$

B 點에서

$$-\frac{P_0\cos\theta_0}{A}\mp\frac{M_B}{Z}=\begin{cases}-\sigma_{ca}\\ \sigma_{ta}\end{cases} \quad (5)$$

C 點에서

$$-\frac{P_0\cos\theta_0}{A}\pm\frac{M_C}{Z}=\begin{cases}\sigma_{ta}\\ -\sigma_{ca}\end{cases} \quad (6)$$

즉 P_0 를 決定할 수 있다.

3徑間連續桁에서

그림 4와 같이 端部의 PC 鋼線傾斜角이 θ_0 1, 3徑間에서 θ_1 2徑間에서 θ_2 될 때 그림 (b)와 같은 外力作用을 받게된다. 中間支點 B의 左右支間에서 固定端모멘트 $P_0\sin\theta_1\frac{l_1}{8}$, $P_0\sin\theta_2\frac{l_2}{8}$가 생긴다.

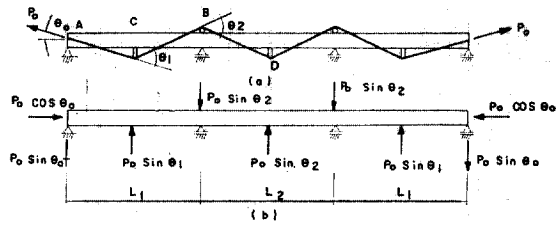

그림 4.

만약 $l_1=l_2$ 일 때는 대칭구조에 대칭하중이 作用할 때여서 모멘트의 分配係數는 1/3, 2/3 로 된다(3경간 全同一斷面).

A	B	
$\frac{l_1P_0}{8}\sin\theta_1$	$-\frac{l_1P_0}{8}\sin\theta_1$	$+\frac{l_2P_0}{8}\sin\theta_2$
$-\frac{l_1P_0}{8}\sin\theta_1\rightarrow$	$-\frac{l_1P_0}{16}\sin\theta_1$	
$\frac{2}{3}\left[\frac{l_1P_0}{8}\sin\theta_1-\frac{l_2P_0}{8}\sin\theta_2+\frac{l_1P_0}{16}\sin\theta_1\right]$		$-\frac{1}{3}\left[\frac{l_1P_0}{8}\sin\theta_1-\frac{l_2P_0}{8}\sin\theta_2+\frac{l_1P_0}{16}\sin\theta_1\right]$
$-\frac{lP_0}{16}\sin\theta_1-\frac{l_2P_0}{12}\sin\theta_2$		$\frac{l_1P_0}{16}\sin\theta_1+\frac{l_2P_0}{12}\sin\theta_2$ (7a)

各 支間의 휨모멘트는 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}&-P_0\sin\theta_0 x+\frac{M_B}{l}x \quad 0\le x\le l_1\\ &-P_0\sin\theta_0 x+\frac{M_B}{l}x+P_0\sin\theta_1\left(x-\frac{l_1}{2}\right)\\ &\qquad\qquad \frac{l_1}{2}\le x\le l_1\\ &-P_0\sin\theta_0 x+P_0\sin\theta_1\left(x-\frac{l_1}{2}\right)\\ &\qquad +M_B-P_0\sin\theta_2(x-l_1)\\ &\qquad\qquad l_1\le x\le l_1+\frac{l_2}{2}\end{aligned}\right\} \quad (7b)$$

實荷重으로 휨모멘트가 가장 커지는 部分이 中間支點 B이므로 이 部分에 pre-stress를 가장 크게 주는 것이 效果的이다.

$$-\frac{P_0\cos\theta_0}{A}-\frac{M_B}{Z}=-\sigma_{ca}\quad (上緣)$$

$$-\frac{P_0\cos\theta_0}{A}+\frac{M_B}{Z}=\sigma_{ta}\quad (下緣)$$

즉 P_0를 決定할 수 있다.

Ⅲ. 構造解析과 許容荷重

1. 構造解析

PC 鋼線으로 緊張作業을 해서 端部碇着시켜 놓은 單純桁에 實荷重이 作用하면 內的 1次 不靜定構造로서 鋼線에 部材力作用이 있게 된다.

2徑間連續桁에 緊張力을 주어서 pre-stress를 주게 되면 1次 不靜定構造에 外力인 軸力과 휨모멘트를 주는 것이고 또 이에 實荷重이 作用하면 1次 不靜定을 基本系로 하는 구조에 碇着된 PC 鋼線(未知力 X_a가 作用한다고 본다)이 不靜定力으로 된다. 즉 2次 不靜定 구조로 된다.

3徑間連續桁에서는 이 3徑間連續桁을 基本系로 보고 pre-stressing되어 碇着된 PC 鋼線의 作用力을 不靜定으로 보아서 實荷重作用時의 이 作用力을 求할 수 있다.

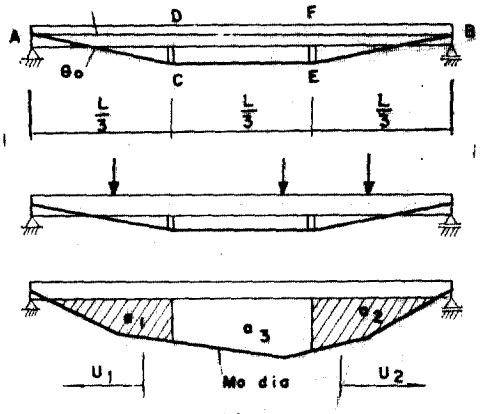

그림 5.

어느 것이던지 PC 鋼線에는 pre-stress 힘과 實荷重作用時의 作用力 즉, 部材力의 2가지 힘이 作用되며 作用力도 pre-stress를 增加시키게 된다.

(1) 單純桁

支間의 1/3되는 2個所에 높이 h되는 支壓材 DC, FE를 설치하여 그 先端을 통과하는 PC 鋼線을 P_0로 緊張하여 端圖心部에 碇着시킨다. 荷重作用時 $ACEB$에 생기는 作用力 X_a는 다음과 같다.

$$X_a=\frac{\int\frac{M_0M_a}{EI}dx}{\int\frac{M_a^2}{EI}dx}\cdot\frac{1}{\left\{1+\frac{[N_a^2]}{[M_a^2]}\right\}} \tag{8}$$

I, A, E…AB 桁의 2次 모멘트 단면적 탄성계수

A_1, E_1…PC 鋼線의 단면적 탄성계수

A_3, E_3…支壓材 DC, FE의 단면적 탄성계수

M_0…靜定基本系의 任意點의 휨모멘트

M_a…기본계에 $X_a=1$만 作用할 때의 任意點의 휨모멘트

支壓材의 端部는 滑動되므로 PC 鋼線에는 引張力이 同一하게 된다.

