

# 콘크리트構造物의 時間依存性變形에 대한 解析

Analysis for the Time Dependent Deformation of Concrete Structures

姜 榮 振\*  
Kang, Young Jin

## Abstract

A general numerical procedure for the time dependent analysis of concrete structures due to the effects of creep, shrinkage, aging of concrete and temperature variations is presented. Creep is represented by a superposition integral, and is considered as dependent on concrete age and temperature. An efficient numerical formulation of creep is possible through the use of a special exponential form of specific creep function which forms the kernel function of the superposition integral. The accuracy of this method is demonstrated by a numerical example.

## 要 旨

크리이프, 乾燥收縮, 老化現象, 溫度變形等 콘크리트構造物의 時間依存性變形에 대한一般的 數值解析法을 提示하였다. 크리이프는 콘크리트의 年齡과 溫度變化의 합수인 重疊積分으로 표시하였는데 特殊한 形態의 크리이프函數를 사용함으로써 效果的인 數值解析이 可能하게 되었다. 數值解析例를 통하여 이 方法의 正確性을 입증하였다.

## 1. 序 言

콘크리트는 使用荷重이 作用하는 동안 시간이 지남에 따라 그 材料性質이 变하고 變形이 증가하는 構造材料中 獨特한 재료이다. 따라서 콘크리트構造物의 설계에는 크리이프, 乾燥收縮, 老化現象 같은 時間依存性變形의 영향을 고려하는 것이 대단히 중요한 일이다.

時間依存性變形의 영향은 여러가지 형태로 나타난다. 長期처짐이나 Camber 와 같이 變形自體가 문제가 될 때도 있고 施工中 乾燥收縮에 의해 龜裂이 발생할 수 있으며 크리이프에 의한 기둥의 挫屈이 일어날 수도 있다. Freyssinet 가 발견한 것처럼 콘크리트의 크리이프와 전조수축

에 의해相當量의 프리스트레스가 消失되기도 한다. 콘크리트 아치 및 셀構造物의 設計에는 크리이프에 의한 應力再分配의 영향을 고려하여야 한다. 原子爐建物과 같이 內外壁의 溫度差異가 激甚한 콘크리트構造物에서는 온도에 따라 변하는 크리이프의 영향을 고려하여야 한다.

本研究의 目的是 이러한 콘크리트構造物의 時間依存性變形에 대한 數值解析法을 提示하는 데 있다. 이 중核心이 되는 부분은 아직 理論的으로 定立되지 않고 있는 溫度에 따라 변하는 크리이프의 數學的模型 提示라고 하겠다.

## 2. 콘크리트의 時間依存性變形

콘크리트構造物의 變形을 연구하는데 있어서 가장 基本的인 가정은 콘크리트의 變形度를 여

\* 正會員 · 서울大學校 工科大學 土木工學科 助教授

러가지 다른 現象에 의해 발생하는 變形度 成分의 合成으로 생각할 수 있다는 것이다. 이 가정의 실현적妥當性은 Davis<sup>(1)</sup>와 Gianville<sup>(2)</sup>에 의해 제시되었다.

本研究에서는 어떤 시간  $t$ 에서의 콘크리트의 一軸變形度  $\epsilon(t)$ 는 다음과 같은 成分으로構成되어 있다고 가정한다.

$$\epsilon(t) = \epsilon^m(t) + \epsilon^n(t) \quad (1)$$

$$\epsilon^n(t) = \epsilon^e(t) + \epsilon^s(t) + \epsilon^a(t) + \epsilon^t(t) \quad (2)$$

$\epsilon^m(t)$ 는 短期荷重에 의해 발생하는 機械變形度 (Mechanical strain) 또는 瞬間變形度로서 다음式과 같은 應力-變形度 관계식의 獨立變數이다.

$$\sigma(t) = f(\epsilon^m(t)) \quad (3)$$

여기서  $\sigma(t)$ 는 시간  $t$ 에서의 一軸應力이다. 非機械變形度 (Non-mechanical strain)  $\epsilon^n(t)$ 는 크리이프變形度  $\epsilon^c(t)$ , 乾燥收縮變形度  $\epsilon^s(t)$ , 老化變形度  $\epsilon^a(t)$  및 溫度變形度  $\epsilon^t(t)$ 로構成된다. 이들中  $\epsilon^m(t)$ ,  $\epsilon^c(t)$  및  $\epsilon^s(t)$ 는 應力에 의해 발생하는 변형도이다.

