

# Weibull 分布를 應用한 林學研究(II)<sup>1</sup>

— Gamma函數에 의한 parameter의 推定 —

尹 鍾 和<sup>2</sup>

## Studies on the Application of Weibull Distribution to Forestry (II)<sup>1</sup>

— Estimation of Parameter by Gamma Function —

Jong Wha Yun<sup>2</sup>

### 要 約

Weibull 分布函數에 의하여 林分의 直徑 分布를 推定할 수 있는 方法 中 直徑 分布의 實測值로 直接 計算하는 方法에 대하여는 第 I 報에서 發表하였다.<sup>5)</sup> 本 研究에서는 任意抽出한 標本木의 平均直徑과 斷面積平均直徑만을 구한 다음 Gamma 函數를 使用한 Weibull 分布函數에 의하여 林分의 直徑 分布를 推定하였다. 그 結果 實際 林分의 直徑 分布와 매우 適合하였다. 그러므로 이 方法을 應用하면 林分의 直徑 分布의 推定은 물론 將來의 林分構造의 解析과 豫測도 쉽게 할 수 있다.

### ABSTRACT

In the estimation of diameter distribution in a stand using Weibull distribution function, the calculation method of experimental distribution was presented in previous paper<sup>5)</sup>. This study was to estimate the diameter distribution of Korean pine stands by Weibull distribution which represents Gamma function, with mean diameter and mean basal-area diameter of the random sample trees. The results obtained fitted the diameter distribution in experimental stands. Thus, this method appears to be used for the estimation of diameter distribution in a stand as well as for the analysis and prediction of stand construction for the future.

*Key words: weibull distribution; gamma function.*

### 緒 言

Weibull 分布의 parameter를 實測한 直徑 分布에서 直接計算하는 方法에 대해서는 第 1 報<sup>5)</sup>에 發表한 바 있다.

最近 日本 九州大學 西澤<sup>3)</sup> 教授는 平均 直徑과 斷面積平均直徑으로 Gamma 函數에 의하여 Weibull 分布

의 parameter를 구할 수 있는 點에 着眼하여 이를 위한 Gamma 函數의 表를 作成한 바 있다.

本 研究는 林分에서 任意로 抽出한 標本木에서 平均直徑과 斷面積平均直徑을 實測하여 Gamma 函數에 의하여 Weibull 分布의 parameter를 推定하여 구한 直徑 分布와 實際의 그 林分의 直徑 分布와의 適合性을 檢定하였다.

<sup>1</sup> 接受 6月 28日 Received June 28, 1983.

<sup>2</sup> 江原大學校 林科大學 College of Forestry, Kangweon National University, Chuncheon, Korea.

資料 및 方法

1. 資 料

使用한 資料는 江原大學校 演習林 6 林班 잣나무林에서 0.25ha의 林木에 대해서 每木實測하였다. 그 結

果는 表 1과 같다.

Gamma 函數에 의하여 parameter 를 推定하기 위한 標本木은 6 林班의 잣나무林에서 20m×20m의 plot 들 設定하여 每木實測하였다. 그 結果는 表 2와 같다.

Table 1. Diameter distribution of actual tree measured.

D. B. H.	8	10	12	14	16	18	20	22	Total
f <sub>i</sub>	16	52	68	85	79	46	25	8	379

Table 2. Diameter distribution of sample tree.

D. B. H.	8	10	12	14	16	18	20	22	Total
f <sub>i</sub>	5	9	11	14	12	10	4	1	66

2. 方 法

Weibull 分布는 다음 (1) 式과 같이 나타낸다.

$$g(y) = (c/b)\{(y-a)/b\}^{c-1} \exp\{-\{(y-a)/b\}^c\} \dots \dots \dots (1)$$

(1) 式에서 x=y-a로 하여 整理하면 다음 (2) 式을 얻는다.

$$f(x) = (c/b)(x/b)^{c-1} \exp\{-(x/b)^c\} \dots \dots \dots (2)$$

(2) 式에서 Weibull 分布의 E(x)와 E(x<sup>2</sup>)을 다음과 같이 구한다.

$$E(x) = \int_0^{\infty} xf(x) dx$$

$$E(x) = \int_0^{\infty} x \left(\frac{c}{b}\right) \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} dx \dots \dots \dots (3)$$