X_a가 定하여지면

$M_{AD}=M_0-xX_a\sin\theta_0$ (AD에서)

$M_{DF}=M_0-\frac{l}{3}X_a\sin\theta_0$ (DF에서)

$N_{AB}=-X_a\cos\theta_0$

X_a를 계산하기 위한 (8) 式의 各項은 다음과 같다.

$$[M_0M_a]=\int\frac{M_0M_a}{EI}dx$$

$$=\int_0^{\frac{l}{3}}\frac{M_0(-x\sin\theta_0)}{EI}dx+\int_0^{\frac{l}{3}}\frac{M_0(-x\sin\theta_0)}{EI}dx+\int_{\frac{l}{3}}^{\frac{2l}{3}}{}_{DF}\frac{M_0\left(-\sin\theta_0\frac{l}{3}\right)}{EI}dx$$

(AD에서) (BF에서)

$$=-\frac{\sin\theta_0}{EI}\int_0^{\frac{l}{3}}M_0xdx-\frac{\sin\theta_0}{EI}\int_0^{\frac{l}{3}}M_0xdx-\frac{l\sin\theta_0}{3EI}\int_{\frac{l}{3}}^{\frac{2l}{3}}{}_{DF}M_0dx$$

$$=-\frac{\sin\theta_0}{EI}a_1u_1-\frac{\sin\theta_0}{EI}a_2u_2-\frac{l\sin\theta_0}{3EI}a_3 \quad (\text{그림 } 5\text{ 참조})$$

$$=-\frac{\sin\theta_0}{EI}\left\{a_1u_1+a_2u_2+\frac{l}{3}a_3\right\} \tag{9}$$

$$[M_a^2]=\int\frac{M_a^2}{EI}dx=2\int_0^{\frac{l}{3}}\frac{x^2\sin^2\theta_0}{EI}dx+\int_{\frac{l}{3}}^{\frac{2l}{3}}\frac{\sin^2\theta_0\left(\frac{l}{3}\right)^2}{EI}dx=\frac{5l^3\sin^2\theta_0}{81EI}$$

$$[N_a^2]=\int\frac{N_a^2}{EA}dx=\int_0^{l}\frac{\cos^2\theta_0}{EA}dx+2\int_0^{\frac{l}{3}\sec\theta_0}\frac{1}{E_1A_1}dx+2\int_0^{h}\frac{(\sin\theta_0)^2}{E_3A_3}+\int_0^{\frac{l}{3}}\frac{1}{E_1A_1}$$

$$=\frac{l}{3EA}\left(3\cos^2\theta_0+2\frac{EA}{E_1A_1}\sec\theta_0+2\frac{EA}{E_3A_3}\ \frac{h}{l}\sin^2\theta_0+\frac{EA}{E_1A_1}\right)$$

$E=E_1=E_3$일 때

$$\frac{[N_a^2]}{[M_a^2]}=\frac{27I}{5Al^2\sin^2\theta_0}\left(3\cos^2\theta_0+\frac{2A}{A_1}\sec\theta_0+\frac{2A}{A_3}\frac{h}{l}\sin^2\theta_0+\frac{A}{A_2}\right)$$

$$r=\frac{1}{1+\frac{[N_a^2]}{[M_a^2]}}=\left\{1+\frac{27I}{5Al^2\sin^2\theta_0}\left(3\cos^2\theta_0+\frac{2A}{A_1}\sec\theta_0+\frac{2A}{A_3}\frac{h}{l}\sin^2\theta_0+\frac{A}{A_2}\right)\right\}^{-1} \qquad (10)$$

즉 X_a는 다음과 같다.

$$X_a=\frac{[M_0M_a]}{[M_a^2]}r=-\frac{81}{5l^3\sin\theta_0}\left\{a_1u_1+a_2u_2+\frac{l}{3}a_3\right\}r \qquad (11)$$

X_a의 影響線

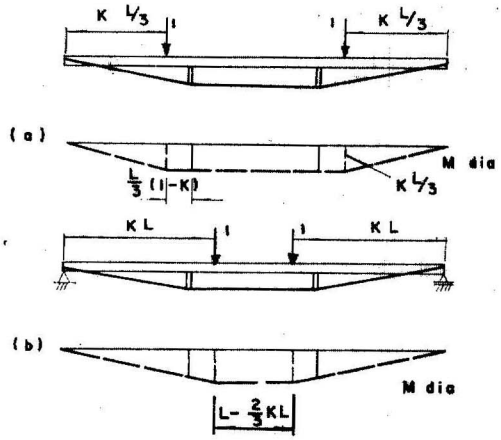

그림 6.

2支壓材의 對稱構造 任意點에 單位荷重이 재하되는 것은 그림 6과 같이 對稱되는 任意點 한쌍에 單位荷重 $P=1$을 놓았을 때의 값의 1/2[4]로 환원된다. 여기 任意點은 $k\frac{l}{3}$로 표시하여 $k\leqq1$, $k\geqq1$로 나누워진다.

$$a_1u_1=\frac{1}{2}\left[k\frac{l}{3}\times\frac{kl}{6}\times\frac{2}{3}\left(\frac{kl}{3}\right)+\frac{kl}{3}\left(\frac{l}{3}-\frac{kl}{3}\right)\left\{\frac{kl}{3}+\frac{1}{2}\left(\frac{l}{3}-\frac{kl}{3}\right)\right\}\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{k^3l^3}{81}+\frac{kl^3}{54}(1-k)\right\}$$

$$\therefore\ a_1u_1+a_2u_2=\frac{k^3l^3}{81}+\frac{kl^3}{54}(1-k)$$

그림 6 (a) M dia의 1/2로서

$$a_3=\frac{1}{2}\ \frac{kl}{3}\times\frac{l}{3}=\frac{kl^2}{18}$$

$$X_a=\frac{81}{5l^3\sin\theta_0}\left\{\frac{k^3l^3}{81}+\frac{kl^3}{54}(1-k^2)+\frac{kl^3}{54}\right\}r$$

$$=\frac{1}{15\sin\theta_0}(9k-15k^3)r\cdots\left(k\frac{l}{3}\leqq\frac{l}{3}\right) \qquad (12)$$

一般式 $X_1\delta_{11}+X_2\delta_{12}+\cdots+\delta_{1.0}=0$으로서 負號가 正號로 되었다.

