

비틀림 荷重을 받는 心壁構造物의 解析에 관한 研究

A Study on Analysis of Core-wall Structure Subjected to Torque

金 性 七*
Kim, Sung Chil

Abstract

Core walls for tall building is one of the structures to support lateral load. Since most structural elements used for resisting which are relatively weak against torsion, it is important to investigate torsional effects in the analysis and design of tall buildings.

Rutenberg proposed a more refined theory on the torsional analysis of core walls which can be used when the stiffness of lintel beams are small or large. In this paper a more refined method to analysis the torsion of core wall structures with variable cross sections and being subjected to arbitrarily distributed load was suggested.

To reduce complex and a great number of calculations and to enhance the generality and flexibility of application of this method, the discrete method using transfer matrix formulation was used. Then this method can be easily applied to irregular and variational sections, has no necessity to get particular solution for each of loading conditions, and the maximum size of matrix calculated is 4×4 , which makes this approach more appropriate for design office calculations using computers of any sizes or even desk calculators.

要 旨

고층건물에서의 剪斷壁은 횡하중을 支持하기 위해서 설치되는 구조물이다. 이 剪斷壁의 단면의 형태는 여러가지 형태가 있을 수 있는데 개방단면을 갖게 되는 경우 이 부재는 비틀림에 약하기 때문에 이 점이 문제가 된다. 특히 그 구조물이 thin walled member인 경우는 더욱 그러하다.

최근에는 건물이 점점 고층화됨에 따라 이 문제는 더욱더 重要시 되어 보다 정확한 지식이要求되고 있다.

본 論文에서는 고층건물에 설치되는 에리베이터 층보가 전단면 역할을 하는 경우로 단면의 형태는 channel 형태이고, 각 층마다 中枋(connecting beam)에 의해서 개방단면의 일부가 닫혀있게 되는 경우의 문제를 택하였다.

이를 解析하는데 복잡한 계산과 많은 계산량을 줄이고 적용에 대한 유통성을 부여하기 위해서 discrete 方法과 transfer matrix method 을 使用하였다. 中枋의 영향을 고려함에 있어서는 中枋의 강도가 클 때나 적을 때나合理的으로 사용할 수 있는 式을 적용하였다.

* 正會員 · 京畿大學 土木工學科 專任講師

특히 이 方法은 불규칙한 변단면에도 쉽게 적용할 수 있을뿐만 아니라 여러가지 하중조건에 대한 해를 일일이 구할 필요가 없으며, 형성되는 transfer matrix의 크기가 4×4 밖에 안되므로 쉽게 구할 수 있다.

1. 序 論

고충건물을 設計하거나 解析하는데 일차적으로 고려해야 할 것 중의 하나는 수직하중이나 수평하중을 上部構造로부터 기초로 傳達시키는 일이다. 最近 剪斷壁이나 心壁(core wall)은 그의 큰 휨 強度로 해서 많이 사용되고 있다. 그러나 구조물의 단면이 비대칭이 되면 횡하중은 전단벽에 휨뿐만 아니라 비틀림도 誘發하게 한다. 비록 단면이 對稱이 된다고 하더라도 荷重이 편기되어 作用하면 또한 비틀림 모멘트를 유발하게 된다. 횡하중을 支樁하기 위해서 使用되는 구조물 要素들은 대부분의 경우 thin-walled 개방단면이므로 비틀림에 비교적 弱하여 고충건물의 設計와 解析시 이 비틀림 效果를 반드시 조사해 보아야 한다.

전단벽의 휨에 대한 研究는 상당히 많이 이루어져 있으나 비틀림 解析에 대해서는 最近에 研究되기 시작하였기 때문에 미흡한 실정이다. Tenkins 와 Harrison⁽¹⁾은 비틀림을 받는 전단벽에 있어서 變位와 회전을 3次 다항식으로 나타내고 변위와 회전에 대한 함수들을 결정하기 위해서 최소 에너지 원리(theorem of minimum potential energy)를 사용하였다. 이들은 에너지 계산에 있어서 워킹의 영향을 고려하지 않음으로써 실험치와 상당한 차이가 있음을 알았다.