(3) 式에서 (x/b)<sup>c</sup>=X라 하면 c/b(x/b)<sup>c-1</sup> dx = dX  
x = bX<sup>1/c</sup>을 얻는다. 이를 (3) 式에 代入하여 다음 (4) 式을 얻는다.

$$E(x) = \int_0^{\infty} bX^{1/c} e^{-X} dX$$

$$= b \int_0^{\infty} X^{1+1/c-1} e^{-X} dX$$

$$\Gamma_n = \Gamma\left(1+\frac{n}{c}\right) \text{이며}$$

$$\Gamma_n = \int_0^{\infty} x^{n-1} e^{-x} dx \text{ 임으로}$$

$$E(x) = b \Gamma\left(1+\frac{1}{c}\right)$$

$$\therefore E(x) = b \Gamma_1 \dots \dots \dots (4)$$

같은 方法으로

$$E(x^2) = \int_0^{\infty} x^2 f(x) dx$$

$$E(x^2) = \int_0^{\infty} x^2 \left(\frac{c}{b}\right) \left(\frac{x}{b}\right)^{c-1} e^{-\left(\frac{x}{b}\right)^c} dx \dots \dots \dots (5)$$

(5) 式에서 (x/b)<sup>c</sup>=X 라면 c/b(x/b)<sup>c-1</sup> dx = dX,  
x = bX<sup>1/c</sup>을 얻는다. 이를 (5) 式에 代入하여 (6) 式을 얻는다.

$$E(x^2) = \int_0^{\infty} b^2 X^{2/c} e^{-X} dX$$

$$= b^2 \int_0^{\infty} X^{1+2/c-1} e^{-X} dX$$

$$= b^2 \Gamma\left(1+\frac{2}{c}\right)$$

$$\therefore E(x^2) = b^2 \Gamma_2 \dots \dots \dots (6)$$

그러므로 分散 V(x) = E(x<sup>2</sup>) - E(x)<sup>2</sup> 이므로 (4) 式 및 (6) 式에 의하여 다음과 같이 求한다.

$$V(x) = b^2 \Gamma_2 - b^2 \Gamma_1^2$$

$$\therefore V(x) = b^2 (\Gamma_2 - \Gamma_1^2)$$

여기서 E(x) = b Γ<sub>1</sub>, E(x<sup>2</sup>) = b<sup>2</sup> Γ<sub>2</sub> 임으로

$$E(x^2)/E(x)^2 = b^2 \Gamma_2 / b^2 \Gamma_1^2$$

$$\therefore E(x^2)/E(x)^2 = \Gamma_2 / \Gamma_1^2$$

即 E(x<sup>2</sup>)와 E(x)에 의하여 Γ<sub>2</sub>/Γ<sub>1</sub><sup>2</sup>를 구할 수 있는 點에 着眼하여 c에 對應하는 Γ<sub>1</sub>, Γ<sub>2</sub>, Γ<sub>2</sub>/Γ<sub>1</sub><sup>2</sup>의 表를 미리 作成하여 이 表를 使用하여 E(x<sup>2</sup>)/E(x)<sup>2</sup>의 값으로 b 및 c의 값을 推定한다.

推定하는 方法은 다음과 같다.

(1) 林分에서 抽出된 標本木을 實測하여  $\bar{d}$  (平均直徑) 및  $\bar{d}_b$  (斷面積平均直徑)을 구한다.

(2) 現地에서 實際調査할 때 最少直徑 a를 구한다.

(3) E(x) = E(y-a)

$$E(x) = E(y) - a$$

E(y)는 平均直徑  $\bar{d}$ 로 E(x) =  $\bar{d} - a$ 로 구한다.

(4) E(y<sup>2</sup>) =  $\bar{d}_b^2$ 은 直徑의 平方平均으로 이는 斷面積平均直徑을 말한다.

