

鐵筋콘크리트 壁部材의 實際的인 變形解析

Realistic Deformation Analysis of Reinforced Concrete Walls

吳 炳 煥*
Oh, Byung Hwan

Abstract

The deformation and crack width of concrete walls of slabs, plates, panels and shells reinforced by a regular rectangular net of reinforcing bars and subjected to in-plane (membrane) internal forces is analyzed on the basis of a realistic model which takes into account the frictional-dilatant behavior of rough interlocked cracks, the effect of tension stiffening, and the dowel action of bars at crack crossings. Extensive numerical computer studies are carried out, and the reinforcement designs obtained from equilibrium conditions alone on the basis of either the classical frictionless approach or the recent frictional approach are compared in terms of the resulting crack widths. It is found that the use of frictional equilibrium design based on a low friction coefficient leads to a much smaller crack width than the classical frictionless design. The influences of bar diameter and crack spacing on the crack width are also studied. The model allows more realistic deformation analysis of reinforced concrete structures.

要 旨

平面內力을 받는 鐵筋콘크리트슬래브, 板 및 셸 등의 壁部材의 精確한 變形解析을 위하여 균열의 摩擦-膨脹舉動, 引張增剛效果 및 철근의 連結作用을 고려한 실제적인 해석모델을 수립하였다. 본 연구의 理論에 입각한 電算프로그램을 作成하여 포괄적인 변형해석이 수행되었으며, 새로운 개념의 摩擦平衡設計와 從來의 無摩擦平衡設計에 입각한 철근설계에 대하여 각각 균열폭을 계산하여 비교하였다. 마찰설계개념에 의해 철근을 설계했을 경우 종래의 무마찰설계보다 변형량이 상당히 감소됨을 발견하였다. 또한, 철근직경과 균열간격이 균열폭에 미치는 영향을 研究하였다. 本 研究에서 개발된 해석모델로 철근콘크리트部材의 좀더 실제적이고 精確한 變形解析을 할 수 있게 되었다.

1. 序 論

彈性舉動을 넘어서 鐵筋콘크리트部材의 解析은 복잡하고 部材가 균열을 가지고 있을 때는 더욱 難解한 문제가 된다. 本論文에서는 平行하고 또한 연속적으로 分布된 균열을 가진 철근콘크리트

트壁部材(walls)가 平面內力(in-plane internal forces)을 받을 때의 平面內變形(in-plane deformation)에 대하여 研究하였다. 철근콘크리트構造物의 균열은 部材가 어떤 새로운 荷重을 받기 이전에 이미 發生되어 있을 수 있으며, 그 原因은 乾燥收縮 및 溫度에 依한 應力이나 以前의 載

* 正會員 · 서울大學校 工科大學 土木工學科 助教授

荷經驗(previous loading)等 여러 가지 原因으로 부터 기인될 수 있다. 따라서 壁部材設計에 一般적으로 要求되는 基本概念은 균열이 部材內에 이미 存在해 있으며 그 균열의 方向은 임의의 어떤 方向이 될 수도 있다는 가정이다. 均열이 存在해 있다고 가정함으로써 콘크리트의 引張抵抗可能性을 無視하게 되며, 이것은 設計를 安全側으로 이끌어 바람직하다. 그러나, 部材內의 均열面上에 作用하는 摩擦의 無視는 部材設計를 不安全側으로 이끄는 要因이 된다는 것이 最近에 研究發表되었다^(4,5,6). 이것은 均열면에서는 摩擦에 의해 마찰전단력(friction shear force)이 發生하며, 이 마찰전단력이 발생하기 위해서는 반드시 均열면상에 法線壓縮力이 함께 作用하게 되고, 이 壓縮力으로부터 생겨나는 引張反력에 견딜 追加鐵筋이 必要하게 되기 때문이다. 새로운 개념의 摩擦設計方法은 從來의 無摩擦設計法보다 安全側의 最適鐵筋量을 計算해 내게 되고, 따라서 部材內의 變形量도 상당히 적게 發生하게 된다. 우리가 從來構造物중에서 가끔 許容值 이상의 커다란 均열을 보게 되는 것도 이러한 사실로부터 기인하는 경우가 많다⁽⁴⁾.

철근콘크리트壁部材의 精確한 變形解析을 위해서는 철근의 마찰 한계설계 이외에도 均열면의 摩擦-膨脹舉動(frictional-dilatant behavior), 引張增剛效果(tension-stiffening effect) 및 철근의 連結作用(dowel action)을 고려하여야 한다. Gupta⁽¹¹⁾ 등이 해석적인 방법으로 철근콘크리트 部材의 變形에 대해 研究하였으나, 上記의 效果들을 無視하여 실제적(realistic)인 계산결과를 내지 못하였다. 그러나 실제로 이 引張增剛效果 및 連結作用은 변형계산에 상당한 영향을 주며, 精確하고 실제적인 변형해석을 위해서는 이들의 고려가 반드시 필요하다. 따라서 本論文에서는 實驗資料에 근거를 둔 均열의 마찰팽창거동뿐만 아니라 引張增剛效果 및 連結作用을 고려한 실제적이고도 精確한 해석모델을 수립하는데 그 目的을 두고 있다. 本論文은 필자가 研究한 내용(참고문헌 27)을 토대로 작성되었다.

