韓國OR學會誌
第8卷 第1號
1983年 4月

용량의 上限과 下限이 주어진 設備의 最適 立地 選定

(Optimal Location of Facilities with Upper and Lower Capacity Bounds)

차 동 완*
민 대 환**
윤 문 길*

Abstract

This paper deals with the problem of locating facilities with upper and lower capacity bounds in a single level physical distribution system at minimum total costs. Several known schemes for location problems with upper capacity bounds only are successfully extended to our case and then implemented into our branch and bound solution procedure. Computational experiments with twelve test problems suggest the effectiveness of our approach by showing that only a small amount of additional computation is required for our problem as compared to that for the problems with upper capacity bounds.

1. 서 론

용량의 제한이 있는 설비의 입지 선정 문제(Capacitated Facility Location Problem; CFLP)는 여러가지 접근 방법으로 많은 연구가 진행 되어왔다.

그러나 이제까지 CFLP에 대한 대부분의 연구는 설비의 시설능력에 대한 상한 만을 고려하여 취급하였을 뿐 하한의 중요성은 고려하지 않았었다. [1, 34, 9, 14]

현실적인 면에서 어떤 설비를 개설하고자 할 때는 설비의 최대 시설능력인 상한 뿐만 아니라 최소한 어느 수준 이상으로 가동되어야 하는 하한까지도 고려하게 된다. 비록 용량의 하한을 고려하지 않고 설비를 개설한 경우라도 실제로 설비를 운영할 때는 경제성과 효율성을 위하여 용량의 하한을 고려하여 운영하게 된다. 즉, 현실적으로 용량의 하한은 설비의 입지 선정문제에서 중요한 요인이 된다.

따라서 본 연구는 이러한 현실성을 감안하여 설비의 용량에 대한 상한 뿐 아니라 하한까지도 동시에 고려한 CFLP를 취급한 것으로 Branch and Bound(BB)기법을 이용하여 좀더 현실적인 문제에 대한 해결과정을 제시하려 한다.

본 연구에서 제시하는 해결과정은 용량의 상한만 취급한 기존의 연구결과 중 Akinc-Khumawala[1], Roodman-Schwarz[13], Nauss[10], Sa[14]등의 연구 터를 토대로 하여 하한까지 고려한 문제에 확장하여 적용하고 본 논문에서 사용되는 기호는 가급적 그들이 사용한 기호를 사용한다.

최근에 Christofides-Beasley[2]는 본 연구에서 고려한 모형과 유사하게 용량의 하한까지 고려한 CFLP를 연구하였다. 그러나 본 연구는 이들과는 독립적으로 진행되었음을 밝힌다.

참고로 본 연구와 Christofides-Beasley[2]연구의 주된 차이점은 다음과 같다.

정식화 하는데 있어서 우리의 모형이 일반적으로 고려되는 CFLP에 용량의 하한을 추가한 반면 Christofides-Beasly는 용량의 하한 및 개설될 설비의 수에 대한 제약식을 추가하였다.

* 한국 과학 기술원 경영과학과
** 현대건설 전산실

목적함수 값의 하한을 얻기 위하여 Christofides-Beasley는 Lagrangean 완화식만을 이용하여 목적함수 값의 하한을 구하였다. 그러나 본 연구에서는 Lagrangean 완화식이외에 완화된 선형계획법, Roodman-Schwarz 방법을 통하여 보다 강력한 하한을 구하려 한다.

BB Tree상에서 문제의 크기를 줄이기 위한 간략화* 방법은 Christofides-Beasley가 Nauss가 사용한 방법을 따른 반면 본 연구에서는 Roodman-Schwarz, Akinc-Khumawala의 방법에 따라 간략화 한다.

본 논문의 구성은 전부 5장으로 구성되어 있다. 2장은 우리가 다루려는 모형에 대한 정식화를 설명한다. 3장은 용량의 상한만 주어진 기존의 연구중 본 연구에서 이용한 결과를 간단히 언급한다.

4장은 2장에서 제시한 모형에 대한 해결과정을 다루고 5장은 제시된 해결과정에 3가지 문제집합의 계산결과를 분석하고 이결과와 용량의 상한만 다룬 경우의 결과와 비교한다.

2. 모형 설정

본 연구에서 고려하는 모형을 정식화 하기 위해 필요한 기호를 정의한다.