(5) E(x<sup>2</sup>) = E{(y-a)<sup>2</sup>}

**Table 3.** Table of C, Gamma. 1, Gamma. 2, and coefficient of variation (CV).

C	Gamma. 1	Gamma. 2	Gamma. 2/ Gamma. 1 <sup>2</sup>	CV	C	Gamma. 1	Gamma. 2	Gamma. 2/ Gamma. 1 <sup>2</sup>	CV
.25	24.00000	40320.00	70.00000	8.30662	3.25	.89633	.89534	1.11443	.33827
.30	9.26053	2593.57	30.24310	5.40769	3.30	.89702	.89421	1.11131	.33363
.35	5.02915	424.33802	16.77733	3.97207	3.35	.89770	.89318	1.10835	.32916
.40	3.32335	120.00000	10.86498	3.14086	3.40	.89838	.89224	1.10551	.32482
.45	2.47859	47.87614	7.79309	2.60636	3.45	.89907	.89139	1.10276	.32056
.50	2.00000	24.00000	6.00000	2.23607	3.50	.89975	.89062	1.10014	.31645
.55	1.70243	14.08929	4.86128	1.96501	3.55	.90043	.88992	1.19762	.31244
.60	1.50458	9.26053	4.09077	1.75806	3.60	.90111	.88929	1.09519	.30852
.65	1.36627	6.61419	3.54326	1.59476	3.65	.90178	.88872	1.09286	.30473
.70	1.26582	5.02915	3.13871	1.46243	3.70	.90245	.88821	1.09061	.30101
.75	1.19064	4.01220	2.83023	1.35286	3.75	.90312	.88776	1.08844	.29739
.80	1.13300	3.32335	2.58891	1.26052	3.80	.90379	.88736	1.08634	.29383
.85	1.08796	2.83595	2.39592	1.18149	3.85	.90445	.88701	1.08432	.29039
.90	1.05218	2.47859	2.23885	1.11304	3.90	.90510	.88671	1.08240	.28706
.95	1.02341	2.20878	2.10889	1.05304	3.95	.90576	.88645	1.08051	.28374
1.00	1.00000	2.00000	2.00000	1.00000	4.00	.90640	.88623	1.07871	.28056
1.05	.98079	1.83506	1.90765	.95271	4.05	.90704	.88604	1.07696	.27742
1.10	.96491	1.70243	1.82850	.91022	4.10	.90768	.88589	1.07526	.27434
1.15	.95170	1.59415	1.76007	.87182	4.15	.90831	.88578	1.07364	.27136
1.20	.94066	1.50458	1.70040	.83690	4.20	.90894	.88569	1.07204	.26840
1.25	.93138	1.42962	1.64804	.80501	4.25	.90956	.88564	1.07052	.26555
1.30	.92358	1.36627	1.60172	.77571	4.30	.91017	.88561	1.06905	.26277
1.35	.91699	1.31225	1.56058	.74872	4.35	.91078	.88560	1.06761	.26001
1.40	.91142	1.26582	1.52382	.72376	4.40	.91138	.88562	1.06622	.25734
1.45	.90672	1.22564	1.49079	.70056	4.45	.91198	.88567	1.06488	.25472
1.50	.90275	1.19064	1.46098	.67896	4.50	.91257	.88573	1.06358	.25215
1.55	.89939	1.15999	1.43403	.65881	4.55	.91316	.88581	1.06230	.24960
1.60	.89657	1.13300	1.40949	.63991	4.60	.91374	.88591	1.06107	.24712
1.65	.89421	1.10914	1.38710	.62217	4.65	.91431	.88603	1.05989	.24473
1.70	.89224	1.08796	1.36663	.60550	4.70	.91488	.88617	1.05874	.24236
1.75	.89062	1.06907	1.34779	.58973	4.75	.91544	.88632	1.05762	.24005
1.80	.88929	1.05218	1.33046	.57486	4.80	.91600	.88648	1.05652	.23774
1.85	.88821	1.03703	1.31450	.56080	4.85	.91655	.88666	1.05547	.23552
1.90	.88736	1.02341	1.29972	.54747	4.90	.91710	.88685	1.05443	.23330
1.95	.88671	1.01111	1.28598	.53477	4.95	.91764	.88705	1.05342	.23114
2.00	.88623	1.00000	1.27323	.52271	5.00	.91817	.88726	1.05246	.22904
2.05	.88589	.98993	1.26138	.51125	5.05	.91870	.88749	1.05152	.22697
2.10	.88569	.98079	1.25030	.50030	5.10	.91922	.88772	1.05060	.22494
2.15	.88561	.97248	1.23993	.48982	5.15	.91974	.88796	1.04970	.22292
2.20	.88562	.96491	1.23025	.47984	5.20	.92025	.88821	1.04883	.22097
2.25	.88573	.95801	1.22115	.47026	5.25	.92075	.88847	1.04800	.21908
2.30	.88591	.95170	1.21261	.46110	5.30	.92125	.88873	1.04716	.21717
2.35	.88617	.94593	1.20455	.45227	5.35	.92175	.88900	1.04635	.21528
2.40	.88648	.94066	1.19700	.44385	5.40	.92224	.88928	1.04556	.21346
2.45	.88685	.93582	1.18985	.43572	5.45	.92272	.88957	1.04482	.21170
2.50	.88726	.93138	1.18311	.42791	5.50	.92320	.88986	1.04407	.20933
2.55	.88772	.92731	1.17672	.42038	6.00	.92772	.89298	1.03755	.19377
2.60	.88821	.92358	1.17069	.41315	6.50	.93178	.89633	1.03238	.17995
2.65	.88873	.92014	1.16497	.40616	7.00	.93544	.89975	1.02823	.16802
2.70	.88928	.91699	1.15954	.39943	7.50	.93874	.90312	1.02484	.15760
2.75	.88986	.91409	1.15437	.39290	8.00	.94174	.90640	1.02202	.14838
2.80	.89045	.91142	1.14947	.38662	8.50	.94447	.90956	1.01966	.14020
2.85	.89106	.90897	1.14482	.38055	9.00	.94697	.91257	1.01764	.13281
2.90	.89169	.90672	1.14037	.37466	9.50	.94925	.91544	1.01594	.12626
2.95	.89233	.90465	1.13613	.36896	10.00	.95135	.91817	1.01448	.12032
3.00	.89298	.90275	1.13210	.36345	12.50	.95973	.92880	1.00947	.09729
3.05	.89364	.90100	1.12824	.35810	15.00	.96566	.93874	1.00669	.08181
3.10	.89430	.89939	1.12456	.35293	20.00	.97350	.95335	1.00385	.06204
3.15	.89498	.89792	1.12101	.34787	50.00	.98884	.97844	1.00065	.02549
3.20	.89565	.89657	1.11765	.34301	100.00	.99433	.98884	1.00015	.01223
					Infinity	1.00000	1.00000	1.00000	.00000