2. 最適鐵筋量의 設計

먼저 여기서 考慮할 鐵筋콘크리트壁部材要素

를 그림 1에 圖示하였다. 鐵筋은 直交로 배치되어 있고, 均열은 임의의 각도 θ 로 철근과 교차하며, 均열간격은 s 로 정의된다. x, y 는 철근과 같은 方向의 직교좌표축이며, θ 는 均열이 y 축과 이루는 각도, N_1, N_2 는 주어진 主內力, α 는 N_1 과 x 축과의 角度, b_1, b_2 는 철근간격, p_x, p_y 는 철근비이다(그림 1 참조). 여기서 鐵筋은 주어진 N_1, N_2 및 α 에 대하여 摩擦平衡條件을 만족시키도록 設計되어야 하며 이는 마찰설계에 의한 安全設計(safe design) envelope로부터 다음과 같이 유도된다^(4,6).

$$[(n_x - n_x^0) - \beta_1(n_y - n_y^0)][(n_y - n_y^0) - \beta_1(n_x - n_x^0)] = (2\beta_2 n_{xy}^0)^2 \quad (1)$$

여기서, $(n_x^0, n_y^0) = [1 + m \pm (1 - m) \cos 2\alpha] / 2$, $n_{xy}^0 = (1 - m) (\sin 2\alpha) / 2$, $\beta_2 = 1 / (1 + \sin \beta)$, $\beta_1 = (1 - \sin \beta) \beta_2$, $\beta = \arctan(k)$, $m = N_2 / N_1$, $k =$ 마찰계수, $n_x = N_x' / N_1$, $n_y = N_y' / N_1$, $N_x', N_y' =$ 철근항복력, 그리고 $N_1 \geq N_2$, $N_1 > 0$ 이다. 상기 식 (1)로부터 n_x, n_y 에 대한 最適値는 다음과 같이 구해진다.

$$(n_x)_{opt} = 1 + \frac{1}{2} (1 - m) \sin 2\alpha (\operatorname{cosec} \beta - \tan \alpha) \quad (2)$$

$$(n_y)_{opt} = m + \frac{1}{2} (1 - m) \sin 2\alpha (\operatorname{cosec} \beta + \tan \alpha) \quad (3)$$

따라서, 最適鐵筋比는 다음과 같다.

$$(p_x)_{opt} = (n_x)_{opt} (\sigma_1)_{ult} / \sigma_{xx}^s$$

$$(p_y)_{opt} = (n_y)_{opt} (\sigma_1)_{ult} / \sigma_{yy}^s \quad (4)$$

여기서, $(\sigma_1)_{ult} = (N_1)_{ult} / h$, $h =$ 벽두께, $(N_1)_{ult} = c_1 N_{1D} + c_2 N_{1L}$, c_1 및 $c_2 =$ 死荷重 및 活荷重에 대한 荷重率(load factors), σ_{xx}^s 및 $\sigma_{yy}^s =$ 철근응

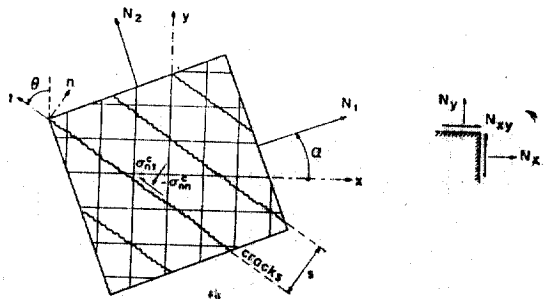


그림 1. 均열을 가진 철근콘크리트

력 = ϕf_s , f_s = 철근항복응력, ϕ = 감소계수, 上記의式 (2) 및 (3)은 보통 (+)값을 갖게 되지만, 하중의 방향과 크기에 따라 특수한 경우로서 드물게는 (-)값을 갖는 때도 있다. 이것은 실제로 그 방향에 대한 인장철근이 따로 필요없다는意味가 된다. 그러나 이 경우는 시방서에 규정된 것처럼 乾燥收縮이나 溫度應力에 대한 最小鐵筋이 사용되어야 한다.

3. 引張增剛效果(Tension-Stiffening Effect)

引張增剛效果^(1,9,10,16,21)란 균열을 가진 鐵筋 콘크리트의 引張剛度(tensile stiffness)가 철근 자체의 剛度(stiffness)에 비해 커지게 되는 效果를 말하며, 이는 引張力이 부착응력에 의해 철근으로부터 균열 사이에 있는 인접콘크리트로 전달되기 때문에 얻어지는 效果이다. 실제로 이 인장증강효과를 무시하면 철근콘크리트板, 슬래브 및 셸의 剛度는 상당히 過小評價되게 된다.

이 效果는 콘크리트가 引張強度에 도달하여 균열이 일어난 후, 응력이 바로 零으로 되는 것 대신에 콘크리트의 變形이 증가함에 따라 인장응력이 점진적으로 감소하는 형식으로 考慮될 수도 있다. 이와 같은 해석 방법을 사용한 사람은 Scanlon⁽²¹⁾, Lin and Scordelis⁽¹⁶⁾, Gilbert and Warner⁽¹⁰⁾ 등이었다. 그러나 이 方法은 부착으로 인한 引張增剛效果와 미세균열현상으로 인한 콘크리트의 變形軟化(strain-softening) 현상을 혼합하여 콘크리트가 완전히 균열되었을 경우에는 引張增剛효과가 없어지게 되어 不合理한 結果를 낳게 된다. 따라서, 本論文에서는 좀더 合理的이고 實際的인 方法으로서, 균열사이의 인접콘크리트로부터 생기는 인장증강효과를 철근의 剛度增加로 고려하는 方法을 고안하였다. 즉, 引張增剛效果로부터 생겨나는 剛度增加를 철근의 斷面積增加로 고려하며 이를 等價鐵筋斷面積 A_{eq} 로 定義한다. 따라서 $A_{eq} \geq A$ 이며 여기서 A 는 철근의 실제斷面積이다. 이에 대한 간단한 公式를 유도하기 위하여 4가지의 전형적이고 이상화된 경우를 고려하여 等價斷面積을 구하기로 한다.