그림 1에는 溫度變形度를 제외한 이들 변형도成分의 의미가 圖示되어 있다. 이 그림은 시간  $t_0$ 에서 載荷된 乾燥되는 콘크리트 供試體의 變形度-時間曲線이다. 크리이프는 持續되는 應力에 의한 變形度의 증가라고 정의할 수 있다. 乾燥收縮은 가해진 응력이나 온도변화와는 상관없는 體積變化라고 定義된다. 老化變形度는 시간이 지남에 따라 증가하는 콘크리트의 強度 및 弹性係數로 인하여 발생하는 機械變形度의 감소라고 定義할 수 있다.

이러한 여러가지의 變形度成分中 乾燥收縮變

形度와 老化變形度는 특정한 콘크리트에 대한 실험자료로부터 쉽게 계산할 수 있고 溫度變形度도 콘크리트의 線膨脹係數가 거의 일정하므로 溫度差異를 알면 계산할 수 있다. 그러나 콘크리트의 크리이프는 상당히 極難한 現象으로 다음節에서 자세히 記述하기로 한다.

### 3. 溫度變化量 考慮한 크리이프에 對한 數學的模型

콘크리트의 크리이프에 대한 解析法으로는 有効彈性係數法, 크리이프變形率法 等과 같은 略算法과 微分形 또는 積分形의 時間依存性 應力-變形度 關係式에 依한一般的인 方法等이 있다. 本研究에서는 크리이프變形度  $\epsilon^c(t)$ 를 應力  $\sigma$ 에 比例한다고 가정하고 다음式과 같은 重疊積分으로 表現한다.

$$\epsilon^c(t) = \int_0^t c(\tau, t-\tau, T) \frac{\partial \sigma(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (4)$$

여기서  $\tau$ 는 載荷時의 콘크리트의 年齡,  $t$ 는 콘크리트 타설이후 觀測時까지 경과한 시간,  $(t-\tau)$ 는 재하이후 경과한 시간이고  $T$ 는 온도이다.  $c(\tau, t-\tau, T)$ 는 콘크리트의 年齡과 온도의 합수인 크리이프函數이다.

콘크리트는 溫度流動學의으로 單純材料라고 가정한다. 이러한 재료는 그림 2에 표시한 바와 같이 온도변화에 대하여 時間遷移原理가 적용되는 재료이다.

즉 어떤 온도  $T$ 에 대한 크리이프함수는 기준온도  $T_0$ 에 대한 크리이프함수의 時間變數  $t$  대신  $t \cdot \phi(T)$ 를 代入하여 일을 수 있다. 여기서

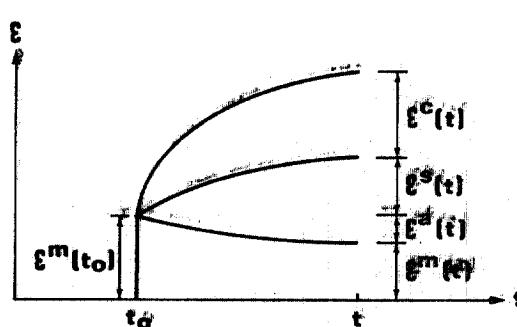


그림 1. Components of Concrete Strain

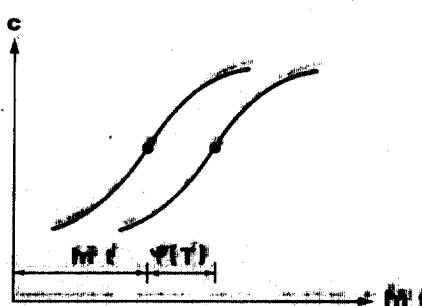


그림 2. Specific Creep vs. Logarithmic Time Curve of a Thermorheologically Simple Material

$\phi(T)$ 는 溫度遷移函數로서  $\phi(T) = e^{\psi(T)}$ 로 정의 된다. 時間遷移原理의 타당성과 유용성은 Mukaddam과 Bresler<sup>(3)</sup>에 의해 제시되었다.