Michael⁽²⁾과 Rosman⁽³⁾과 Gluck⁽⁴⁾와 TSO 및 Biswass⁽⁵⁾는 연결보를 이와 같은 강도로 갖는 여러개의 탄성 연속매개체로 대치시키고 解析하였다. 이 方法은 構造物의 형태가 간단하고 일정할 때는 편리하나 기하학적으로 복잡한 心壁을 다룰 때는 일반성과 용통성이 결여된다.

Heidebrecht 와 Swift⁽⁶⁾, 그리고 Stafford Smith 와 Taranath 두 연구팀은 강도 행렬식을 使用하여 解析하였다. 이 方法은 그 적용성은 좋으나 근본적으로 고충건물의 비틀림 解析에 형성되는 큰 matrix를 계산하기 위해서 大型의 computer

가 필요하게 된다.

Heidebrecht 와 Stafford Smith는 탄성연속매개체 方法과 discrete 方法을 合成해서 使用하였다. 이들도 transfer matrix 식을 使用하기는 했지만 荷重조건이 특수한 경우만을 취급하였다. 실제로 횡하중은 불규칙적인 것이고 또 벽의 斷面은 위 아래가 다를 수가 있기 때문에 이런 變化에 대해서는 쉽게 적용할 수가 없다.

本論文에서는 이와 같은 변화에 쉽게 적용할 수 있고 또 중방의 영향을 옮겨 해석할 수 있는 式을 찾아合理的인 解析法을 찾고자 한다. 여기서도 transfer matrix 식과 discrete 方法을 使用하였다. 그러나 여기서는 한 층을 한 segment로 보고 회전각(ϕ), 비틀률(ϕ'), bimoment(Bi), 비틀모멘트(M_i) 등을 전달함수(transfer function)로 표시하고 荷重은 트리스 解析때와 같이 절점에만 作用한다고 가정한다. 가장 낮은 층의 전달함수는 벽 하단에서의 전달함수와 벽 상단의 전달함수를 경계조건에 의해서 관계지음으로써 구할 수가 있다. 따라서 이 전달함수를 이용해서 다른 각층의 전달함수를 구할 수 있는 것이다. 그래서 여기서는 각각의 荷重 조건에 대한 解를 일일이 구할 필요가 없다. 그리고 각 segment들의 전달함수는 독립적이므로 斷面의 變化나 荷重의 變化를 쉽게 처리할 수 있을 뿐만 아니라 계산되는 matrix 곱셈의 양은 많으나 그 크기는 4×4 밖에 안되므로 그렇게 큰 computer를 要求하지 않고 간단한 것으로도 계산할 수가 있다.

문제의 해석을 위해서 몇 가지 假定을 한다.

- 1) 전단벽의 두께는 한 segment에서 一定하다고 假定한다.
- 2) 연결보는 탄성연속매개체로 대치시키고 훨 때 그 중앙에서 변곡점이 생긴다고 假定한다.
- 3) 전단벽은 elastic thin-walled beam 理論에 따른다고 假定한다.

2. 基本 方程式

하중의 합력이 구조축을 통하면 그 때는 비틀림모멘트가 생기지 않는다. 따라서 비틀전단응력(torsional shearing stress)도 생기지 않는다. 그러나 일반적으로 개방된斷面과 비대칭이 되거나荷重이 불규칙적으로 작용하면 흰은 물론 비틀현상이發生하고 따라서 이 비틀에 의한 비틀전단응력을 받게 된다.

비틀림하중을 받는 부재에는 그 부재의 축방향으로 warping이 생긴다. warping이 자유스럽게 생기게 하면 이 벽은 순비틀모멘트(pure

torsional-moment; M_t'')만 생기고 이 변위가 어떤 원인에 의해서든지 구속을 받게 되면 웨핑전단응력에 의하여 웨핑비틀모멘트(Warping torsional moment; M_s'')도 발생하게 된다.

따라서 그림 2-1과 같은 심벽 구조물에 비틀하중(M_t)이作用할 경우, 이 벽의 거동에 대한方程式은

$$M_s = M_t'' + M_s'' \quad (2-1)$$

이다⁽⁷⁾. 집중 하중일 경우

$$M_s = GK_r^* \phi' - EI_w^* \phi'' \quad (2-2)$$

분포 하중일 경우

$$m_{(s)} = EI_w^* \phi^{iv} - GK_r^* \phi'' \quad (2-3)$$

이다. 여기서 K_r^* 는 中枋의 영향까지 포함된 벽단면에 대한 비틀상수(torsional constant)로서

$$K_r^* = \frac{2A_e^2}{\frac{G}{E\gamma} + \int_A^B \frac{ds}{t}} + 2K_r \quad (2-4)$$