$k\frac{l}{3}\geqq\frac{l}{3}$ (그림 6 (b)참조)

$$a_1u_1+a_2u_2=\frac{l}{3}\times\frac{l}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\left(\frac{l}{3}\right)=\frac{1}{18}l^3$$

$$a_3=\frac{1}{2}\left\{\left(l-\frac{2kl}{3}\right)\frac{kl}{3}+\frac{l^2}{9}(k^2-1)\right\}$$

$$=\frac{l^2}{8}(-k^2+3k-1)$$

$$X_a=\frac{1}{10\sin\theta_0}(-3k^2+9k-1)r \qquad (13)$$

$k\frac{l}{3}\geq\frac{l}{3}$

$k=1$에서 $X_a=\frac{1}{2\sin\theta_0}r$ (12), (13) 同一値

$\left(\frac{dX_a}{dk}\right)_{k=1}=\frac{3}{10\sin\theta_0}r$ (12), (13) 同一値

k를 변화시켜서 (12), (13)式으로 X_a의 影響値를 알 수 있다.

$\frac{l}{3}$를 4等分하여 k값에 따른 X_ar는 다음 표

표 1.

단면위치	k	$9k-15k^3$ or$(9k-3k^2-1)$	X_ar	X_a
1	0.25	2.2266	0.8553	0.2003
2	0.50	4.3125	1.6523	0.3869
3	0.75	6.1173	2.3438	0.5489
4	1.00	7.5000	2.8736	0.6730
5	1.25	5.5625	3.1698	0.7480
6	1.50	5.7500	3.3045	0.7739

($\sin\theta_0=0.216$ $r=0.2342$)

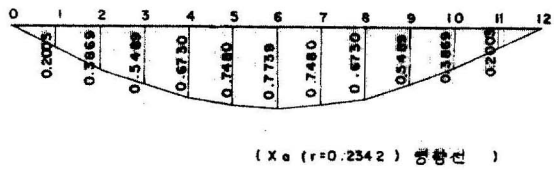

그림 7.

1과 같이 되여 $r=0.2342$(支壓材 45 cm 높이) 그림 7과 같은 영향선이 된다.

(2) 2徑間連續桁

2徑間連續桁 全徑間을 等斷面으로 所定의 緊張力 P_0로 pre-stressing하여 兩端圖心部에 PC 鋼線碇着 시킨다. 1次不靜定인 2徑間連續桁을 基本系로 하여 그 任意點에 單位荷重 1이 作用할 때의 各點의 휨모멘트 즉 모멘트圖는 旣知라고 하면 單純桁에서와 같이 PC 鋼線에 作用하는 不靜定力을 求할 수가 있다. 즉

$$X_a=\frac{[M_0M_a]}{[M_a^2]}\left\{1+\frac{[N_a^2]}{[M_a^2]}\right\}^{-1}$$

M…2徑間連續桁의 휨모멘트

M_a, N_a…不靜定力 $X_a=1$ 때의 모멘트와 軸力

10 m+10 m의 2徑間連續桁에 $I-600\times190$을 쓰고 各支間中央에 30 cm 높이의 支壓材를 쓸 때 (3)式과 그림 8로서

$$P_0\sin\theta_0=0.1190P_0$$

$$P_0\sin\theta_1=0.3228P_0$$

$$-\frac{3P_0\sin\theta_1 l}{16}=-0.6053P_0$$

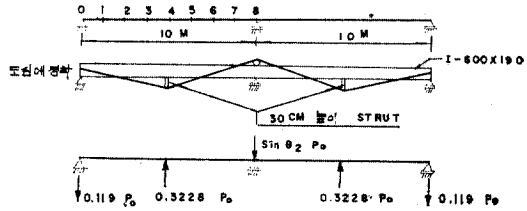

그림 8.

任意點의 M_a는 다음과 같고 M_0는 그림 9[5]와 표 2에 표시되어서 $[M_0M_a]$, $[N_a^2]$, $[M_a^2]$는 다음과 같이 計算된다.

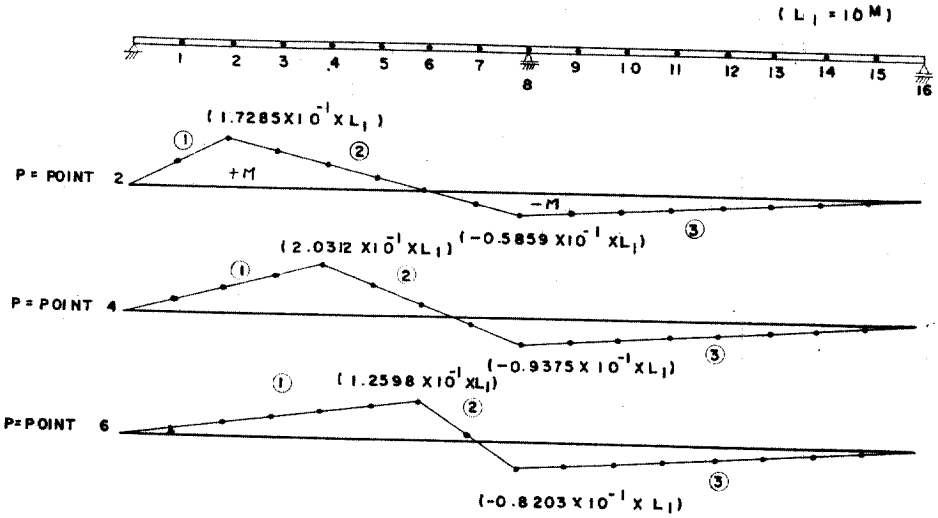

그림 9. 2-span 연속교 모멘트 도

표 2.