크리이프變形度의 算出에는 重疊의 原理가 적용된다고 가정한다. 그러면 어떤 시간  $t$ 에서의 總크리이프變形度는 시간  $t$ 에 이르는 동안 相異한 시간에 발생한 應力變化에 의한 獨립된 크리이프變形度의 合으로써 구할 수 있다.

時間依存性 解析을 통해 시간  $t$ 는 그림 3에 보인 것과 같이  $(n-1)$  區間으로 나눈다. 그러면  $t_i; i=1, 2, \dots, n$ 은 각구간의 始發點이 된다. 응력과 온도의 변화는 이 시발점에서만 일어난다고 가정한다.

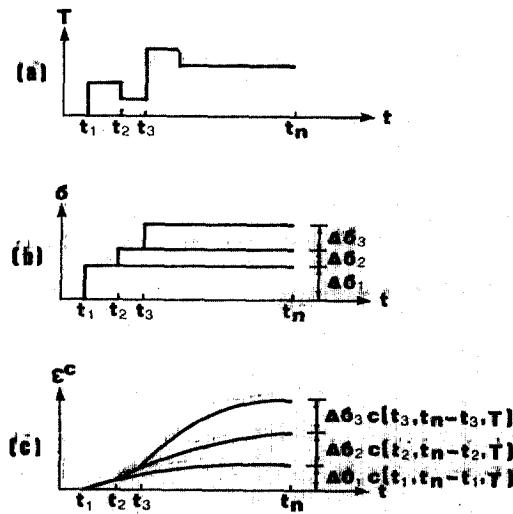


그림 3. Superposition of Creep Strains: (a) Temperature History; (b) Stress History; (c) Creep Strain History

本研究에서는 다음과 같은 형태의 크리이프함수를 사용한다.

$$c(\varepsilon, t-\tau, T) = \sum_{i=1}^m a_i(\tau) [1 - e^{-\lambda_i \phi(T)(t-\tau)}] \quad (5)$$

여기서  $m$ ,  $a_i(\tau)$ ,  $\lambda_i$ ,  $\phi(T)$  등은 크리이프實驗値로부터 결정한다.

그림 3에는 時間に 따르는 應力 및 溫度變化가 주어졌을 때 크리이프變形度 산출을 통한 重疊原理適用의 例示되어 있다. 다음과 같이 시간, 응력 및 크리이프變形度의 增分을 정의한다.

$$\Delta t_n = t_n - t_{n-1} \quad (6)$$

$$\Delta \sigma_n = \sigma_n - \sigma_{n-1} \equiv \sigma(t_n) - \sigma(t_{n-1}) \quad (7)$$

$$\Delta \varepsilon_n^c = \varepsilon_n^c - \varepsilon_{n-1}^c \equiv \varepsilon^c(t_n) - \varepsilon^c(t_{n-1}) \quad (8)$$

任意時間  $t_n$ 에서의 總크리이프變形度  $\varepsilon_n^c$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \varepsilon_n^c &= \Delta \sigma_1 \cdot c(t_1, t_n - t_1, T) \\ &\quad + \Delta \sigma_2 \cdot c(t_2, t_n - t_2, T) \\ &\quad + \cdots + \Delta \sigma_{n-1} \cdot c(t_{n-1}, t_n - t_{n-1}, T) \end{aligned} \quad (9)$$

$t_{n-1}$ 에서의 總크리이프變形度  $\varepsilon_{n-1}^c$ 은

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n-1}^c &= \Delta \sigma_1 \cdot c(t_1, t_{n-1} - t_1, T) \\ &\quad + \Delta \sigma_2 \cdot c(t_2, t_{n-1} - t_2, T) \\ &\quad + \cdots + \Delta \sigma_{n-2} \cdot c(t_{n-2}, t_{n-1} - t_{n-2}, T) \end{aligned} \quad (10)$$

그러면  $t_{n-1}$ 에서  $t_n$  사이에 발생하는 크리이프변形도의 增分  $\Delta \varepsilon_n^c$ 은 式(8)에 의해 구할 수 있다. 式(8)~(10)을 관찰하면 어떤 區間동안의 크리이프변形도의 증가량을 구하려면 그 시간이전의 모든 應力變化의 歷史를 필요로 한다는 것을 알 수 있다. 이것은 數值計算의 側面에서 볼 때 커다란 障礙가 된다. 즉 상당량의 電算記憶容量과 計算時間을 소요로 하기 때문이다. 그러나 式(5)로 표현되는 형태의 크리이프함수를 사용함으로써 이러한 계산상의 어려움을 극복할 수 있다.