이고 I_w^* 는 웨핑 2차 모멘트(warping moment of inertia)로서

$$I_w^* = 2 \int_A^B S_w^*(s) \rho_0 ds - \frac{2A_e \int_A^B S_w^*(s) \frac{ds}{t}}{\frac{G}{E\gamma} + \int_A^B \frac{ds}{t}} \quad (2-5)$$

이다⁽⁸⁾. 여기서 K_r 는 St. Venant torsional constant이고, A_e 는 벽단면의 중심선으로 둘러싸인 부분의 면적, γ 는 탄성 연속매개체의 강도로써 Bernoulli-Euler beam 이론에 의하면

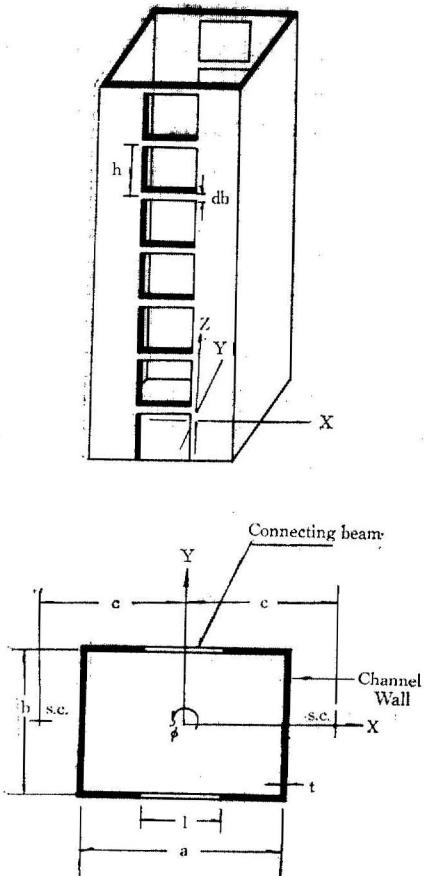
$$r = \frac{12 i_b}{l^3 h \left(1 + \frac{14.4 EI_b}{Gl^2 A_b} \right)} \quad (2-6)$$

이다. I_b 는 中枋의 단면 2차모멘트이고, l 은 중방의 길이, A_b 는 중방의 단면적, d_b 는 중방의 높이이다.

여기서 중방의 강도 변화에 따른 벽의 거동을 알아 보고자 한다.

중방의 강도를 나타내는 식(2-6)에서 중방의 길이(l)가 Zero에 접근하면 γ 는 무한대로 커지게 되며, 식(2-4)와 식(2-5)의 $\frac{G}{E\gamma}$ 값은 Zero가 되어 식(2-4)와 식(2-5)는

$$K_r^* = 2 K_r + \frac{2 A_e^2}{\int_A^B \frac{ds}{t}} \quad (2-7)$$



(a) perspective view (b) plan
그림 2-1. Typical core structure

$$I_w^* = 2 \int S_w^*(s) \rho_0 ds - \frac{2A_w \int S_w^*(s) \frac{ds}{t}}{\int \frac{ds}{t}} \quad (2-8)$$

가 되는데 이것은 Oden⁽⁹⁾이 제시한 box 형 단면을 갖는 보(beam)에 대한 비틀상수 및 워핑상수와 같다.

그리고 γ 가 zero에 접근하면 $G/E\gamma$ 값은 무한대가 되므로

$$K_r^* = 2K_r \quad (2-9)$$

$$I_w^2 = 2 \int S_w^*(s) \rho_0 ds \quad (2-10)$$

가 되어 연결보(中枋)가 없는 경우의 개방단면을 갖는 보의 비틀 문제가 됨을 알 수 있다.

따라서 式(2-3)은 中枋이 없는 경우의 전단벽으로부터 中枋의 強度가 커서 상자와 같이 거동을 하는 전단벽에 이르기까지 용통성있게 사용할 수 있는 것이라고 말할 수 있겠다.