3.1 附着滑動이 없고 鐵筋간격이 드문 경우

이 경우는 철근이 큰 간격으로 배치되어 있어

서로 상호작용을 일으키지 않는다고 가정한다. 또한 인장을 받는 철근은 균열주위에서 항상 작은 양의 滑動(slip)을 일으키지만 이것은 다음項目에서 고려하기로 한다. 平衡條件으로서의 變形에너지를 사용하는 것이 가장 理想的이며, 이를 위해서는 부착응력에 의해 생겨나는 콘크리트의 變形場을 알아야 한다. 이를 위해 그림 2(b)에서 보여진 것과 같이 철근주위의 부착응력이 경사도(1/k)를 가진 원추형의 콘크리트內로 擴散된다는 stress diffusion 개념을 이용한다. 이 원추내에서는 콘크리트의 변형도가 철근의 軸變形도와 같다고 보며, 이 원추밖에서는 變形이 없는 것으로 간주한다. 이와 같이 단순화를 시켜 인접균열사이에 있는 철근과 콘크리트內의 일축변형에너지를 구하면 다음과 같이 된다.

$$U = \frac{1}{2} E_s \epsilon_s^2 A_s s' + \frac{1}{2} E_c \epsilon_c^2 \left[\frac{2\pi}{3k} \left(\frac{D+ks'}{2} \right)^3 - \frac{2\pi}{3k} \left(\frac{D}{2} \right)^3 - \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 s' \right] \quad (5)$$

여기서, E_s , E_c = 철근과 콘크리트의 Young's modulus, $A_s = \pi D^2/4$, D = 철근직경, s' = 철근축상의 균열간격 = $s/\cos\theta$, θ = 균열의 직각방향과 철근사이의 각도, 그리고 콘크리트원추의 경사도는 균열간격에 대한 실험자료로부터 $k=0.7$ 을 사용한다. 式 (5)의 변형에너지는 等價鐵筋의 변형에너지 $E_s \epsilon_s^2 A_{eq} s'/2$ 와 같아야 하며, 여기서 $p_{eq}/p = A_{eq}/A_s$, p = 실제철근비, p_{eq} = 등가철근비로 정의하면 다음식을 얻는다.

$$\frac{p_{eq}}{p} = 1 + \frac{ks'}{3D} \frac{E_c}{E_s} \left(\frac{ks'}{D} + 3 \right) \quad (6)$$

3.2 附着滑動이 없고 鐵筋간격이 밀집된 경우

上記 3-1項의 경우와는 달리 철근간격이 작은 경우에는 변형받는 콘크리트원추가 서로 중첩이 되어 그림 2(e)와 같이 완전한 원추보다 작은 체적을 갖게 된다. 여기서 중첩되지 않은 콘크리트원추단면적을 원으로 고려하면 $A_0 = \pi D_0^2/4$ 또는 $D_0 = 2\sqrt{A_0}/\pi$ 라고 쓸 수 있으며 [그림 2(e) 참조], A_0 는 철근하나에 해당하는 板의 단면적으로서 그림 2(f)에 정의되어 있다. 따라서 上記 (5)식의 변형에너지는 이 경우 다음과 같이 된다.

$$U = \frac{1}{2} E_s \epsilon_s^2 A_s s' + \frac{1}{2} E_c \epsilon_c^2 \left[\frac{\pi D_0^2}{4} (s' \right.$$

$$-\frac{2D_2-3D}{3k} - \frac{2\pi}{3k} \left(\frac{D}{2}\right)^3 - \frac{\pi D^2}{4} s' \quad (7)$$

式 (7)은 다시 등가철근의 변형에너지 $E_s \epsilon_s^2 A_{eq} s' / 2$ 와 같아야 하며, $A_{eq} = A_s p_{eq} / p$ 이므로 다음식을 얻게 된다.

$$\frac{p_{eq}}{p} = 1 + \frac{E_s}{3k s' D^2 E_c} \left[3k s' (D_2^2 - D^2) - D_2^2 (2D_2 - 3D) - D^3 \right] \quad (8)$$

3.3 附着滑動限界

철근의 측면형이 상당히 클 경우에는 철근이 콘크리트로부터 滑動(slip)을 일으키게 된다. 이때에 철근단위길이당 부착력(bond force)은 pull-out test로부터 얻어지는 극한부착력 U_b' 과 대략 같게 된다. 균열에서 철근의 軸力은 $\sigma_s A_s$ 이며 균열과 균열사이에서는 콘크리트부착에 의해 이 축력이 줄어드는데(그림 2(c)참조), 이것이 직선적으로 감소한다고 보면 철근의 平均軸力은 $\sigma_s A_s - U_b' s' / 4$ 가 된다. 따라서 균열사이의 全伸張量은 $(\sigma_s A_s - U_b' s' / 4) s' / (E_s A_s)$ 가 되며, 이것은 등가철근의 伸張量 $\sigma_s A_s s' / (E_s A_{eq})$ 과 같아야 하므로 다음식을 얻는다.

$$\frac{p_{eq}}{p} = \frac{1}{1 - [U_b' s' / (4\sigma_s A_s)]} \geq 1 \quad (9)$$

3.4 鐵筋의 無應力 限界

上記의 3-3項에서 均열간격이 매우 클 경우에는 중앙부에서 철근의 應力이 (-)값이 될 수도 있으므로, 均열중간의 철근應力이 실제로 零 이상이 되도록 제한해야 한다. 따라서 실제철근과 등가철근의 伸張量條件으로부터 $\sigma_s A_s s' / (E_s A_{eq}) \geq \sigma_s A_s s' / (2E_s A_s)$ 이 되며, 이로부터 다음식을 얻는다.

$$\frac{p_{eq}}{p} \leq 2 \quad (10)$$

따라서, 上記의 4개項目에서 계산된 結果중에서 最小值가 決定을 하게 되며 최종적으로 다음식을 사용하여야 한다.

$$\frac{p_{eq}}{p} = M_n \text{ [式 (6), (8), (9), (10)]} \quad (11)$$

4. 連結作用(Dowel Action)으로 인한 剛度 (Stiffness)