Point / Equation	P="Point 2"	P="Point 4"	P="Point 6"
① Origin "0"	$0.6914x$ ($x=0\sim2.5$m)	$0.40624x$ ($x=0\sim5.0$m)	$0.16797x$ ($x=0\sim7.5$m)
② Origin "0"	$-0.3086x+2.50$ ($x=2.5\sim10.0$m)	$-0.59374x+5.00$ ($x=5.0$m~10.0m)	$-0.83204x+7.50$ ($x=7.5\sim10.0$m)
③ Origin "16"	$-0.05859x$ ($x=0\sim10$m)	$-0.09375x$ ($x=0\sim10$m)	$-0.08203x$ ($x=0\sim10$m)

〔N_a^2〕 계산에서 支壓材는 r에 미치는 影響이 微小하여서 計算에 加算치 않았다〔(10)式 참조〕.

단면위치	M_a 표시
0～2.5m	$-0.119x+\frac{0.6053}{10}x=-0.05837x$
2.5～5.0m	$-0.0537x$
5.0m～10m	$-0.05837x+0.3228(x-5)$

단면 2에서 $1/EI$를 생략해서 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
〔M_0M_a〕&=\int_0^{2.6}0.6914x(-0.05837x)dx\\
&+\int_{2.5}^{5}(-0.3086x-2.5)(-0.05837x)dx\\
&+\int_5^{10}(-0.3086x+2.5)\{-0.05837x\\
&+0.3228(x-5)\}dx+\int_0^5(-0.05859x)\\
&(-0.05837x)dx\\
&+\int_5^{10}(-0.05859x)\{-\{0.05837x\\
&+0.3228(x-5)\}dx\\
&=\int_0^{2.5}(-0.040357x^2)dx+\int_{2.5}^{5}(0.018013x^2\\
&-0.14593x)dx+\int_5^{10}(-0.081603x^2\\
&+1.15915x-4.035)dx\\
&+\int_0^5 0.00342x^2dx+\int_5^{10}(-0.01549x^2\\
&+0.09456x)dx=-2.25873
\end{aligned}$$

같은 方法으로 다음과 같다.

	〔M_0M_a〕		〔M_0M_a〕
단면 1	−1.22879	단면 5	−2.3073
단면 3	−2.89896	단면 6	−1.38434
단면 4	−2.94327	단면 7	−0.40096

$$\begin{aligned}
〔N_a^2〕&=2\int_0^{l}\frac{\cos\theta_0^2}{EA}dx+2\int_0^{\frac{l}{2}\sec\theta_0}\frac{1}{EA_1}dx\\
&+2\int_0^{\frac{l}{2}\sec\frac{\theta_2}{2}}\frac{1}{EA_1}dx\\
&=\frac{1.97166}{EA}l+\frac{1.00716}{EA_1}l+\frac{1.02239}{EA_1}l\\
&=\frac{l}{EA}\left(1.97166+\frac{A}{A_1}2.02955\right)
\end{aligned}$$

A : 桁斷面積　A_1 : PC 鋼線斷面積

$$〔M_a^2〕=\int\frac{M_a^2}{EI}dx\text{(2경간 全體)}$$

$$\begin{aligned}
&=\frac{2}{EI}\int_0^5(0.05837)^2x^2dx\\
&+\frac{2}{EI}\int_5^{10}(0.26443x-1.614)^2dx\\
&=\frac{3.10384}{EI}
\end{aligned}$$

I 600×190(A=169.4cm², I=98200cm⁴)을 사용하면

$$\begin{aligned}
\frac{〔N_a^2〕}{〔M_a^2〕}&=\frac{\frac{l}{EA}1.97166+\frac{A}{A_1}2.02955)}{\frac{1}{EI}\times3.10384}\\
&=\frac{lI}{A}\left(0.635233+\frac{A}{A_1}0.653884\right)\\
&=\frac{10\times9.82^{-4}}{169.4}\left(0.635233+\frac{169.4}{11.20}\right.\\
&\left.\times0.653884\right)=6.1014
\end{aligned}$$

$$r=\left\{1+\frac{〔N_a^2〕}{〔M_a^2〕}\right\}^{-1}=\{1+6.1014\}^{-1}=0.141$$

$X_a=\frac{〔M_0M_a〕}{〔M_a^2〕}r$의 영향선은 그림 10과 같고 그 면적은

$\sum X_a=5.40562r$ (Simpson 공식이용 단위 : m)

$=0.7622(r=0.141)$

兩徑間 총면적

$\sum X_a=0.7622\times2\times100=152.44$(단위 : cm)

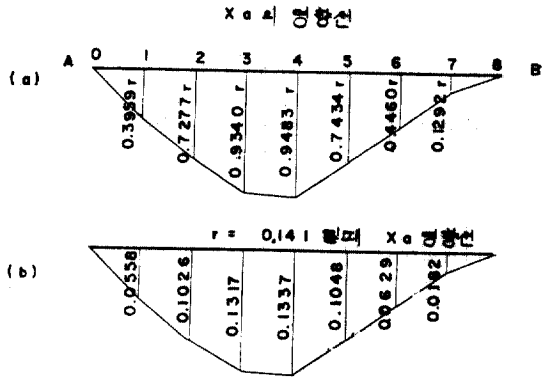

그림 10.

(3) 3徑間連續桁

3徑間連續보(等斷面) 任意點에 單位荷重 P=1이 載荷되었을 때의 휨모멘트圖는 旣知事項으로 하여 緊張力을 준 PC 鋼線이 碇着되면 1次

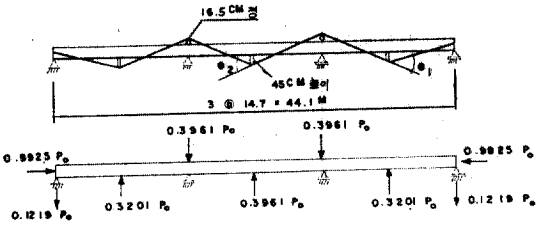

그림 11.

不靜定力으로 作用하는 것은 2徑間連續 때와 같으며 같은 方式으로 計算된다.