溫度變化의 歷史를 고려하여 式(5)를 式(9)에 대입하면

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= \Delta \sigma_1 \sum a_i(t_1) \\ &\quad [1 - e^{-\lambda_1 (\phi(T_1) \Delta t_2 + \phi(T_2) \Delta t_3 + \cdots + \phi(T_{n-1}) \Delta t_n)}] \\ &\quad + \Delta \sigma_2 \sum a_i(t_2) \\ &\quad [1 - e^{-\lambda_2 (\phi(T_2) \Delta t_3 + \phi(T_3) \Delta t_4 + \cdots + \phi(T_{n-1}) \Delta t_n)}] \\ &\quad + \cdots \\ &\quad + \Delta \sigma_{n-1} \sum a_i(t_{n-1}) [1 - e^{-\lambda_{n-1} \phi(T_{n-1}) \Delta t_n}] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $\sum$ 는  $i=1, 2, \dots, m$ 까지의 합이다. 마찬 가지로 하여 式(10)으로부터

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n-1}^c &= \Delta \sigma_1 \sum a_i(t_1) \\ &\quad [1 - e^{-\lambda_1 (\phi(T_1) \Delta t_2 + \phi(T_2) \Delta t_3 + \cdots + \phi(T_{n-2}) \Delta t_{n-1})}] \\ &\quad + \Delta \sigma_2 \sum a_i(t_2) \\ &\quad [1 - e^{-\lambda_2 (\phi(T_2) \Delta t_3 + \phi(T_3) \Delta t_4 + \cdots + \phi(T_{n-2}) \Delta t_{n-1})}] \\ &\quad + \cdots \\ &\quad + \Delta \sigma_{n-2} \sum a_i(t_{n-2}) \\ &\quad [1 - e^{-\lambda_{n-2} (\phi(T_{n-2}) \Delta t_{n-1})}] \end{aligned} \quad (12)$$

그리면 크리이프變形度의 增分  $\Delta \varepsilon_n^c$ 은 式(11)에 서 式(12)를 増으로서 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_n^c &= \Delta \sigma_1 \sum a_i(t_1) e^{-\lambda_i(\phi(T_1) \Delta t_2 + \dots + \phi(T_{n-2}) \Delta t_{n-1})} \\ &\quad [1 - e^{-\lambda_i(\phi(T_{n-1}) \Delta t_n)}] \\ &\quad + \Delta \sigma_2 \sum a_i(t_2) e^{-\lambda_i(\phi(T_2) \Delta t_3 + \dots + \phi(T_{n-2}) \Delta t_{n-1})} \\ &\quad [1 - e^{-\lambda_i(\phi(T_{n-1}) \Delta t_n)}] \\ &\quad + \dots \\ &\quad + \Delta \sigma_{n-2} \sum a_i(t_{n-2}) e^{-\lambda_i(\phi(T_{n-2}) \Delta t_{n-1})} \\ &\quad [1 - e^{-\lambda_i(\phi(T_{n-1}) \Delta t_n)}] \\ &\quad + \Delta \sigma_{n-1} \sum a_i(t_{n-1}) [1 - e^{-\lambda_i(\phi(T_{n-1}) \Delta t_n)}] \quad (13)\end{aligned}$$

式(13)은 다음과 같이 간단히 쓸 수 있다.

$$\Delta \varepsilon_n^c = \sum_{i=1}^m A_{i,n} [1 - e^{-\lambda_i(\phi(T_1) \Delta t_2 + \dots + \phi(T_{n-1}) \Delta t_n)}] \quad (14)$$