均열과 만나는 철근부근에서는 剪斷變位에 대한 철근의 저항력이 발생하는데 이것이 곧 連結作用이며, 이 連結荷重-變位關係는 彈性基礎

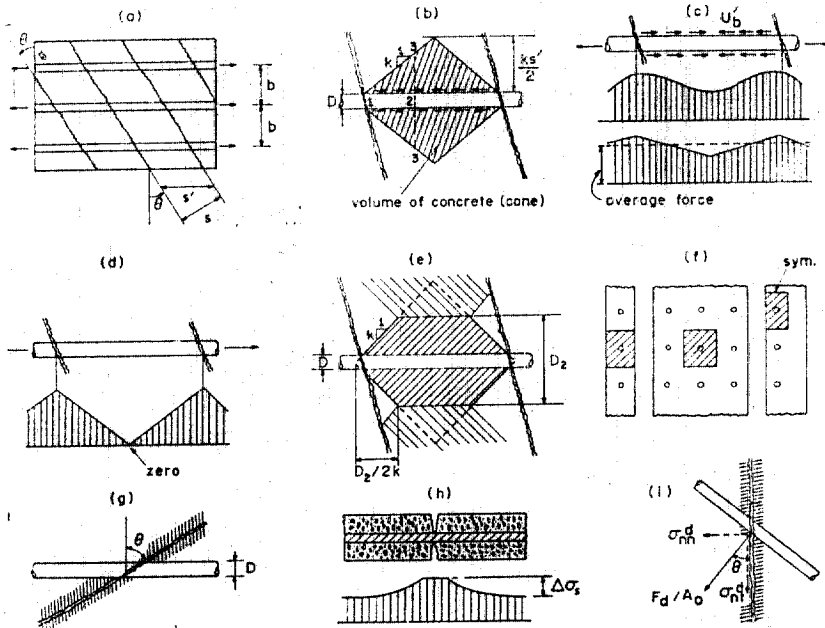


그림 2. 均열을 가진 철근콘크리트의 形狀 및 舉動

(elastic foundation) 위의 보 (beam) 이론을 이용하여 유도할 수 있다. 초기에는 이 이론이 도로 포장콘크리트이음부의 連結構筋의 耐荷力을 계산하기 위해 사용되었으며, 이 이론에 따르면 連結力 (dowel force) F_d 는 다음과 같다⁽²⁵⁾.

$$F_d = 3\beta^3 EI \delta_s \xi / [3 + 6\beta f + 6(\beta f)^2 + 2(\beta f)^3] \quad (12)$$

여기서,

$$\beta = (G_f D / 4 E_s I_s)^{0.25}, \quad E_s I_s = E_s \pi D^4 / 64 \quad (13)$$

또한, G_f = 콘크리트의 foundation modulus, f = 철근의 균열부위에서의 자유길이 (free length), δ_s = 균열에서 상대전단변위 (mm), ξ = 균열폭의 확장으로 인한 감소계수, Elliot⁽⁷⁾과 Paulay 등⁽¹⁹⁾의 實驗資料로부터 G_f 는 접선변위 δ_s 와 관계되며 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$G_f = 34 \sqrt{f_c'} \delta_s^{-0.85} \quad (14)$$

여기서, f_c' = 콘크리트의 압축강도 (N/mm²)이다. 또한, Elliot⁽⁷⁾의 실험자료로부터 보면 감소계수 ξ 는 균열폭증가와 직접관계되어

$$\xi = 0.2 / (\delta_n + 0.2) \quad (15)$$

로 유도된다. 여기서 δ_n = 균열상의 상대수직변위 (mm), 즉 균열폭이다. Schäfer⁽²²⁾에 의하면 균열부위에서 철근의 자유길이 f 는 철근축력이 零일 때 $f_1 = c_s D \tan \theta$ 로 表示되며, 여기서 D = 철근직경 (mm), c_s = 실험계수 (≈ 1.0)이다. 그러나 철근의 축력이 증가하면 철근과 균열사이의 일부콘크리트가 떨어져 나가 자유길이 f 가 증가되는 현상이 실험으로 밝혀졌으며, 이때 총자유길이는 다음 식으로 표시될 수 있다⁽²²⁾ [그림 2(g, i) 참조].

$$f = c_s D \tan \theta + \Delta \sigma_s D / 45 \quad (16)$$

여기서 $\Delta \sigma_s$ 는 그림 2(h)에 表示되었듯이 철근응력분포의 차이를 나타내며 단위는 (N/mm²)이다.

위에서 계산한 連結力 F_d 는 철근에 수직으로 작용하며 이것을 균열面上的의 수직응력 σ_{nn}^d 와 접선(전단)응력 σ_{nt}^d 로 분리표시하면 다음과 같다.

$$\sigma_{nn}^d = F_d \sin \theta / A_0, \quad \sigma_{nt}^d = F_d \cos \theta / A_0 \quad (17)$$

여기서 A_0 = 철근하나당 벽부재단면적이다.

5. 균열을 가진 철근콘크리트의 剛度매트릭스 (Stiffness Matrix)

균열된 철근콘크리트의 剛度を 계산하기 위하여 上記에서 고려한 引張增剛效果, 連結作用, 摩擦膨脹舉動, 그리고 철근의 축방향 剛度を 고려하여야 한다. 철근의 축방향강도는 인장증강 효과와 함께 잠시후에 다루기로 하고, 먼저 균열면의 수직응력 σ_{nn}^e 와 전단응력 σ_{nt}^e 을 표시하면 $\sigma_{nn}^e = \sigma_{nn}^{er} + \sigma_{nn}^d$, $\sigma_{nt}^e = \sigma_{nt}^{er} + \sigma_{nt}^d$ 가 된다. 여기서 σ_{nn}^{er} 과 σ_{nt}^{er} 은 균열의 거친表面에서 서로 맞물림작용 (interlocking) 으로 인해 생겨나는 수직 및 전단응력이고, σ_{nn}^d 와 σ_{nt}^d 는 철근의 連結力에 의해 일어나는 應力들이며 式 (17)에 설명되어 있다.