3徑間의 各支間中央點에 支壓材 45 cm 높이의 滑節로 하여 兩端部圓心에 鋼線碇着 시킨다. 14.7 m×3徑間이고 I900×300(A=3098 cm^2, I =411000 cm^4 Z=9140 cm^3)를 斷面으로 쓸 때 諸數値와(7a, b)式을 이용한 M_B M_a를 표시하는 任意點의 M_x는 다음과 같다.

$$\tan\theta_0-\frac{90}{735}=0.12245$$

$$\sin\theta_0=0.1219$$

$$\tan\theta_1=\frac{45+90+16.5}{735}=0.2061$$

$$\sin\theta_1=0.3201$$

$$\sin\theta_2=0.3961$$

$$M_B=\frac{14.7P_0}{16}0.320+\frac{14.7P_0}{12}0.3961=0.7793P_0$$

$$=77.93P_0(\text{단위 : cm}) \qquad (14)$$

$$M_x=-0.1219P_0x+\frac{0.7793}{14.7}P_0x,\ 0\leqq x\leqq\frac{14.7}{2}$$

$$=-0.068886P_0x \qquad (15)$$

$$M_x=-0.68886P_0x+0.3201P_0(x-735),\ \frac{14.7}{2}\leqq x\leqq 14.7$$

$$=0.251214P_0x-235.274P_0$$

(단위 : cm) (16)

$$M_x=-0.1219P_0x+0.3201P_0(x-7.35)+0.7793P_0-0.3961(x-14.7)$$

$$14.7\leqq x\leqq 14.7+\frac{14.7}{2}$$

$$=-0.1979P_0x+346.993P_0$$

(단위 : cm) (17)

위 式으로 M_a dia를 圖示하면 그림 12(단위 : m)와 같이 된다. 3徑間을 8等分하여 各點에 單純荷重 1이 作用할 때의 모멘트圖 즉 M_0 dia[6]를 그려서 이들을 函數化하면 표 3과 같다. 8等分한 제 1支間 "point 1"에 대하여 $[M_0M_a]$를 계산하면 다음과 같다$\left(\frac{1}{EI}\text{생략}\right)$.

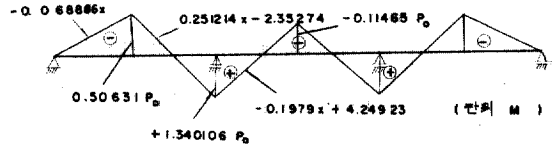

그림 12. M_a dia

표 3.

위 치 \ 휨 M의 式	①	②	③	④
Point 1	0.8422x (0~1.8375m)	−0.1578x+1.83705 (1.8375~14.7m)	0.04101x−1.0852 (14.7~29.4m)	0.00823x 14.7←0
Point 2	0.68748x (0~3.675m)	−0.3125x+3.675 (3.675~14.70m)	0.07813x−2.0673 14.70~29.40	0.01563x 14.7←0
Point 3	0.5390x (0~5.5125m)	−0.4609x+5.51205 (5.5125~14.7)	0.1074x−2.8421 (14.7~29.4)	0.0215x 14.7←0
Point 4	0.4000x (0~7.35m)	−0.6000x+7.35 (7.35~14.70m)	0.1250x−3.3075 14.70~29.40	0.0250x 14.7←0
Point 5	0.2734x (0~9.1875)	−0.7266x+9.18705 (9.1875~14.7)	0.1269x−3.3583 (14.7~29.4)	0.0254x 14.7←0
Point 6	0.1625x (0~11.025)	−0.83748x+11.025 (11.025~14.70)	0.10938x−2.8941 (14.70~29.40)	0.02188x 14.7←0

Point 7	$0.07031x$ $(0\sim12.8625)$	$-0.9297x+12.86205$ $(62.8625-14.7)$	$0.06836x-1.8088$ $(14.7\sim29.4)$	$0.0137x$ $14.7\leftarrow0$
Point 9	$-0.04648x$ $(0\sim14.7)$	$0.9023x-13.9471$ $(14.7\sim16.5375)$	$-0.09766x+2.5898$ $(16.5375\sim29.4)$	$-0.01914x$ $14.7\leftarrow0$
Point 10	$-0.071884x$ $0\sim14.7$	$0.78128x-12.5415$ $(14.70\sim18.375)$	$-0.218767+5.8343$ $(18.375\sim29.40)$	$-0.04063x$ $14.7\leftarrow0$
Point 11	$-0.08008x$ $(0\sim14.7)$	$0.6445x-10.6513$ $(14.7\sim20.2125)$	$-0.35547x+9.5607$ $(20.2125\sim29.4)$	$-0.0606x$
Point 12	$-0.0750x$ $(0\sim14.70)$	$0.5000x-8.4525$ $(14.70\sim225.0)$	$-0.5000x+13.5975$ $(22.05\sim29.40\text{m})$	$-0.075x$ $14.7\rightarrow0$

제 1경간 點 1에 대한 $[M_0M_a]$ 계산

$$\int_0^{1.8375}0.8422x(-0.06886x)dx+\int_{1.8375}^{7.35}(-0.1578x+1.8375)(-0.068886x)dx+\int_{7.35}^{14.70}(-0.1578x+1.8375)(0.251214x-2.35274)dx+\int_{14.70}^{22.05}(0.04101x-1.0852)(-0.1979x+4.24923)dx+\int_{22.05}^{29.40}(0.04101x-1.0852)(0.1979x-4.47816)dx$$

$$+\int_0^{7.35}(0.00823x)(-0.068886x)dx+\int_{7.35}^{14.70}(0.00823x)(0.25124x-2.35274)dx$$
$$=-0.11999+(1.41622-3.20539)+(-36.7259+67.49058-31.77523)+(-20.40969+52.53958-33.89276)+(39.74519-75.33086+35.71880)+(-0.07503)+(1.91551-1.56906)$$
$$=-4.27803$$

같은 方法으로 各點의 $EI[M_0M_a]$를 계산하면 다음과 같다.