式(2-2)와 式(2-3)의 解를 求하기 위해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi''' - \lambda^2 \phi' = -\frac{M_z}{EI_w^*} \quad (2-11)$$

$$\phi^{iv} - \lambda^2 \phi'' = -\frac{m_z}{EI_w^*} \quad (2-12)$$

여기서

$$\lambda^2 = \frac{GK_r^*}{EI_w^*} \quad (2-13)$$

이고 이들의 解는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi &= C_1 + C_2 \cos h \lambda z + C_3 \sin h \lambda z \\ &\quad + \frac{M_z}{\lambda^2 EI_w^*} z \end{aligned} \quad (2-14)$$

$$\begin{aligned} \phi &= C_1 + C_2 z + C_3 \cos h \lambda z + C_4 \sin h \lambda z \\ &\quad - \frac{m_z^2}{2\lambda^2 EI_w^*} \end{aligned} \quad (2-15)$$

이 문제의 경우 적분상수 C_1, C_2, C_3, C_4 를 求하기 위한 경계조건은

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad \phi(0) &= 0 \\ (2) \quad \phi'(0) &= 0 \\ (3) \quad -EI_w^* \phi''(H) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2-16)$$

이다. 여기서 조건 (1), (2)는 壁下端에서의 경계조건을 말한다. 즉 벽의 기초는 고정단으로 되어 있으므로 처짐각이나 그 변화율은 없어야 한다는 것이다. (3)은 벽상단의 조건으로, 자유표면이므로 bimoment 가 있을 수 없다는 조건

을 말한다. 이상은 벽의 정상에서 한개의 접증하중을 받는 경우로서 式(2-14)의 상수들을 求하기 위한 조건들이다.

벽이 분포하중을 받는 경우의 解인 式(2-15)에서 4개의 상수를 구하기 위해서는 위의 3조건 외에도 필요한 경계조건은 $GK_r^* \phi'(z) - EI_w^* \phi'''(z) = m_z$ 이다.

3. Transfer Matrix Method

이러한 구조물의 解析은 transfer matrix 를 使用하므로써 총과 총의 함수관계를 쉽게 나타낼 수 있고, 또 계산에 있어서도 그 양은 많으나 같은 형태의 matrix 가 되풀이되므로 computer 이용이 편리하다.

心壁 解析을 위해 그림 3-1 과 같이 心壁材와 스파브 또는 中枋으로 분류하여 node 에서 node 로 이동할 때 변화는 변위와 內力들의 관계를 state vector 로서 表示하면 다음과 같이 관계식을 유도할 수 있다.

1) Member Transfer Matrix

하중은 中枋이나 스파브가 있는 곳에서만 作用한다고 가정하면 式(2-3)은

$$EI_w^* \phi^{iv} - GK_r^* \phi'' = 0 \quad (3-1)$$

이 되고 그 해는

$$\phi(z) = C_1 + C_2 z + C_3 \sin h \lambda z + C_4 \cos h \lambda z \quad (3-2)$$

이다.

벽의 下端으로부터 z 만큼 떨어진 곳에서의 变位각(ϕ), 变位율(ϕ'), 그리고 bimoment(B_i), 变位모멘트(M_i)는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \phi \\ \phi' \\ B_i \\ GK_r^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z & sh \lambda z & ch \lambda z \\ 0 & 1 & \lambda ch \lambda z & \lambda sh \lambda z \\ 0 & 0 & -sh \lambda z & -ch \lambda z \\ \frac{M_i}{GK_r^*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} \quad (3-3)$$

적분상수 C_1, C_2, C_3, C_4 는 경계조건 式 (2-16)에 의해서 구하면 $C_1 = \phi_0 + \frac{1}{GK_r^*} B_0$, $C_2 = \frac{1}{GK_r^*} M_{z_0}$, $C_3 = -\frac{1}{GK_r^*} B_0$ 이다.

한 segment 의 길이를 총의 간격 h 와 같이 봄하면 이 segment 의 上, 하단에서의 变位와 內力의 상호관계는 다음과 같다(그림 3-2 참조).