균열의 마찰팽창거동 (frictional dilatant behavior) 으로부터 일어나는 마찰전단응력과 변위관계는 다음의 마찰법칙과 팽창법칙을 따라야 한다⁽⁶⁾.

$$F_n \sigma_{nn}^{er} \leq 0 : |\sigma_{nt}^{er}| = -k \sigma_{nn}^{er} + c \quad (18)$$

(friction law)

$$F_n \delta_n \geq 0 : \delta_n = \alpha_d |\delta_s| + e \quad (19)$$

(dilatancy law)

여기서 k = 마찰계수, c = 응집력 (cohesion), α_d = 팽창비 (dilatancy ratio), e = 초기팽창이다.

균열간격 s 로서 균일하고 평행하게 分布된 균열로 인한 平均균열변형도는 균열면의 수직 및 전단변위 δ_n 과 δ_s 로부터 다음과 같이 구해진다.

$$\epsilon_{nn}^{er} = \delta_n / s ; \epsilon_{tt}^{er} = 0 ; \gamma_{nt}^{er} = \delta_s / s \quad (20)$$

여기서 γ_{nt}^e = shear angle = $2\epsilon_{nt}^{er}$ 이다. 따라서 균일하고 평행하게 분포된 균열을 가진 철근콘크리트의 全變形度는 다음과 같다.

$$\xi = \xi^e + \xi^{er} \quad (21)$$

여기서 $\xi^{er} = (\epsilon_{nn}^{er}, \epsilon_{tt}^{er}, \gamma_{nt}^{er})^T$ 이고, T 는 매트릭스의 transpose 를 나타낸다. ξ 는 全變形度매트릭스, ξ^e 는 균열사이의 콘크리트변형도 매트릭스로서 等方彈性으로 가정하면 다음과 같다.

$$\xi^e = C^e \sigma^e ; C^e = \begin{bmatrix} E_c^{-1} & -\nu E_c^{-1} & 0 \\ & E_c^{-1} & 0 \\ \text{sym.} & & G_c^{-1} \end{bmatrix} \quad (22)$$

여기서 $\sigma^e = (\sigma_{nn}^e, \sigma_{tt}^e, \sigma_{nt}^e)^T$ 이고 C^e = 균열없는 부분의 콘크리트 compliance matrix, E_c = You-

ng's modulus, ν =Poisson's ratio, G_c =shear modulus이다. 콘크리트要素가 平面應力狀態가 아니고 平面變形일 경우에는 E_c 는 $E_c/(1-\nu^2)$ 로, ν 는 $\nu/(1-\nu)$ 로 각각 바꾸어야 한다.

式 (20)과 (21)에서 $\delta_n = s(\epsilon_{nn} - \epsilon_{nn}^c)$ 및 $\delta_t = s(\gamma_{nt} - \gamma_{nt}^c)$ 를 얻어 이것을 式 (19)에 代入하고, 또한 式 (22)로부터 ϵ_{nn}^c 와 γ_{nt}^c 를 얻어 代入하면 다음을 얻는다.

$$\epsilon_{nn} - (\sigma_{nn}^c - \nu\sigma_{tt}^c)/E_c = \pm\alpha_d(\gamma_{nt} - \sigma_{nt}^2/G_c) + e/s \quad (23)$$

여기서, 관계식 $\epsilon_{tt}^c = \epsilon_{tt}$, $\sigma_{tt}^c = E_c\epsilon_{tt} + \nu\sigma_{nn}^c = E_c\epsilon_{tt} + \nu(\sigma_{nn}^{cr} + \sigma_{nn}^d)$, $\sigma_{nt}^c = \mp k\sigma_{nn}^{cr} \pm c + \sigma_{nt}^d$ 를 式 (23)에 代入하면 다음 관계식을 얻는다.

$$\begin{aligned} [(1-\nu^2)/E_c + (\pm\alpha_d)(\pm k)/G_c]\sigma_{nn}^{cr} = \epsilon_{nn} \\ + \nu\epsilon_{tt} \mp \alpha_d\gamma_{nt} + (\pm\alpha_d)(\pm c)/G_c - e/s \\ - [(1-\nu^2)/E_c]\sigma_{nn}^d + [(\pm\alpha_d)/G_c]\sigma_{nt}^d \end{aligned} \quad (24)$$

上記式에서 (±)와 (∓)부호는 균열면의 滑動의 方向으로서 左(아랫부호), 右(윗부호)의 方向을 나타낸다. 式 (24)로부터 σ_{nn}^{cr} 을 얻고 이것을 式 (18)에 代入하여 σ_{nt}^c 을 얻는다. 그러면 이것을 다시 平衡관계식 $\sigma_{nn}^c = \sigma_{nn}^{cr} + \sigma_{nn}^d$ 및 $\sigma_{nt}^c = \sigma_{nt}^{cr} + \sigma_{nt}^d$ 에 代入하고, 또 다른 관계식 $\sigma_{tt}^c = E_c\epsilon_{tt} + \nu\sigma_{nn}^c = E_c\epsilon_{tt} + \nu(\sigma_{nn}^{cr} + \sigma_{nn}^d)$ 를 이용하면 最終的으로 다음 式을 얻는다.

$$g^c = D^c \xi + f \quad (25)$$

$$D^c = E^* \begin{Bmatrix} 1, & \nu, & \mp \alpha_d \\ \nu, & (E_c/E^* + \nu^2), & \mp \alpha_d \nu \\ \mp k, & \mp k\nu, & (\pm\alpha_d)(\pm k) \end{Bmatrix};$$

$$f = \begin{Bmatrix} g_1 E^* + \sigma_{nn}^d \\ \nu g_1 E^* + \nu \sigma_{nn}^d \\ \mp k g_1 E^* \pm c + \sigma_{nt}^d \end{Bmatrix} \quad (26)$$

$$(E^*)^{-1} = (1-\nu^2)/E_c + (\pm\alpha_d)(\pm k)/G_c \quad (27)$$

$$g_1 = (\pm\alpha_d)(\pm c)/G_c - e/s - [(1-\nu^2)/E_c] \sigma_{nn}^d + [(\pm\alpha_d)/G_c] \sigma_{nt}^d \quad (28)$$

윗식의 매트릭스 D^c 는 균일한 간격으로 평행하게 분포된 균열을 가진 콘크리트의 剛度 매트릭스를 나타낸다.