2 점	3 점	4 점	5 점	6 점	7 점	9 점	10 점	11 점	12 점
−7.89856	−10.19853	−10.51922	−8.5322	−5.23245	−1.94633	−0.29389	−2.02511	−3.96487	−4.88452

또 $[N_a^2]$, $[M_a^2]$으로 r를 다음과 같이 계산한다. 支壓材의 영향은 계산치에 微小한 역할이여서 加算치 않았다.

$$[N_a^2]=\int_0^l\frac{\cos^2\theta_0}{EA}dx\times3+2\int_0^{\frac{l}{2}\sec\theta_0}\frac{1}{EA_1}dx+4\int_0^{\frac{l}{2}\sec\frac{\theta_2}{2}}\frac{1}{EA_1}dx=\frac{43.4385}{EA}+\frac{44.83204}{EA_1}=\frac{l}{EA}\left(2.955+\frac{A}{A_1}3.0498\right)$$

$$[M_a^2]=\frac{2}{EI}\left[\int_0^{7.35}(-0.06886x)^2dx+\int_{7.35}^{14.7}(0.251214x-2.35274)^2dx+\int_{14.7}^{22.05}(0.1979x+4.24923)^2dx\right]=\frac{2}{EI}[330.9821-322.84287]=\frac{16.2785}{EI}$$

$$r=\left[1+\frac{[N_a^2]}{[M_a^2]}\right]^{-1}$$

$$\frac{[N_a^2]}{[M_a^2]}=\frac{\frac{l}{EA}\left(2.955+\frac{A}{A_1}3.0498\right)}{\frac{1}{EI}\times16.2785}=10.46045$$

$I=411000\ \text{cm}^4=0.411\times10^{-2}\text{m}^4$

$A=309.8\ \text{cm}^2=0.3098\times10^{-1}\text{m}^2$

$r=0.09$

X_a의 影響線은 各點에 單位荷重 1이 재하되였을 때의 값을 재하점에 縱距로 표시한 것이다. 즉 다음과 같고 그림 13에 나타내었다.

재하점	$[M_0M_a]/[M_a^2]$	$[M_0M_a]/[M_a^2]\times r$
1	0.2680	0.02365
2	0.4852	0.04367
3	0.62650	0.05638
4	0.64620	0.05816

5	0.52414	0.04717
6	0.32143	0.02893
7	0.11956	0.01076
9	0.01805	0.00160
10	0.12440	0.01120
11	0.24356	0.02192
12	0.3006	0.02701

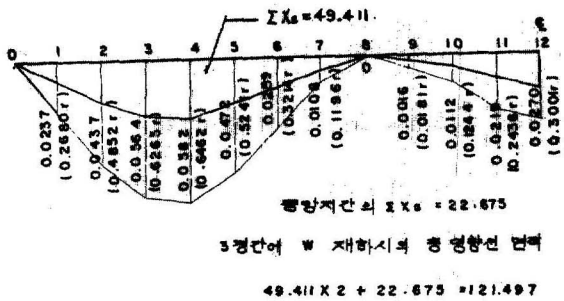

그림 13.

2. 許容荷重

(1) 單純桁

支間 10 m에 $I-600\times190$을 사용할 경우 中央點에 集中荷重을 주어서 挫屈을 생각한 허용휨압축응력을 1240 kg/cm² 로 할 때 許容集中荷重은 16.22 ton이 된다.

支間 3等分點에 支壓材(높이 45 cm)를 各 各 설치하여 P_0로 pre-stressing하여 兩端圖心部에 碇着시킨다. P_0는 (1) 또는 (2)式에 따른다. (10)式에 따라 r를 支壓材 높이 45 cm($h=30445$)일 때 계산하면 다음과 같다.

$$r=\left\{1+\frac{27I}{5Al^2\sin^2\theta_0}\left(3\cos^2\theta_0+\frac{2A}{A_1}\sec\theta_0+\frac{2A}{A_3}\frac{h}{l}\sin^2\theta_0+\frac{A}{A_1}\right)\right\}^{-1}$$

$A=169.4\ \text{cm}^2$ $\quad I=98200\ \text{cm}^4$

A_3(支壓材)$=100\ \text{cm}^2$

A_1=PC 鋼線$=12\times0.909=11.15\ \text{cm}^2$

$$\frac{h}{t}=\frac{75}{1000}\quad \sin\theta_0=0.216\quad \sec\theta_0=\frac{1}{0.976}$$

$r=0.2342$

(i) 支間中央의 集中荷重

$P_0=44.44$ ton 이면 支間中央의 下緣에 −1235 kg/cm²(≒1240 kg/cm²)가 생기고 上緣에 +723 kg/cm² 가 생겨서 實荷重應力을 下緣에 2635 kg/cm² 上緣에 −1963 kg/cm² 를 받을 수 있다. 따라서 다음과 같은 中央點의 集中荷重 P가 許容된다.

$$P\left[\mp\frac{l/4}{Z}\pm\frac{0.7739\sin\theta_0\frac{l}{3}}{Z}-\frac{0.7739\cos\theta_0}{A}\right]=\begin{cases}-1963\\+2635\end{cases}$$

$l=1000$ cm, $\quad Z=3270\ \text{cm}^3\quad A=169.4\ \text{cm}^2$

$\sin\theta_0=0.216\quad\cos\theta_0=0.976$

$P=30.75^T$ *ok* 47.95^T

1.90=30.75/16.22 (압축응력 기준)

2.62=47.95/18.31 (인장응력 기준)

(ii) 等分布荷重

支間 10 m에 $I-600\times190(Z=3270)$을 사용할 경우 許容等分布荷重 w는 3.244 t/m(−1240 kg/cm² 기준), 3.662 t/m(+1400 kg/cm² 기준)이다. P_0로 pre-stress된 이 構造에는 다음과 같은 w'를 等分布시킬 수 있다(그림 10 영향선 참조).

$$w'\left[\mp\frac{\frac{l^2}{8}}{Z}\mp\frac{\sin\theta_0\frac{l}{3}}{Z}\Sigma X_a-\frac{\cos\theta_0\Sigma X_a}{A}\right]=\begin{cases}-1963\\+2635\end{cases}$$

ΣX_a는 다음과 같다.

$$\Sigma X_a=2\int_0^1 X_a dk+\int_1^2 X_a dk$$

$$=\frac{2r}{10\sin\theta_0}(4.5-0.25)+\frac{r}{5\sin\theta_0}\left[-3\frac{1}{3}(k^3)_1^2+9\times\frac{1}{2}(k^2)_1^2-2(k)_1^2\right]$$

$$=\frac{8.75r}{5\sin\theta_0}k\quad \text{대신 } \frac{l}{3}k \text{ 이여서}$$

$$=\frac{8.75\times0.2342}{5\times0.216}\times\frac{1000}{3}=632.5$$

$$w'\left[\mp\frac{l^2/8}{Z}\pm\frac{0.216\frac{l}{3}}{Z}632.5-\frac{0.976}{A}632.5\right]=\begin{cases}-1963\\+2635\end{cases}$$

$$w'[\mp38.226\pm13.9266-3.6442]=\begin{cases}-1963\\+2635\end{cases}$$

$w'=7.025$ t/m

$=12.757$ t/m

w'/w을 荷重增大率이라 하면 다음과 같다.