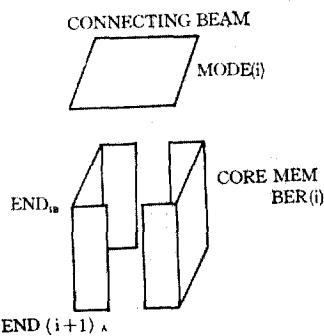
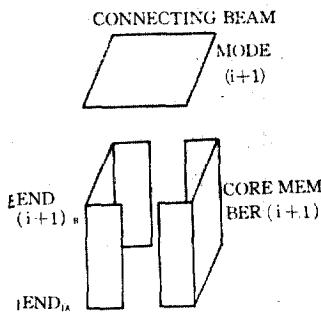


그림 3-1. Elements of typical core

그림 3-3 참조).

$$\left. \begin{array}{l} \phi_{iB} = \phi_{iA} \\ \phi'_{iB} = \phi'_{iA} \\ B_{iB} = B_{iA} + B_i \\ M_{siB} = M_{siA} + M_{si} \end{array} \right\}$$

(3-5a)

Matrix 式으로 쓰면

$$Z_{iB} = R_i Z_{iA} + A_i$$

(3-5b)

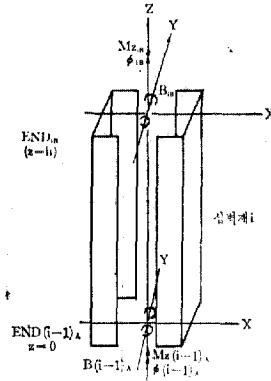


그림 3-2. Forces acting on i th member.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi \\ \phi' \\ \frac{B_i}{GK_T^*} \\ \frac{M_s}{GK_T^*} \end{array} \right\}_B = \left(\begin{array}{cccc} 1 & \frac{sh\lambda h}{\lambda} & 1-ch\lambda h & h-\frac{sh\lambda h}{\lambda} \\ 0 & ch\lambda h & -sh\lambda h & 1-ch\lambda h \\ 0 & -\frac{sh\lambda h}{\lambda} & ch\lambda h & \frac{sh\lambda h}{\lambda} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)_B$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi \\ \phi' \\ \frac{B_i}{GK_T^*} \\ \frac{M_s}{GK_T^*} \end{array} \right\}_{(i-1)A} \quad (3-4a)$$

matrix 表示法으로 쓰면

$$Z_{iB} = F_i Z_{(i-1)A} \quad (3-4b)$$

여기서 F_i matrix 를 member transfer matrix 라고 한다.

2) Nodal Transfer Matrix

外力 M_z 가 中枋이나 스파브에서만 作用하므로 node 에서의 상호 관계식은 다음과 같다(그

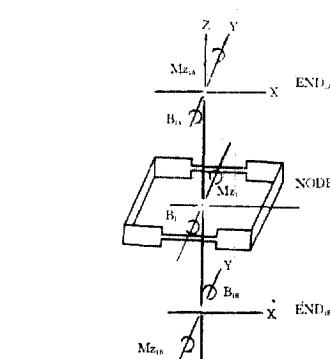


그림 3-3. Forces acting at i th node.

여기서

$$A_i = \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \frac{B_i}{GK_T^*} \\ \frac{M_s}{GK_T^*} \end{array} \right) \quad (3-6)$$

$$R_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(GK_r^*)_{i+1}}{(GK_r)_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(GK_r^*)_{i+1}}{(GK_r^*)_i} \end{pmatrix} \quad (3-7)$$

3) 순환공식의 유도

식(3-4b)과 식(3-5b)를 중첩시킴으로써 nodal i에서 $i+1$ 점으로 이동하는 순환공식을 세울 수 있다.

식(3-5b)로 부터

$$\begin{aligned} Z_{iA} &= R_i^{-1}Z_{iB} - R_i^{-1}A_i \\ &= R_i^{-1}(F_i Z_{(i-1)A}) - R_i^{-1}A_i \\ &= (R_i^{-1}F_i)Z_{(i-1)A} - R_i^{-1}A_i \end{aligned} \quad (3-8)$$

이 순환공식을作用하여 벽의 정상에서의 state vector Z_{nA} 와 기초에서의 state vector Z_{0A} 를 서로 관계지을 수 있다.