上記에서 콘크리트部分의 剛度 매트릭스를 유도하였는 바, 이제 철근의 축방향강도 및 인장중강효과를 병합하여야 한다. 철근콘크리트의 全

應力은 $g = g^c + g^r$ 로서 다음과 같이 表示된다.

$$g = D \xi \quad (29)$$

$$D = D^c + \sum_{i=1}^n R_i^T D_i^r R_i \quad (30)$$

$$D_i^r = \begin{Bmatrix} p_i^{r1} E_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}; R_i = \begin{Bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{Bmatrix} \quad (31)$$

여기서 D 는 철근콘크리트要素의 전체강도 매트릭스로서 콘크리트의 剛度 D^c 와 철근의 剛度 D_i^r 의 총합으로 表示된다. R_i 는 철근좌표축으로부터 균열좌표축으로의 변환매트릭스이며 $C = \cos\theta_i$, $S = \sin\theta_i$ 이다. E_r =철근의 Young's modulus이며 $p_i^{r1} = i$ 번째 철근의 등가철근비 $= A_{r1}/A_0$ 이다. 따라서 引張增剛 효과가 철근의 軸剛度 속에 포함되어 고려된다.

6. 解析節次 및 結果分析

6.1 解析節次

균열을 가진 철근콘크리트의 變形解析을 위하여, 먼저 主內力 N_1 , 主內力比 $m (= N_2/N_1)$, 主內力の 作用角 α 를 定하고 式 (1)에서 (4)를 利用하여 最適鐵筋比 p_x, p_y 를 구한다. 여기서 균열면의 마찰계수는 $k=0.75$, $k=1.7$, $k=\infty$ 의 경우를 고려한다. $k=1.7$ 은 實驗으로부터 얻어진 가장 실제적인 값⁽¹⁸⁾이고 $k=\infty$ 는 從來의 철근의 무마찰설제에 해당하는 경우가 된다.

最適철근비를 얻은 후에는 철근콘크리트要素의 변형도 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ 를 구하고, 균열면의 상대 수직변위 δ_n 및 전단변위 δ_t 를 구한다. 여기서 δ_n 은 균열폭(crack width)이라고도 부른다. 주어진 하나의 α 값에 대하여 균열각도 θ 를 0°부터 180°까지 1°단위로 증가시켜 가며 균열폭을 구하고, 이 중에서 최대값인 最大균열폭 $\delta_{n,max}$ 을 찾아낸다. 계산의 간단화를 위하여 $c=e=0$ 으로 하였고, 式 (18)과 (19)의 k 와 α_d 값은 실험자료^(2,5,18)로부터 얻은 가장 전형적이고 실제적인 값 $k=1.7$ 과 $\alpha_d=1.0$ 을 사용하였다.

6.2 解析結果

上記에서 유도된 內容을 근거로 컴퓨터프로그램을 작성하고, 하중조건 등 여러 가지 경우에 대하여 철근콘크리트壁要素의 變形解析을 수행하였다. 本解析에 사용된 재료상수들은 다음과

같다 : $E_c=24,800 \text{ MN/m}^2$, $E_s=200,000 \text{ MN/m}^2$, $\nu=0.18$, 콘크리트의 압축강도 $f'_c=27.6 \text{ MN/m}^2$, $f_y=276 \text{ MN/m}^2$, 철근간격 $b=15 \text{ cm}$, 벽두께 $h=10 \text{ cm}$, 철근직경 $D=1.27 \text{ cm}$, $N_1=(N_1)_{ult}=590 \text{ KN/m}$, 감소계수 $\phi=0.9$, 극한부하력 $U'_s=35\sqrt{f'_c}$ (이 경우 f'_c 은 psi 단위), 균열간격 $s=5 \text{ cm}$. 상기와 다른 값이 사용된 경우는 그림에 직접 표시하였다.

그림 3에 표시된 결과는 인장증강효과와連結작용을 無視했을 경우와 이들을 각각 고려했

을 경우에 主内力의 작용각도에 따른 최대균열폭의 變化를 보여 주고 있다. 즉, 인장증강효과를 고려하면 무시한 경우보다 균열폭이 상당히 감소하고, 連結작용을 고려하면 더욱 감소되는 것을 알 수 있다.

그림 4는 荷重條件 $m(=N_2/N_1)$ 이 각각 다른 경우에 대하여 인장증강효과와 연결작용을 무시한 경우(점선)와 이들을 고려한 경우(실선)에 대하여 최대균열폭을 비교하였는 바, 이들을 고려한 경우가 변형량을 상당히 감소시킴을 보여

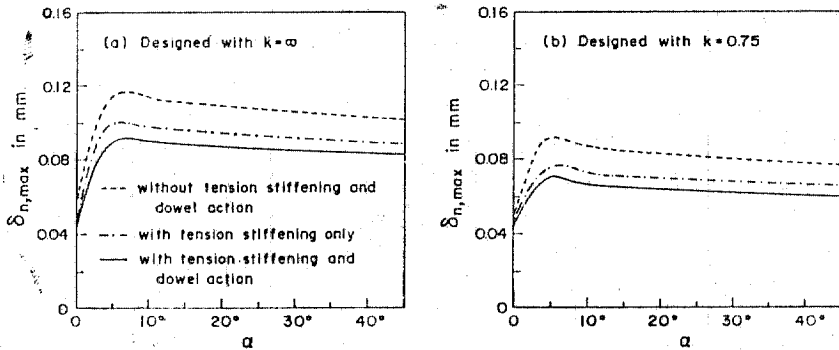


그림 3. 引張增剛効果와 連結作用이 균열폭에 미치는 영향($m=0$, $s=5 \text{ cm}$).