여기서  $A_{i,n}$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}A_{i,n} &= \Delta \sigma_1 a_i(t_1) e^{-\lambda_i(\phi(T_1) \Delta t_2 + \phi(T_2) \Delta t_3} \\ &\quad + \dots + \phi(T_{n-2}) \Delta t_{n-1}) \\ &\quad + \Delta \sigma_2 a_i(t_2) e^{-\lambda_i(\phi(T_2) \Delta t_3 + \phi(T_3) \Delta t_4} \\ &\quad + \dots + \phi(T_{n-2}) \Delta t_{n-1}) \\ &\quad + \dots \\ &\quad + \Delta \sigma_{n-2} a_i(t_{n-2}) e^{-\lambda_i(\phi(T_{n-2}) \Delta t_{n-1})} \\ &\quad + \Delta \sigma_{n-1} a_i(t_{n-1}) \quad (15)\end{aligned}$$

$A_{i,n}$ 의 一般式으로부터

$$\begin{aligned}A_{i,n-1} &= \Delta \sigma_1 a_i(t_1) e^{-\lambda_i(\phi(T_1) \Delta t_2 + \phi(T_2) \Delta t_3} \\ &\quad + \dots + \phi(T_{n-3}) \Delta t_{n-2}) \\ &\quad + \Delta \sigma_2 a_i(t_2) e^{-\lambda_i(\phi(T_2) \Delta t_3 + \phi(T_3) \Delta t_4} \\ &\quad + \dots + \phi(T_{n-3}) \Delta t_{n-2}) \\ &\quad + \dots \\ &\quad + \Delta \sigma_{n-2} a_i(t_{n-2}) \quad (16)\end{aligned}$$

式(15)와 式(16)을 관찰하면 다음과 같이  $A_{i,n}$ 을 前區間의 式  $A_{i,n-1}$ 으로부터 連續的으로 구할 수 있는 式을 유도할 수 있다.

$$A_{i,n} = A_{i,n-1} \cdot e^{-\lambda_i(\phi(T_{n-1}) \Delta t_{n-1})} + \Delta \sigma_{n-1} a_i(t_{n-1}) \quad (17)$$

$$A_{i,2} = \Delta \sigma_1 a_i(t_1) \quad (18)$$

式(14), (17), (18)을 사용함으로써 임의의 시간구간  $t_n$ 에서 발생하는 크리이프변형도의 증가량을 계산하는데  $t_n$  이전의 全應力變化의 歷史를 필요로 하지 않고 바로前區間  $t_{n-1}$ 에서의  $\Delta \sigma_{n-1}$  및  $A_{i,n-1}$ 만이 소요됨을 알 수 있다. 따라서 이 방법에 의하면 상당한 電算容量 및 計算時間을 절약할 수 있다.

式(5)로 표시되는 크리이프함수에는  $m, a_i(\tau), A_i$  및  $\phi(T)$  等이 實驗的으로 결정되어야 한다. 特定한 콘크리트에 대한 實驗資料가 없으면 ACI

Committee 209<sup>(4)</sup>의 자료를 사용해도 좋다.

壓縮應力의 크기가 壓縮強度의 約 40% 이상이 되면 크리이프변형도는 응력의 크기에 비례하지 않게 된다. 이러한 非線型性을 포함하기 위해 Becker 와 Bresler<sup>(5)</sup>가 제안한 有効應力의 개념을導入한다. 有効應力은 實際應力에 적합한 係數를 곱한 값인데 이 係數는 實際應力에 의한 非線型 크리이프變形度와 有効應力에 의한 線型 크리이프變形度가 같도록 결정한다. 본연구에서는 有効應力  $\sigma_e$ 의 산출에 다음식을 사용한다.

$$\sigma_e = \sigma \quad \text{if } \sigma \leq r_1 f_c'' \quad (19)$$

$$\sigma_e = c_1 + c_2 f'' c \quad \text{if } r_1 f_c'' < \sigma \leq f_c'' \quad (20)$$

$$\sigma_e = r_2 \sigma \quad \text{if } \sigma = f_c'' \quad (21)$$

여기서  $r_1$ 은 크리이프變形度가 應力의 크기에 비례하는 上限應力에 대한 應力-壓縮強度比이고  $r_2$ 는 應力이 最大壓縮應力  $f_c''$ 에 도달할 때의 係數이다.  $r_1, r_2$ 가 주어지면 다음식에 의해  $c_1, c_2$ 를 계산한다.

$$c_1 = \frac{r_2 - r_1}{1 - r_1}; \quad c_2 = r_1(1 - c_1) \quad (22)$$

Becker 와 Bresler 는  $r_1 = 0.35, r_2 = 1.865$ 에 해당하는  $c_1 = 2.33, c_2 = -0.465$ 를 사용하였다.