즉,

$$\begin{aligned} Z_{iA} &= R_i^{-1}F_i Z_{(i-1)A} - R_i^{-1}A_i \\ Z_{1A} &= R_1^{-1}F_1 Z_{0A} - R_1^{-1}A_1 \\ Z_{2A} &= R_2^{-1}F_2(R_1^{-1}F_1 Z_{0A} - R_1^{-1}A_1) - R_2^{-1}A_2 \\ &= R_2^{-1}R_1^{-1}F_2 F_1 Z_{0A} - R_2^{-1}R_1^{-1}F_2 A_1 \\ &\quad - R_2^{-1}A_2 \\ Z_{3A} &= R_3^{-1}F_3 Z_{2A} - R_3^{-1}A_3 \\ &= R_3^{-1}F_3(R_2^{-1}R_1^{-1}F_2 F_1 Z_{0A} - R_2^{-1}R_1^{-1}F_2 A_1 \\ &\quad - R_2^{-1}A_2) - R_3^{-1}A_3 \\ &= R_3^{-1}R_2^{-1}R_1^{-1}F_3 F_2 F_1 Z_{0A} \\ &\quad - R_3^{-1}R_2^{-1}R_1^{-1}F_3 F_2 A_1 - R_3^{-1}R_2^{-1}F_3 A_2 \\ &\quad - R_3^{-1}A_3 \\ &\vdots \\ Z_{nA} &= \left[\prod_{r=1}^n (R_r^{-1}F_r) \right] Z_{0A} \end{aligned}$$

$$- \sum_{k=1}^{n-1} \left[\left[\prod_{r=k+1}^n (R_r^{-1}F_r) \right] R_k^{-1} A_k \right] - R_n^{-1} A_n \quad (3-9)$$

壁의 두께가 밑에서나 위에서나 변화가 없다면

$$R_i^{-1} = R = [I]$$

$$F_r = F$$

그러면 식(3-9)은 다음과 같이 된다.

$$Z_{nA} = F^n Z_{0A} - \sum_{k=1}^n \{F^{n-k} A_k\} \quad (3-10)$$

가 된다. 그리고 外力 비틀모멘트가 벽의 정상에만 作用하는 경우에는 式(3-10) 中에서 첫 항만 남게 된다. 그리고 이때 경계조건을 代入하면 식(3-10)은 다음과 같이 된다.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi \\ \phi' \\ \frac{B_i}{GK_r^*} \\ \frac{M_s}{GK_r^*} \end{array} \right\}_{nA} = F^n \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ \frac{B_i}{GK_r^*} \\ \frac{M_s}{GK_r^*} \end{array} \right\}_{0A} \quad (3-11)$$

간단한 matrix 분할로부터 식(3-11)에서 두개의 state vector를 구할 수가 있고 임의의 node 위 아래에서의 state vector는 식(3-4b)로부터 구할 수 있다.

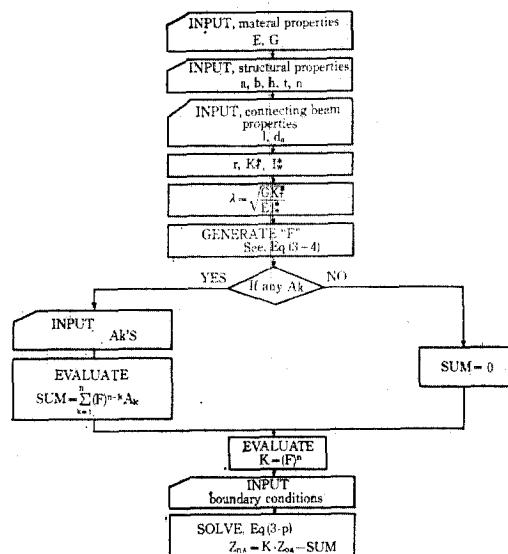


그림 3-4. Flow chart

4. 例 题

本論文에서 제시한 解法을 다른 方法과 비교해 보기 위해서 Michael⁽²⁾과 Tso and Biswas⁽⁵⁾가 使用한 예제를 여기서도 그대로 택한다.

$$a=165\text{mm}, b=127\text{mm}, l=38\text{mm},$$

$$h=62\text{mm}, t=6.2\text{mm}, d_b=10\text{mm},$$

$$E=29.6\text{N/mm}^2, G=11\text{N/mm}^2, 20\text{-storey}$$

그림 3-4의 flow chart에 의하여 각 층의 전

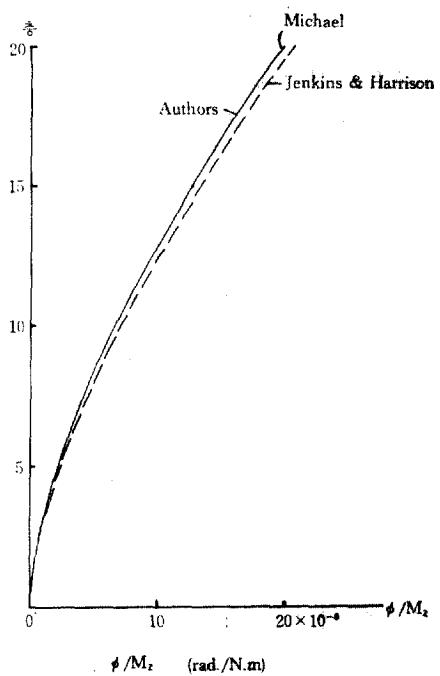


그림 4-1. Rotation of core wall without connecting beam.