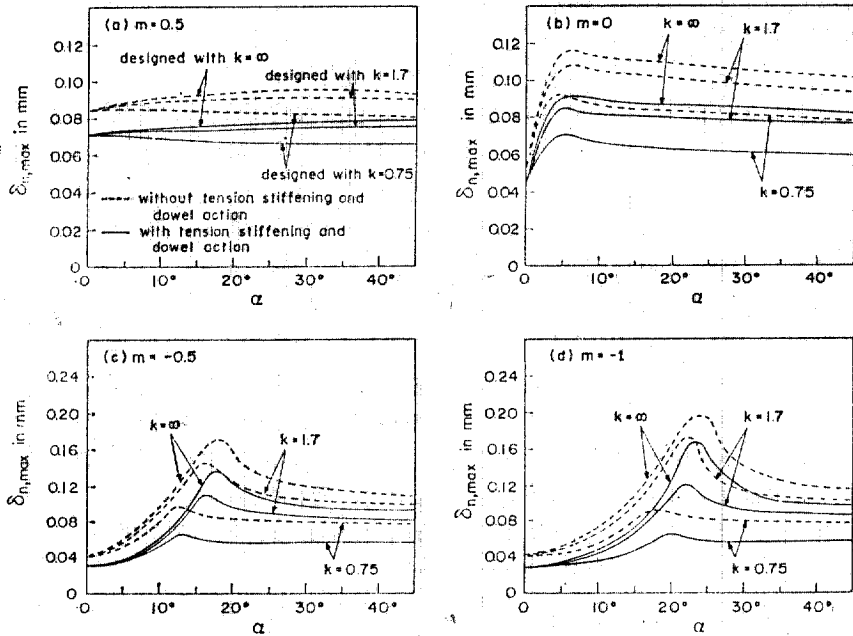


그림 4. 철근의 마찰설계와 무마찰설계사이의 最大균열폭 비교($s=5 \text{ cm}$, $D=1.27 \text{ cm}$)

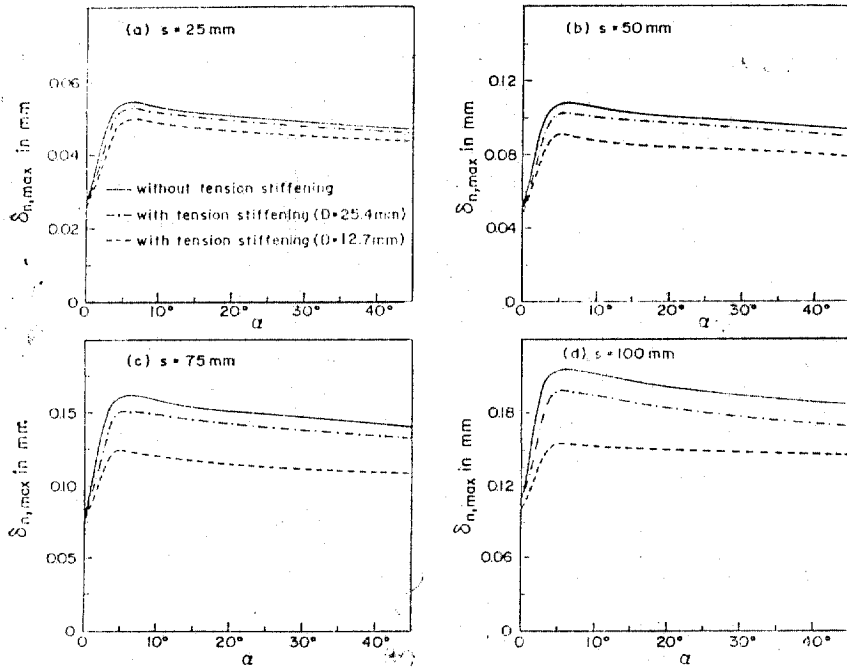


그림 5. 철근직경과 균열간격이 인장증강효과 및 균열폭에 미치는 영향($m=0$, 철근설계 $k=1.7$)

주고 있다. 그림 4에서 또하나 중요한 비교는 철근을 摩擦限界設計法으로 設計했을 경우(즉 $k=1.7$ 와 0.75 의 경우)가 無摩擦限界設計($k=\infty$)에 비해 균열폭을 상당히 감소시키는 것을 볼 수 있다. 따라서 마찰한계설계는 변형량을 감소시키며 안전도를 높이는 중요한 역할을 한다.

그림 5는 철근의 직경과 균열간격이 균열폭에 미치는 영향을 보여주고 있다. 여기서 철근의 설계는 $k=1.7$ 을 사용하였으며, 같은 철근량 사용시 철근의 직경이 작을수록 인장증강효과가 커져 균열폭은 감소됨을 알 수 있다.

7. 結 論

平面內力을 받는 철근콘크리트壁部材의 실제적이고도 정확한 變形解析을 위하여 實驗資料에 근거를 둔 균열의 摩擦-膨脹舉動, 引張增剛效果(tension stiffening effect) 및 철근의 連結作用(dowel action)을 고려한 解析모델을 수립하였다. 引張增剛效果는 해석에 편리한 等價鐵筋比로 고려되었고, 連結作用은 균열에 대한 應力

變位關係의 追加剛度로서 모델하였다. 철근설계에 대한 새로운 개념인 摩擦設計과 從來의 無摩擦設計에 대하여, 전산프로그램으로부터 계산된 각각의 균열폭을 비교하였다. 本研究에서 얻어진 結論은 다음과 같다.

1. 引張增剛效果를 고려하면 균열폭이 약 10~25%까지 감소되며, 철근의 連結作用은 균열폭을 약 10%까지 감소시킨다. 따라서 철근콘크리트의 변형계산시 이들의 효과를 고려하는 것은 중요한 일이다.

2. 철근의 平衡設計에 있어서 摩擦設計개념을 사용하면 균열폭이 상당히 감소되며, 따라서 重要構造物의 安全度を 높여 준다. 특히 마찰계수 값이 작을 경우에는 그 감소량이 더욱 커진다.