$I=\{1, 2, \cdots, M\}$; 설립 후보지의 집합

$J=\{1, 2, \cdots, N\}$; 수요지의 집합

C_{ij};설비 i 로부터 수요지 j 까지 단위당 수송비(설비 i 의 단위당 변동비 포함)

X_{ij}; 설비 i 로 부터 수요지 j 로 공급되는 공급량

F_i; 설비 i 를 개설하는데 드는 고정비용

D_j; 수요지 j 의 수요량

S_i; 설비 i 의 시설능력의 상한

L_i; 설비 i 의 시설능력의 하한

$$Y_i=\begin{cases}1 & ;\text{설비 } i \text{ 를 영구 개설할 경우}\\ 0 & ;\text{설비 } i \text{ 를 영구 폐쇄할 경우}\end{cases}$$

본 연구에서 취급하고자 하는 용량의 상한과 하한을 동시에 고려한 CFLP의 모형을 정식화하면 문제(P)가 된다.

$$\text{Min } Z=\sum_{i\in I}\sum_{j\in J} C_{ij}X_{ij}+\sum_{i\in I} F_iY_i \quad (1)$$

$$\text{s.t.} \quad L_iY_i \leqq \sum_{j\in J} X_{ij} \leqq S_iY_i, \quad i\in I \quad (2)$$

$$(P) \qquad \sum_{i\in I} X_{ij} \geqq D_j, \quad j\in J \quad (3)$$

$$Y_i=0 \text{ or } 1, \quad i\in I \quad (4)$$

$$X_{ij}\geqq 0, \quad i\in I, j\in J \quad (5)$$

(1)은 비용 요소로서 총수송비용과 설비의 개설에 따른 고정비용만을 고려한다.

(2)는 설비의 용량에 대해 상한과 하한을 고려하여 더욱 현실성을 높인 제약식으로서 본 연구에서 가장 중점적으로 다루려는 제약식이다.

(3)은 설비로부터 공급되는 공급량이 수요지 j 의 수요를 충분히 만족시키기 위한 제약식이다.

(4)는 설비 i 를 개설 혹은 폐쇄함에 따라 Y_i가 1 또는 0의 값을 갖도록 하기 위한 조건이다.

* 3장에서 설명함

3. 기존 연구 결과

CFLP에 대한 기존의 많은 연구들이 BB 기법을 이용하여 해결과정을 제시하였다. 이들 해법은 BB 방법을 이용하므로 BB Tree 로 묘사될 수 있다.

BB방법에 있어서 어떤 Node에서 Branching을 하면 새로운 Node가 추가 된다. 이때 새로 추가되는 Node를 후속 Node라 하고 각 후속 Node에 대응되는 문제를 후보문제(CP)라 한다.

Branching후에 발생하는 후속 Node에서 $Y=0(Y_i=1)$인 후속 Node에서는 원 문제에 대한 최적해가 얻어질 수 없음이 확실한 경우에는 $Y_i=1(Y_i=0)$인 후속 Node만 고려하면 된다. 이렇게 함으로서 BB Tree의 크기와 계산시간을 크게 줄일 수 있는데 이 같은 과정을 간략화라 한다.

간략화를 하기 위해서는 목적함수 값의 하한이 필요한데 이는 Branching 이후에 선택된 후보문제로 부터 구할 수 있다.

여기서는 용량의 상한만 주어진 기존의 연구결과 중 우리의 해법의 토대가 되는 Akinc-Khumawala[1], Nauss[10], Sa[14], Roodman-Schwarz[13]의 방법을 살펴보기로 한다.

논리전개의 편의를 위하여 다음 기호를 정의하자.

$T[A]$; 집합A에 속하는 설비를 개설할 경우의 수송문제(ACI)

$Z[A]$; $T[A]$의 최적 목적함수 값

$L[A]$; $T[A]$의 Lagrangean 완화 문제의 최적목적함수 값

$V[S]$: 문제(S)의 최적 목적 함수값

3.1. Akinc-Khumawala의 간략화 방법[1]

간략화에 필요한 기호를 정의 하자.

$K_0=\{i|Y_i=0\}$; 영구 폐쇄$(Y_i=0)$키로 결정된 설비 i 의 집합

$K_1=\{i|Y_i=1\}$; 영구개설$(Y_i=1)$키로 결정된 설비 i 의 집합

$K_2=\{i|0\leq Y_i\leq 1\}$; 영구개설 혹은 폐쇄가 아직 결정 되지 못한 집합

$|K_i|$; 집합 K_i의 원소의 갯수

Akinc-Khumawala[1]는 Ellwein-Gray[5]가 사용한 간략화 방법에서 계산상의 난점을 개선하고자 다음과 같은 간략화 방법을 적용하였다.

i) 초기 Node ; Ellwein-Gray의 방법을 그대로 적용하여 설비 $i, i\in K_2$를 폐쇄 혹은 개설할 때 발생하는 변동비 감소의 상한과 하한, ΩV_i와 ΔV_i,를 구하였다.

$$\Delta V_i=Z[K_1\cup K_2-\{i\}]-Z[K_1\cup K_2],\ i\in K_2 \quad (6)$$

$$\Omega V_i=Z[K_1]-Z[K_1\cup\{i\}],\ i\in K_2 \quad (7)$$

이때 $\Delta V_i>F_i$이면 $Y_i=1$로 고정하고 $\Omega V_i<F_i$이면 $Y_i=0$으로 고정하였다.