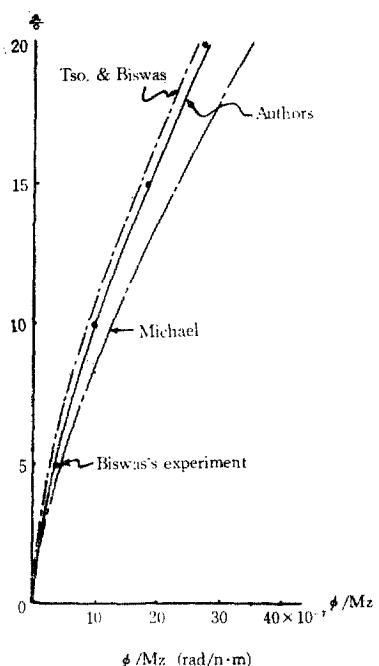


그림 4-2. Rotation of core wall with connecting beam.

달함수를 求해서 그림 4-1, 4-2와 같이 그래프로 나타내어 비교해 보았다.

中枋이 없는 경우(그림 4-1), Biswas 와 Michael method 와는 일치하고, Jenkins and Harrison method 와는 꼭대기(20 층)에서 비름각(ϕ)은 +3.5%이고, 中枋이 있는 경우(그림 4-2)는 Michael; +18.27%, Tso and Biswas; -8.7 %이다.

5. 結 論

本論文에서 제시한 解析方法은 transfer matrix 方法에 기초를 두고 있다. 이方法은 node에서 node로 이동하는 동안의 변위와 내력들을 나타내는 state vector로서 이루어진다.

이方法을 선택함으로써 변 단면을 갖는 전단벽이나 임의의 분포하중에 대한 해석을 쉽게 할 수 있는 잇점이 있는 것이다.

여기에 계산되는 matrix의 곱셈은 그 양이 많지만 그 크기는 4×4 밖에 안되므로 소형 computer나 책상용 계산기로도 할 수 있는 것이다.

또한 本論文에서는 中枋의 영향을 고려함에 있어 中枋의 강도가 클 때나 적을 때나 사용할 수 있는식을 적용함으로서 보다 융통성 있는 해석방법이라 할 수 있다.

參 考 文 獻

1. Jenkins, W.M. and Harrison, T., "Analysis of tall Buildings with Shear Walls under bending and torsion", *Proc. of Symposium on Tall Buildings* Pergamon Press, 1967.
2. Michael, D., "Torsion Coupling of Core Wall in tall Buildings" *The Structural Engineer*, Vol. 47, No. 2, Feb. 1969, pp. 67-71.
3. Rosman, R., "Torsion of perforated Concrete Shafts", *Proc. ASCE*, Vol. 95, No. ST5, 1969.
4. Gluck, J., "Lateral load analysis of asymmetric multi-Storey Structures", *Proc. ASCE*, Vol. 96, No. ST2, 1970.
5. Tso, W.K., and Biswas, J.K., "Analysis of Core Wall Structure Subjected to applied torque," *Build SCI.*, Vol. 8, 1973, pp. 251-257.

6. Heidebrecht, A.C. and Swift, R.L., "Analysis of asymmetrical Coupled Shear Walls," *Proc. ASCE*, Vol. 97, No. ST5, 1971.
7. Heins, C.P. Jr.: *Bending and Torsional Design in Structural Member*, D.C. Heath Co., 1975.
8. Rutenberg, A.V., "Torsional analysis of perforated core Structure," *Journal of the Structural division*, ASCE, Vol. 101, No. ST#, 1975, pp. 539-550.
9. Oden, J.T., *Mechanics of Elastic Structures*, McGrawHill Book, Company, 1967, pp. 218-224.
(接受 : 1983. 5. 27)