$$\begin{aligned} &= E(y^2 - 2ay + a^2) \\ &= E(y^2) - 2aE(y) + a^2 \\ &= E(y^2) - 2aE(x+a) + a^2 \\ &= E(y^2) - 2aE(x) - 2a^2 + a^2 \end{aligned}$$

$$\therefore E(x^2) = E(y^2) - 2aE(x) - a^2$$

(6)  $E(x^2)/E(x)^2 = \Gamma_2/\Gamma_1^2$  임으로  $E(x^2)/E(x)^2$  의 값을 이미 作成된 Gamma 函數의 表  $\Gamma_2/\Gamma_1^2$  에서 가장 가까운 값을 찾아 이에 對應하는 c 의 값을 얻는다.

(7) Gamma 函數의 表에서 c 에 對應하는  $\Gamma_1$  을 찾아  $E(x) = b\Gamma_1$  이므로  $b = E(x)/\Gamma_1$  에 의하여 b 를 구한다.

b 및 c 의 값을 推定하기 위하여 作成된 Gamma 函數의 값은 表 3 과 같다.

表의 作成은 다음과 같이 한다.

$c = 1.05$  인 경우

一般으로  $\Gamma_k = \Gamma(1 + \frac{k}{c})$  이므로

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \Gamma(1 + \frac{1}{1.05}) \\ &= \Gamma(1 + \frac{1}{1.05}) \end{aligned}$$

$$\therefore \Gamma_1 = \Gamma_{(1+0.95238)}$$

$\Gamma_{(1+\epsilon)}$  에서  $0 \leq \epsilon \leq 1$  인 때의  $\Gamma$  函數의 計算은 (7) 式의 漸化式으로 나타낸 8 次多項式에 의하여 計算한다.

$$\Gamma_{(1+\epsilon)} = 1 + a_1\epsilon + a_2\epsilon^2 + a_3\epsilon^3 + \dots + a_8\epsilon^8 \dots (7)$$

이때  $a_1, a_2, \dots, a_8$  의 各係數는 다음과 같다.