3. 主內力의 方向이 철근방향과 다를 경우(즉 $\alpha \neq 0$), 균열폭은 일반적으로 증가하며 이때에 철근의 마찰설계는 이 균열폭을 상당히 감소시킨다.

4. 같은 양의 鐵筋比를 사용할 경우 철근직경을 감소시키면 따라 균열폭을 훨씬 감소시킬 수 있다.

5. 主內力중 한쪽이 압축으로 작용하면 (즉 $N_2 < 0$) 主內力方向 α 에 대한 균열폭의 변화가 심하고, 最大균열폭도 증가하는 경우가 발생한다.

參 考 文 獻

1. ASCE Structural Division Committee on Finite element Analysis of R.C. Structures, State-of-the-Art Report on "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures," *ASCE Special Publication*, N.Y., 1982.
2. Bažant, Z.P., and Gambarova, P., "Rough Cracks in Reinforced Concrete," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST4, Proc. Paper 15330*, April, 1980, pp. 819~842.
3. Bažant, Z.P., and Oh, B.H., Discussion of "Membrane Reinforcement in Shells," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST2, Proc. Paper 16834*, Feb., 1982, pp. 490~493.
4. Bažant, Z.P., and Tsubaki, T., "Concrete Reinforcing Net: Optimum Slip-Free Limit Design," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 105, No. ST2, Proc. Paper 14344*, Feb. 1979, pp. 327~346.
5. Bažant, Z.P., and Tsubaki, T., "Slip-Dilatancy Model for Cracked Reinforced Concrete," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST9, Proc. Paper 15704*, Sept., 1980, pp. 1947~1966.
6. Bažant, Z.P., Tsubaki, T., and Belytschko, T. B., "Concrete Reinforcing Net: Safe Design," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST9, Proc. Paper 15705*, Sept. 1980, pp. 1899~1906.
7. Elliot, A.F., "An Experimental Investigation of Shear Transfer Across Cracks in Reinforced Concrete," *M.S. Thesis, Cornell University, Ithaca*, June, 1974.
8. Fenwick, R.C., and Paulay, T., "Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, No. ST10, Proc. Paper 2325*, Oct. 1968, pp. 2325~2350.
9. Floegl, H., and Mang, H., "On Tension Stiffening in Cracked Reinforced Concrete Slabs and Shells Considering Geometric and Physical Nonlinearity," *Report, Institut für Baustatik und Festigkeitslehre, Technische Universität Wien, Wien, Osterreich, 1980*.
10. Gilbert, R.I., and Warner, R.F., "Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST12, Proc. Paper 14211*, Dec., 1978, pp. 1885~1900.
11. Gupta, A.K., "Membrane Reinforcement in Shells," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST1, Proc. Paper 15975*, Jan, 1981, pp. 41~56.
12. Houde, J., and Mirza, M.S., "A Finite Element Analysis of Shear Strength of Reinforced Concrete Beams," *Shear in Reinforced Concrete, Vol. 1, Special Publication SP-42*, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 1974.
13. Kabir, A.F., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Panels, Slabs, and Shells for Time Dependent Effects," *UC-SESM Report No. 76-6*, University of California at Berkeley, December, 1976.
14. Laible, J.P., White, R.H., and Gergely, P., "An Experimental Investigation of Seismic Shear Transfer Across Cracks in Concrete Nuclear Containment Vessels," *Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones, Special Publication, SP-53, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 1977*.
15. Leonhardt, F., "Vorlesungen über Massivbau," Vierten Teil, Nachweis der Gebrauchsfähigkeit, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
16. Lin, C.S., and Scordelis, A.C., "Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form," *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST3, Proc. Paper 11104*, Mar., 1975, pp. 523~538.
17. Marti, P., and Thürlimann, B., "Fließbedingung für Stahlbeton mit Berücksichtigung der Betonzugfestigkeit," *Beton-und Stahlbetonbau, Vol. 72, No.1*, Jan. 1977, pp. 7~12.
18. Paulay, T., and Loeber, P.J., "Shear Transfer

- by Aggregate Interlock," Shear in Reinforced Concrete, *Special Publication, SP-42, American Concrete Institute*, Detroit, Michigan, 1974, pp. 1~15.
19. Paulay, T., Park, R., and Phillips, M.H., "Horizontal Construction Joints in Cast-in-Place Reinforced Concrete," Shear in Reinforced Concrete, *Special Publication SP-42, American Concrete Institute*, Detroit, Michigan, 1974, pp. 599~616.
 20. Salem, M.H., and Mohraz, B., "Nonlinear Analysis of Planar Reinforced Concrete Structures," *Civil Engineering Studies, SRS No. 410*, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois, July, 1974.
 21. Scanlon, A., "Time Dependent Deflections of Reinforced Concrete Slabs," *Thesis presented to the University of Alberta*, at Edmonton, Alberta, Canada, in 1971, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
 22. Schäfer, H., "*Zur Berechnung von Stahlbetonplatten*," Dissertation, TU Darmstadt, 1976.
 23. Taylor, H.P.J., "The Fundamental Behavior of Reinforced Concrete Beams in Bending and Shear," *Shear in Reinforced Concrete, Vol. 1, Special Publication SP-42, American Concrete Institute*, Detroit, Michigan, 1974.
 24. VanGreunen, J., "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Slabs and Panels," *UC-SESM Report No. 79-3*, University of California at Berkeley, October, 1979.
 25. Walraven, J.C., "*Aggregate Interlock: A Theoretical and Experimental Analysis*," Report, Delft University Press, 1980.
 26. Winter, G., and Nilson, A.H., "*Design of Concrete Structures*," McGraw-Hill Book Company, 1979.
 27. Z.P. Bazant, and B.H. Oh, "Deformation of Cracked Net-Reinforced Concrete Walls," *Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, No.1*, Jan. 1983.

(接受: 1983. 7. 26)