2.16=7.025/3.244

3.48=12.757/3.662

(2) 2徑間連續桁

各支間 10 m되는 2徑間連續桁에 $I-600\times190$을 사용하여 各支間中央에 30 cm 높이의 支壓材를 설치하고 中央支點上緣에 直徑 165 mm의 圓環柱를 설치하여 兩端圓心部에 碇着토록 pre-stressing 한다. 즉, 그림 14와 같다.

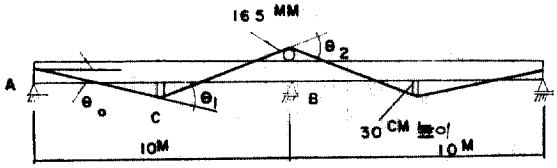

그림 14.

이때 (3), (4)式에 필요한 3角函數 값은 다음과 같아 M_B M_C가 계산된다.

$\sin\theta_0=0.11898$ $\cos\theta_0=0.9929$

$\sin\theta_1=0.3228$ $\cos\theta_1=0.9465$

$\sin\theta_2=0.4067$

$M_B=+102.93P_0$(kg-cm)

$M_C=-109.935P_0$(kg-cm)

C點에서 허용휨압축응력으로 pre-stress 시키기 위한 P_0는

C點; $-\frac{P_0\cos\theta_0}{A}\pm\frac{109.935}{Z}P_0=\begin{cases}+1400\\-1240\end{cases}$

-1240 kg/cm² 에 대해서 $P_0=31408$ kg

이때 上緣應力 $\sigma_t=+871.8$ kg/cm²

$P_0=31408$ kg 일 때

$A+B$; 上緣 -1172.7 kg/cm²(P.S)

下緣 $+804.6$ kg/cm²((P.S)

(i) 集中荷重

中央點 X_a의 영향치는 0.1337이여서 C點에 作用하는 許容集中荷重을 P라 할 때 휨모멘트는 $-109.935(0.1337P)$이고 軸壓은 $0.1337P\cos\theta_0$이다. 또 $0.5l$點의 2徑間連續桁(等斷面)의 모멘트影響線으로 $203.1P$(cm 표시)가 되어서

C點 $\mp\frac{203.1}{2}P\pm\frac{14.698}{Z}P-\frac{0.1337P}{A}0.9929$

$=\begin{cases}-2111.8\\+2640\end{cases}$

$P=\begin{cases}36.16\text{ t}\\46.45\text{ t}\end{cases}$

$0.5l$點의 모멘트영향선 $0.2031l$로서 휨압축응력 1240 kg/cm² 휨인장응력 1400 kg/cm² 에 대한 許容荷重은 各各 19.645 t, 22.180 t이다

荷重增大率 $\begin{cases}1.84=36.16/19.645\\2.09=46.45/22.180\end{cases}$

中間支點 B

中間支點에서 兩側支間으로 $0.4l$點에 集中荷重이 있을 때 모멘트영향이 최대이며

$0.096l\times2=192$ $(l=1000$ cm)

$\frac{192P'}{3270}=\begin{cases}1400\\1240\end{cases}\longrightarrow P'=\begin{cases}23.844\text{ t}\\21.118\text{ t}\end{cases}$

그림 10에 의하여 영향치 $X_a=0.11$

$\pm\frac{192P}{Z}\mp\frac{102.93(0.11P\times2)}{Z}$

$-\frac{0.22P\times0.9929}{A}=\begin{cases}+2572.7\\-2044.6\end{cases}$

$P=\begin{cases}50.94\text{ t}\\38.52\text{ t}\end{cases}$

增大率 $\begin{cases}2.14=50.94/23.844\\1.82=38.52/21.118\end{cases}$

(ii) 等分布荷重

等分布荷重의 兩支間에 滿載되였을 경우에 中間支點의 應力이 許容値에 도달하는 w'는 다음과 같다.

$w'=\begin{cases}3.662\text{ t/m} & (\sigma_{ta}=1400\text{기준})\\3.244\text{ t/m} & (\sigma'_a=1240\text{기준})\end{cases}$

$X_a=1$일 때 鋼線으로 B點에

$M_x=-0.05837x+0.3228(x-5)$

$=-0.05837\times1000+0.3228(1000-500)$

$=103$

全徑間에 w만재되였을 경우 B點에

$103w\sum X_a=103w\times152.44=15701.32w$

$\frac{-\frac{wl^2}{8}+15701.32w}{Z}-\frac{0.9928w\sum X_a}{A}$

$=\begin{cases}1172.7+1400\\-1240-804.6\end{cases}$

$w=\begin{cases}7.908\text{ t/m}\\6.285\text{ t/m}\end{cases}$

荷重增大率 $\begin{cases}2.16=7.908/3.662\\1.94=6.285/3.244\end{cases}$

(3) 3徑間連續桁

(i) 集中荷重

中間支點의 兩側支間 左로 $0.4l$, 右로 $0.4l$에 集中荷重이 있을 때 支點 모멘트가 最大로 되며

그 縱距는 $0.1024l$ $0.08l$ (l=14.7m)이여서 許容荷重 P'는 다음과 같이 42.269 t이다.

$$\frac{P'(0.1024+0.08)1470}{Z(=9140)}=1240$$

$$P'=42269\text{kg}$$

또 中間支點의 上緣에 pre-stess 1240 kg/cm² (압축응력)으로 되자면 (7a)式에 따라

$$M_B=\frac{lP_0}{16}\sin\theta_1+\frac{lP_0}{12}\sin\theta_2=77.931P_0$$

$$\frac{-77.931P_0}{Z}-\frac{P_0\cos\theta_0}{A}=-1240$$

P_0=105.714 t이고 이때 下緣에 +562.64 kg/cm²의 引張應力이 생겨서 上緣에 2640 kg/cm² 下緣에 −1802.64 kg/cm²를 받을 수 있다. 그래서 集中許容荷重을 左右 $0.4l$에 各各 P載荷시킬 때 (16), (17)式으로

$$0.251214P\times882-235.274P=-13.703P$$

$$-0.1979P\times2058+346.993P=-60.208P$$

P가 作用하면 X_a영향선 그림 13의 左右 $0.4l$ 點의 縱距 $0.0494P$, $0.0260P$로 되어서 다음 式이 成立된다.