- $a_1 = -0.57719165$
- $a_2 = 0.98820589$
- $a_3 = -0.89705694$
- $a_4 = 0.91820686$
- $a_5 = -0.75670408$
- $a_6 = 0.48219939$
- $a_7 = -0.19352782$
- $a_8 = 0.035868343$

$\epsilon = 0.95238$  을 (7) 式에 代入하면

$$\begin{aligned} \Gamma_{(1+0.95238)} &= 1 - 0.57719165 \times 0.95238 \\ &\quad + 0.98820589 \times 0.95238^2 + \dots \\ &\quad + 0.035868343 \times 0.95238^8 \end{aligned}$$

$$\therefore \Gamma_{(1+0.95238)} = 0.98078$$

$$\Gamma_2 = \Gamma(1 + \frac{2}{1.05})$$

$$\therefore \Gamma_2 = (2.90476)$$

$$\Gamma_{(z)} = (z-1) \Gamma_{(z-1)} \text{ 이므로}$$

$$\Gamma_2 = (2.90476 - 1) \Gamma_{(2.90476 - 1)}$$

$$= 1.90476 \Gamma_{(1+0.90476)}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{(1+0.90476)} &= 1 - 0.57719165 \times 0.90476 \\ &\quad + 0.98820589 \times 0.90476^2 + \dots \\ &\quad + 0.035868343 \times 0.90476^8 \end{aligned}$$

$$= 0.963407$$

$$\Gamma_2 = 1.90476 \times 0.963407$$

$$\therefore \Gamma_2 = 1.83506$$

z 가 整數일 때  $\Gamma_{(z)} = (z-1)!$  에 의하여 計算한다.

### 計算 및 結果

#### 1. 計 算

(1) 直徑分布에 의한 parameter 의 推定

每木實測한 直徑分布로 Weibull 分布의 parameter 을 구하기 위하여 整理한 것은 表 4 와 같으며  $X_i = \ln x_i$  에 對應하는 分布는 表 5 와 같다.

本 研究에서 a 의 값은 實際調查에서 最小直徑 7 cm 였으며 b, c 의 값은 1 報에서 發表한 2 方法에 의하여 計算하였다.

$$\begin{aligned} \bar{X} &= (0 \times 16 + 1.099 \times 52 + \dots + 2.768 \times 8) / 379 \\ &= 1.8525 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_M &= \{ [16(0 - 1.8525)^2 + 52(1.099 - 1.8525)^2 + \dots + 8(2.768 - 1.8525)^2] / 379 \}^{\frac{1}{2}} \\ &= 0.5894 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{X}_{(0.17)} &= \bar{X} - 0.86002 \times S_M \\ &= 1.8525 - 0.86002 \times 0.5894 \end{aligned}$$

Table 4. Diameter distribution of actual tree.

$y_i$ (D. B. H.)	8	10	12	14	16	18	20	22	Total
$x_i$ ( $y_i - 7$ )	1	3	5	7	9	11	13	15	
$f_i$	16	52	68	85	79	46	25	8	379

Table 5. Diameter distribution to  $X_i$ .

$X_i = \ln x_i$	0	1.099	1.609	1.946	2.197	2.398	2.565	2.768	Total
$f_i$	16	52	68	85	79	46	25	8	379

$$\begin{aligned}
 &= 1.345604212 \\
 \hat{X}_r &= e^{\hat{x}(0.17)} \\
 &= e^{1.345604212} \\
 &= 3.84050632 \\
 \hat{X}_{(0.97)} &= \bar{X} + 1.42829 S_M \\
 &= 1.8525 + 1.4282 \times 0.5894 \\
 &= 2.694334126 \\
 \hat{x}_t &= e^{\hat{x}(0.97)} \\
 &= e^{2.694334126} \\
 &= 14.79566342 \\
 \hat{c} &= \frac{-2.9349}{\ln(x_r/x_t)} \\
 &= -29349 / \ln\left(\frac{3.84050632}{14.79566342}\right) \\
 \therefore \hat{c} &= 2.17 \\
 \hat{b} &= \exp\left\{\frac{\ln x_r + 1.3392 \ln x_t}{2.3392}\right\} \\
 &= \exp\left\{\frac{\ln 3.84050632 + 1.3392 \times 14.79566342}{2.3392}\right\} \\
 \therefore \hat{b} &= 8.31246994
 \end{aligned}$$

(2) Gamma 函數에 의한 parameter 의 推定

Gamma 函數에 의하여 Weibull 分布의 parameter 를 推定하기 위하여 實測한 標本木의 값은 表 6 과 같다.