#### 4. 時間依存性 解析過程

時間依存性解析을 위해 임의의 시간  $t$ 는 그림 3에 표시한 바와 같이 基準時間  $t_1$ 으로부터  $t_n$ 까지 ( $n-1$ )個의 구간으로 나눈다.  $t_1$ 으로부터 시작하여 각구간의 결과를 계속적으로 더해감으로써  $t_n$ 까지의 결과를 얻을 수 있다. 다음은 임의의 시간  $t_n$ 에서 콘크리트의 변형도와 應力を 계산하는 과정이다.

(1)  $t_n$ 에서의 總變形度  $\varepsilon_n$ 은  $t_{n-1}$ 에서의 總變形度  $\varepsilon_{n-1}$ 에  $t_{n-1}$ 에서  $t_n$ 까지의 區間에서 발생하는 變形度의 增分  $\Delta \varepsilon_n$ 을 더하여 구한다.

$$\varepsilon_n = \varepsilon_{n-1} + \Delta \varepsilon_n \quad (23)$$

(2)  $t_{n-1}$ 에서  $t_n$  사이의 구간에서 발생하는 非機械變形度의 增分  $\Delta \varepsilon_n^{nm}$ 은 다음과 같이 이 구간에서 발생하는 크리이프, 수축, 老化 및 溫度變形度를 더하여 구한다.

$$\Delta \varepsilon_n^{nm} = \Delta \varepsilon_n^c + \Delta \varepsilon_n^a + \varepsilon_n^e + \Delta \varepsilon_n^t \quad (24)$$

(3)  $t_n$ 에서의 總非機械變形度  $\varepsilon_n^{nm}$ 은 다음과 같이 구한다.

$$\varepsilon_n''' = \varepsilon_{n-1}''' + \Delta\varepsilon_n''' \quad (25)$$

(4)  $t_n$ 에서의 總機械變形度  $\varepsilon_n'''$  은 總變形度  $\varepsilon_n$ 에서  $\varepsilon_n'''$  을 빼어 구한다.

$$\varepsilon_n''' = \varepsilon_n - \varepsilon_n''' \quad (26)$$

(5)  $t_n$ 에서의 應力  $\sigma_n$ 은  $t_n$ 에서 有効한 應力-變形度관계式에 의해 다음과 같이 구한다.

$$\sigma_n = f_n(\varepsilon_n'''') \quad (27)$$

上記의 방법은 일반적인 방법으로서 어떠한 콘크리트構造物에도 적용할 수 있다. 筆者의 論文<sup>(6)</sup>에서 기술된 바와 같은 有限要素法에 의한 뼈대構造物의 解析에의 적용을 例示하면 다음과 같다.

$t_{n-1}$ 에서  $t_n$  사이의 區間동안 작용하는 荷重의 增分  $\{\Delta R_n\}$ 은 다음과 같이 구한다.

$$\{\Delta R_n\} = \{\Delta R_n'\} + \{\Delta R_n'''\} \quad (28)$$

여기서  $\{\Delta R_n'\}$ 은 이 구간동안 가해지는 節點荷重ベ터이고 이 구간동안 발생하는 非機械荷重의 增分  $\Delta\varepsilon_n'''$ 에 의한 等價荷重  $\{\Delta R_n'''\}$ 은 假想變位의 原理에 의해 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{\Delta R_n'''\} = \int_V [B]^T E_t \Delta\varepsilon_n''' dV \quad (29)$$

여기서  $E_t$ 는 현 상태에서 有効한 接線彈性係數이고  $V$ 는 體積을 나타내며  $[B]$ 는 變形度-變位行列이다.