$$\pm\frac{(0.1024+0.08)1470}{Z}P\mp\frac{(13.703+60.285)}{Z}$$

$$(0.0494P+0.0260P)-\frac{0.0754P}{A}\cos\theta_0$$

$$=\begin{cases}+2640\\-1802.64\end{cases}$$

$$P=\begin{cases}114.817^T\\76.775^T\end{cases}$$

즉 荷重增大率이 各各 2.72(=114.817/42.269) 1.82(=76.775/42.269)가 된다.

(ii) 等分布荷重

3徑間連續桁의 中間支點 휨모멘트의 影響線으로 1徑間 2徑間에 w가 滿載되였을 때 그 影響線面積[7]은 $-0.06667\,l_1^2$, $0.05\,l_2^2$이 되여서

$$\pm\frac{(0.06667+0.05)}{Z}-1470\,w=\begin{cases}+1400\\-1240\end{cases}$$

즉 許容等分布荷重

$$w=\begin{cases}5.07\text{ t/m}\\4.49\text{ t/m}\end{cases}$$

中間支點 pre-stress의 上緣에 −1240 kg/cm², 下緣에 +562.64 kg/cm² 생겨서 各各 2640 kg/cm², −1802.6 kg/cm²를 받을 수 있는 許容等分布荷重 w'는 다음 式으로 求할 수 있다(그림 13 참조). 이때 w'는 全 3徑間에 滿載되였다.

$$\pm\frac{0.1w'l^2}{Z}\mp\frac{134.0106}{Z}w'\sum X_a-\frac{w'\sum X_a}{A}$$

$$=\begin{cases}+2640\\-1802.6\end{cases}$$

134.0106은 (16)式에 따른 中間支點모멘트 $\sum X_a$=121.497(그림 13) 위 式으로 Z=9140 cm³ A=309.8 cm²(I−900×300)로 하여 w'를 求하면

$$w'=\begin{cases}12.312\text{ t/m}\\8.110\text{ t/m}\end{cases}$$

즉 荷重增大率이 2.43, 1.81이다.

$$w^1/w=\begin{cases}2.43(=12.312/5.07)\\1.81(=8.110/4.49)\end{cases}$$

Ⅳ. 結 論

單純桁 또는 連續桁에 最兩端部圖心部에 碇着裝置를 설치하고 支間部에 單純桁에서 2個 連續桁에서 中央下緣에 1個의 支壓材를 所定 높이로 설치하여 pre-stressing하면 實應力에 相殺시킬 수 있는 應力發生이 된다. 이때 일어나는 應力은 휨應力이 支配的이고 軸方向壓縮應力은 그 影響이 적다. 工場製作時에 鋼桁에 支壓材端部碇着裝置를 설치하고 pre-stressing은 휨壓縮應力의 挫屈을 考慮하여 現場에서 橫方向支持材설치 後에 施行한다. I−900×300에서 桁兩側에 프레시네 cable 1個式이면 充分한 緊張力이 된다.

本論文의 結果 PC鋼線을 利用한 P.S를 준 後에 補强役割로서 將次의 荷重增大에 대한 充分한 補强이 된다는 것이 解明되였고 結論을 要約하면 다음과 같다.

(1) 碇着된 PC鋼線이 部材役割을 하는데 이 役割은 單純桁에서 强力하고 2徑間連續桁에서 多少强力 하고 3徑間連續桁에서는 弱하다. 이 比較는 X_a影響値로 確然히 判明되고 r의 값 0.234, 0.141, 0.09의 순서이다.

(2) 單純桁에서 支壓材 높이 45 cm 2徑間連續에서 30 cm 3徑間連續에서 45 cm로 할 때 集中荷重의 許容力의 增大는 다음과 같다.

單純桁에서 1.90배

連續桁 $\begin{cases}2\text{徑間에서 }1.84\text{배}\\3\text{徑間에서 }1.82\text{배}\end{cases}$

荷重의 82% 以上의 增加가 許容된다. 支壓材

높이가 클수록 같은 PC 鋼線으로 이 增加率은 더 커진다.

(3) 單純桁이나 連續桁全支間에 等分布荷重이 滿載되여 있을 때는 等分布荷重의 許容增大率이 다음과 같이 된다.

單純桁에서 2.16배

連續桁에서 {2 徑間 1.94 배 / 3 徑間 1.81 배}

(4) 鋼材의 面에서 보면 單純桁에서 荷重增加 80 % 로 볼 때 鋼材增加는 42.6 % 이고 3 徑間連續에서 鋼材增加 32.2 % 이다. 즉 本論文의 補强工法으로 鋼材節約은 32.2 % 以上 42.6 % 까지 된다는 結果이다(斷面은 같은 腹鈑 두께이나 그 높이를 증가시키고 플랜지 두께와 폭도 증가시켜 荷重增加의 斷面係數가 되도록 할 때 各各 42.6 %, 32.2 % 의 原斷面의 증가이다).

謝 辭

本 硏究는 文敎部의 硏究補助費로서(1982년) 이루어졌으며 이에 感謝드린다.

참 고 문 헌

1. 「우리나라 道路橋補强工法」(高大生產技術硏究所 硏究報告 제10권 제 1 호 1980년 5월
2. 吉町太郎一, 鋼橋의 理論과 計算 p. 139. 日本石崎書店 1972.
3. 「우리나라 道路橋補强工法」(高大 生硏 報告書. 제10권 1 호) p. 23.
4. 朴商朝「不靜定構造物」p. 23. 冶庭文化社. 1974
5. 橋의 影響線의 理論과 計算法(渡邊昇) p. 192. 日本 理工學書 現代社. 1972.
6. 同上書, p. 196.
7. 同上書, p. 197.

(接受 : 1983. 5. 13)