$$\begin{aligned}
 \hat{d} &= (8 \times 5 + 10 \times 9 + \dots + 20 \times 1) / 66 \\
 &= 14.1212 \\
 \bar{d}_b &= \left\{ (8^2 \times 5 + 10^2 \times 9 + \dots + 22^2 \times 1) / 66 \right\}^{\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

$$= 14.5352$$

現地調査에서 最小直徑 a=7 을 구하였다.

$$\begin{aligned}
 E(x) &= \bar{d} - a \\
 &= 14.1212 - 7 \\
 &= 7.1212 \\
 E(x^2) &= \bar{d}_b^2 - 2aE(x) - a^2 \\
 &= 14.5352^2 - 2 \times 7 \times 7.1212 - 7^2 \\
 &= 62.559273 \\
 E(x^2) / E(x)^2 &= 62.559273 / 7.1212^2 \\
 &= 1.233959562
 \end{aligned}$$

$I_2 / I_1 = E(x^2) / E(x)^2$  임으로 미리 作成된 Gamma 表의  $I_2 / I_1$  에서 1.233959 에 가장 가까운 값 1.23025 을 찾아 이에 該當하는 c 의 값 2.20 을 구한다.

다음에 c=2.2 일 때의  $I_1$  의 값 0.88562 을 얻어 다음 式에 의하여 b 를 구한다.

$$\begin{aligned}
 b &= E(x) / I_1 \\
 &= 7.1212 / 0.88562
 \end{aligned}$$

$$\therefore \hat{b} = 8.04092$$

## 2. 結 果

實測한 直徑分布에서 Weibull 分布의 parameter 을 推定한 結果는 a=7, b=8.31, c=2.17 이며 Gamma 函數를 使用하여 平均直徑과 斷面積平均直徑에 의하여 推定한 값은 a=7, b=8.04, c=2.2 로서 거의 一致함을 알 수 있다.

이를 값으로 Weibull 分布의 密度函數를 구하여 實

Table 6. Diameter distribution of sample tree.

D. B. H.	8	10	12	14	16	18	20	22	Total
$f_i$	5	9	11	14	12	10	4	1	66

Table 7. Calculation for Kolmogorov-Smirnov test.

D. B. H.	Actual distribution			Weibull distribution			$D_n = \frac{S_n(p) - S_n(g')}{S_n(g')}$
	$f_i$	$p = f_i/n$	$S_n(p)$	$g'(y_i)$	$g'(y_i)$	$S_n(g')$	
8	16	0.0422	0.0422	0.0434	0.0439	0.0439	0.0017
10	52	0.1372	0.1794	0.1421	0.1438	0.1877	0.0083
12	68	0.1794	0.3588	0.2068	0.2093	0.3970	0.0382*
14	85	0.2243	0.5831	0.2145	0.2171	0.6141	0.0310
16	79	0.2084	0.7915	0.1746	0.1767	0.7908	0.0007
18	46	0.1214	0.9129	0.1154	0.1168	0.9076	0.0053
20	25	0.0660	0.9789	0.0629	0.0636	0.9712	0.0077
22	8	0.0211	1.0000	0.0284	0.0288	1.0000	0
Total	379	1.0000		0.9881	1.0000		

際의 直徑分布와의 適合性的 檢定을 Kolmogorov - Smirnov 法에 의하여 檢定하였다.

우선 直徑分布에서 直接推定한 parameter 로 구한 Weibull 分布와 實際의 直徑分布와의 適合性を 檢定한 結果는 表 7 과 같다.

여기서 a=7, b=8.31, c=2.17 임으로 密度函數 g(y<sub>i</sub>)는 다음과 같이 計算한다.

$$g(y_i) = 2 \times \left(\frac{2.17}{8.31}\right) \left(\frac{y-7}{8.31}\right)^{1.17} \exp\left\{-\left(\frac{y-7}{8.31}\right)^{2.17}\right\}$$

g'(y<sub>i</sub>)는 1/0.9881=1.012043315의 修正係數를 g(y<sub>i</sub>)에 곱하여 구한다.

檢定한 結果는

$$D_n = 0.0382 < D_{(0.025)} = 1.35810 / \sqrt{379} = 0.06976$$

임으로 두 分布間에는 有意的인 差가 없으므로 實際의 直徑分布와 잘 適合함을 알 수 있었다.