$\{\Delta R_n\}$ 이 산출되면 다음과 같은 非線型 平衡方程式을 풀어 이 구간동안 발생하는 節點變位의 增分  $\{\Delta r_n\}$ 을 구한다.

$$[K_t] \{\Delta r_n\} = \{\Delta R_n\} \quad (30)$$

여기서  $[K_t]$ 는 接線剛度行列이다. 그러면 다음식에 의해 이 구간동안 발생하는 變形度의 增分  $\Delta\varepsilon_n$ 을 구한다.

$$\Delta\varepsilon_n = [B] \{\Delta r_n\} \quad (31)$$

다음 式(23)~(27)에 의해  $t_n$ 에서의 解를 구하고 같은 방법으로  $t_{n+1}$ 으로 진행한다.

## 5. 數值解析例

本研究에 제시된 數值解析法의 正確性과 有用性을 입증하기 위해 數值解析例를 제시한다. 非線型解析法은 참고문헌 (6)의 方法을 따랐다.

그림 4에 보인 것은 England 와 Ross<sup>(7)</sup>가 실험한 보이다. 이들은 또한 20°C에서 140°C에 이르는 溫度變化에 대한 크리아프와 전조수축의 실험치도 얻었다. 이 보는 틈에 대하여는 拘束

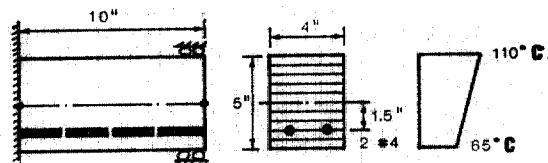


그림 4. England-Ross Beam: Structure and Temperature Gradient Loading

되어 있고 軸方向으로는 움직일 수 있게 되어 있다. 이 보는 타설한지 80일동안 실험실 온도 16°C로 유지되다가 보의 上部를 加熱함으로써 그림 4에 보인 바와 같이 上부는 110°C, 下부는 65°C의 線型溫度分布를 加하였다.

크리아프와 수축의 資料는 實驗值를 따랐고 콘크리트의 強度變化는 ACI Committee 209<sup>(4)</sup>의 추천에 따랐는데 콘크리트의 재료성질을 요약하면 다음과 같다.

$$f'_c(\tau) = \frac{\tau}{a+b\tau} \cdot f'_c(28), \quad f'_c(28) = 6246 \text{ psi},$$

$$a=4., \quad b=0.85$$

$$E_i(\tau) = 33 \cdot w^{1.5} \sqrt{f'_c(\tau)} \text{ psi}; \quad w=150 \text{ pcf}$$

$$f''_c(\tau) = f'_c(\tau); \quad f'_c(\tau) = 0.7 \sqrt{w f'_c(\tau)}$$

$$\alpha = 12.1 \times 10^{-6}/\text{deg c}$$

크리아프함수는 온도변화를 고려하여 다음과 같은 式을 사용하였다.

$$c(\tau, t-\tau, T) = \sum_{i=1}^3 a_i(\tau) [1 - e^{-10^{-4}(t-T)(t-\tau)}] \quad (32)$$

여기서

$$a_i(\tau) = a_i(\tau_0) \cdot \frac{E_i(\tau_0)}{E_i(\tau)} \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{-0.118}$$

$$\tau_0 = 10 \text{ days}$$

基準溫度 80°C에서의 psi當 크리아프係數  $a_i(\tau_0)$ 의 值은 다음과 같다.

$$a_1(\tau_0) = 5.8 \times 10^{-7}$$

$$a_2(\tau_0) = 0.1 \times 10^{-7}$$

$$a_3(\tau_0) = 4.0 \times 10^{-7}$$

表 1에 실험결과와 해석결과가 요약되어 있다. 콘크리트 타설후 150日후까지의 鐵筋應力의 실험치, 철근응력의 이론치, 콘크리트응력, 콘크리트변형도 및 흡모멘트의 이론치가 表示되어 있다. 그림 5에는 鐵筋應力에 대한 실험치,

표 1. England-Ross Beam: Summary of Experimental and Theoretical Results

Age (days)	$\sigma_s$ (Exp) (psi)	$\sigma_s$ (Th) (psi)	$\sigma_c$ (Th) (psi)	$\epsilon$ (Th) $\times 10^6$	M(Th) (in-lb)
20	-1220	-1017	5	-34	-150
40	-2440	-2561	13	-85	-376
60	-3540	-3609	18	-120	-531
80	-4200	-4366	21	-146	-642
	4200	4171	-310	816	5775
85	-1460	-2886	-82	581	1051
90	-4310	-3819	-68	550	690
100	-4780	-4875	-53	515	404
110	-5490	-5565	-42	492	61
130	-5850	-6434	-38	463	65
150	-6100	-6992	-25	445	-565

\*  $\sigma_s$ : Concrete Stress at 1 in from Top Face  
\* Temperature Gradient Applied at  $t=80$  days

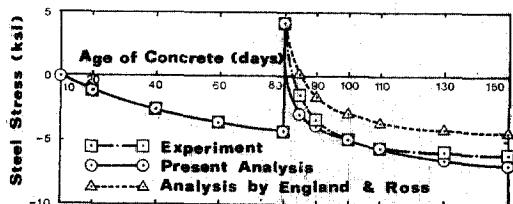


그림 5. England-Ross Beam: History of Steel Stress

England 와 Ross의 해석치, 본연구에 의한 해석치가 그려져 있다. 본 연구에 의한 해석치가 England 와 Ross에 의한 해석치보다 더욱 實驗值에 가까운 것을 볼 수 있다. 이것은 그들이 사용한 段階法에서 크리이프의 회복 및 콘크리트 年齡의 영향등이 고려되지 않았기 때문이라고 생각된다.

그림 5에 나타난 철근의 應力變化는 이 보의 거동을 관찰함으로써 설명할 수 있다. 처음 80일간 이 보에는 전조수축이 발생한다. 總軸力은 0이므로 철근에는 압축응력, 콘크리트에는 인장응력이 발생하게 된다. 溫度差異가 가해지는 순간 이 보가 자유롭게 휘 수 있다면 上부의 온도가 높으므로 下부로 오목하게 휘게 될 것이다. 그러나 이 보는 휨에 대하여 구속되어 있으므로 下부의 철근에 인장응력이 발생하고 콘크리트에는 압축응력이 발생하게 된다. 콘크리트의 압축응력은 上端에서 최대이고 中立軸으로 내려 올수록 감소한다. 따라서 시간이 지남에 따라 증

가하는 크리이프變形度의 크기도 같은 分布를 나타내므로 이 보는 上부로 오목하게 휘려고 할 것이다. 그러나 휨이 구속되어 있으므로 上부에는 인장응력, 下부의 철근에는 압축응력이 발생하게 된다.

## 6. 結 論

콘크리트構造物의 時間依存性變形에 대한 效果의 數值解析法을 提示하였다. 콘크리트의 年齡과 溫度變化의 합수인 크리이프는 重疊積分으로 表示하였다. 本方法에 의한 解析을 통하여 콘크리트構造物의 長期舉動을 보다 정확하게 이해할 수 있고 이들 구조물의 보다 效率的인 設計에 寄與할 수 있으리라 본다.

## 參 考 文 獻

1. Davis, R.E., Davis, H.E., and Brown, E.H., "Plastic Flow and Volume Changes in Concrete," *Proc. ASTM Vol. 37, Pt. II*, 1937.
2. Glanville, W.H., "The Creep or Flow of Concrete Under Load," *Department of Scientific and Industrial Research, Building Research Technical Paper, No. 12*, 1930.
3. Mukaddam, M.A., and Bresler, B., "Behavior of concrete Under Variable Temperature and Loading," *ACI Seminar on Concrete for Nuclear Reactors, SP-34*, 1972.
4. ACI Committee 209, "Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structure," Paper SP 27-3 in ACI Special Publications SP-27, "Designing for Effects of creep, Shrinkage, Temperature in Concrete Structures," April 1970.
5. Becker, J., and Bresler, B., "FIRES-RC, A Computer Program for the Fire Response of Structures-Reinforce Concrete Frames," Report No. UCB FRG 74-3, University of California, Berkeley, August 1974.
6. 姜榮振, "鐵筋콘크리트 平面畸變構造物의 非線型 解析", 大韓土木學會論文集, 第3卷 第4號, 1983年 12月
7. England, G.L., and Ross, A.D., "Reinforced Concrete Under Thermal Gradients," *Magazine of Concrete Research, Vol. 14, No. 40*, March 1962.  
(受接 1983. 11. 29)