다음에는 Gamma 函數에 의하여 推定한 parameter 로 구한 Weibull 分布와 實際의 直徑分布와의 適合性を 檢定한 結果는 表 8 과 같다.

여기서는 a=7, b=8.04, c=2.2 임으로 密度函數 g(y<sub>i</sub>)는 다음과 같이 계산한다.

$$g(y_i) = 2 \times \left(\frac{2.2}{8.04}\right) \left(\frac{y-7}{8.04}\right)^{1.2} \exp\left\{-\left(\frac{y-7}{8.04}\right)^{2.2}\right\}$$

g'(y<sub>i</sub>)는 1/0.9932=1.006846557의 修正係數를 곱하여 구한다.

檢定の 結果는

$$D_n = 0.0557 < D_{(0.025)} = 1.3581 / \sqrt{329} = 0.06976$$

임으로 이 두 分布間에도 有意的인 差가 없으므로 잘 適合함을 알 수 있었다.

實際의 分布와 Weibull 分布에 의하여 推定된 分布를 比較하면 表 9 와 같다.

### 考 察

直徑分布에서 直接計算하여 구한 Weibull 分布의 parameter 와 斷面積平均直徑에 의하여 Gamma 函數를 使用하여 求한 Weibull 分布의 parameter 가 거의 一致함을 알 수 있었다.

또한 이들의 parameter 에 의한 密度函數로 推定한 直徑分布와 實際의 直徑分布와는 잘 適合함을 알 수 있었다.

그러므로 林地에서 小數의 標本木을 抽出하여 平均直徑과 斷面積平均直徑만을 구함으로써 그 林分의 直徑分布를 쉽게 推定할 수 있음을 알 수 있었다.

앞으로 平均直徑과 斷面積平均直徑의 成長量을 豫測할 수 있으면 그 林分의 直徑分布의 豫測이 可能할 것이다. 또한 直徑成長과 林分密度와의 關係를 究明하여 林分構造의 豫測에도 크게 活用될 것으로 考慮된다.

Table 8. Calculation for Kalmogorov - Smirnov test.

D. B. H.	Actual distribution			Weibull distribution			Dn=S <sub>n</sub> (p) -S <sub>n</sub> (g')
	f <sub>i</sub>	p=f <sub>i</sub> /n	S <sub>n</sub> (p)	g(y <sub>i</sub> )	g'(y <sub>i</sub> )	S <sub>n</sub> (g')	
8	16	0.0422	0.0422	0.0444	0.0447	0.0447	-0.0025
10	52	0.1372	0.1794	0.1496	0.1506	0.1953	-0.0159
12	68	0.1794	0.3588	0.2177	0.2192	0.4145	-0.0557*
14	85	0.2243	0.5831	0.2217	0.2232	0.6377	-0.0546
16	79	0.2084	0.7915	0.1739	0.1751	0.8128	-0.0213
18	46	0.1214	0.9129	0.1087	0.1094	0.9222	-0.0093
20	25	0.0660	0.9789	0.0548	0.0552	0.9774	0.0015
22	8	0.0211	1.0000	0.0224	0.0226	1.0000	0
Total	379	1.0000		0.9932	1.0000		

Table 9. Comparison of the actual distribution and the estimated distribution by Weibull.

D. B. H.	8	10	12	14	16	18	20	22	Total
Actual distribu.	6	52	68	85	79	46	25	8	379
Estimated distribu. b=8.3, c=3.17	17	55	79	82	67	44	24	11	379
Estimated distribu. b=8.04, c=2.2	17	57	83	85	66	41	20	9	379

引用文獻

1. Ek, A. R., J. N. Issos and R. L. Bailey. 1975. Solving for Weibull diameter distribution parameters to obtain specified mean diameters. *Forest Sci.* 21 : 290-292.
2. 守谷榮一. 1981. 詳解演習数理統計. 日本理工出版會 : 105-108.
3. 西澤正久, 本梨謙吉, 柿原道喜, 長正道. 1976. 林分シミュレーションに對する生長モデルの研究(Ⅲ). 87回日林講 : 87-88.
4. 岡崎誠, 大槻義彦. 1974. 特殊關數. 培風館 : 60-72.
5. 尹種和. 1983. Weibull 分布을 應用한 林學研究(I)-一直徑分布의 推定-韓國林學會誌 59 : 46-50.