첫 Node에서 Ellwein-Gray의 방법을 적용하면 첫 Node에서 가능한 많은 설비를 고정시킬 수 있으므로 전체적으로 BB Tree크기를 줄일 수 있다. 그러나 $|K_2|+1$개의 수송문제를 풀어야 하는 난점 때문에 후속 Node에서는 수정된 방법을 사용하였다.

ii) 후속 Node ; 설비 i의 개설 혹은 폐쇄에 따른 변동비 감소분의 상한과 하한을 초기 Node에서와 같이 $|K_2+1|$개의 수송문제를 풀지 않고 좀 더 완화된 값으로 쉽게 구하였다.

- $Y_i=1$로 고정하는 방법(Delta 검사)

  $\{K_1\cup K_2-\{i\}\}$에 대응되는 시설능력이 무한대인 가공설비의 집합C를 정의하여, K_2에 속한 설비 i를 영구폐쇄($Y_i=0$) 했을 때의 변동비 감소분의 완화된 하한은 Δi가 된다.

  $$\Delta i=Z[(K_1\cup K_2-\{i\})\cup C]-Z[K_1\cup K_2\cup C] \quad (8)$$

  이때 $\Delta i\leq\Delta V_i$이므로 $\Delta i>F_i$이면 $Y_i=1$로 고정하였다.

- $Y_i=0$으로 고정하는 방법(Omega-검사)

  K_2에 속한 설비 i를 영구개설($Y_i=1$)할 경우 변동비 감소분의 완화된 상한은 Ω_i이다.

  $$\Omega_i=Z[K_1]-L[K_1\cup\{i\}] \quad (9)$$

  이때 $\Omega_i\geq\Omega V_i$이므로 $\Omega_i<F_i$이면 $Y_i=0$으로 고정하였다.

여기서 Ω_i, Δ_i는 별도의 수송문제를 풀지 않고 쉽게 구할 수 있음을 유의하라.

3.2. 목적함수 값의 하한을 정하는 기존의 방법

목적함수 값의 하한을 정하는 기존의 방법 중에서 Roodman-Schwarz[13]의 방법과 Lagrangean 완화식을 이용한 Nauss[10]의 방법을 살펴본다.

3.2.1. Roodman-Schwarz 방법[13]

K_1에 대한 수송문제를 풀어 다음과 같이 목적함수 값의 상한과 하한을 구하였다.

$$\mathrm{UB1}=Z[K_1]+\sum_{i\in K_1}F_i \quad (10)$$

$$\mathrm{LB1}=\mathrm{UB1}-\sum_{i\in K_2}(\Omega V_i-F_i) \quad (11)$$

(ΩV_i는 초기 Node 간략화에서 사용된 변동비 감소의 상한)

3.2.2. Lagrangean완화 방법[10]

Nauss[10]는 Lagrangean완화식을 이용하여 하한을 구하였다. 즉, 시설능력의 상한만 고려하는 CFLP에서 (3)식에 대응되는 제약식을 Lagrangean 승수 λ_j를 사용하여 완화된 식(LGR_1)을 얻었다.

$$\sum_{j\in J}\lambda_jD_j-\mathrm{Max}\{\sum_{i\in I}\sum_{j\in J}(\lambda_j-C_{ij})X_{ij}-\sum_{i\in I}F_iY_i\}$$

$$\underset{(\mathrm{LGR}_1)}{\mathrm{s.t.}}\ \sum_{j\in J}X_{ij}\leq S_iY_i,\ i\in I \quad (12)$$

$$0\leq X_{ij}\leq D_j,\ i\in I, j\in J$$

$$Y_i=0 \text{ or } 1,\ i\in I$$

CFLP에 대한 더 좋은 실행가능해를 얻기 위하여 (LGR_1)에 (9)를 첨가하여 (LGR_2)를 얻었다.

$$(\mathrm{LGR}_1)$$

$$(\mathrm{LGR}_2)\ \mathrm{s.t.}\ \sum_{i\in I}S_iY_i\geq\sum_{j\in J}D_j \quad (9)$$

(LGR_2)에서 $Y_i=0$인 경우에는 $X_{ij}=0$이므로 $Y_i=1$인 경우에만 $X_{ij}>0$인 해를 얻을 수 있고 X_{ij}는 각 i에 대해 $V(i,\lambda)$를 풀어서 얻었다.

$$V(i,\lambda)=-f_i+\mathrm{Max}\{\sum_{j\in J}(\lambda_j-C_{ij})X_{ij}\}$$

$$\mathrm{s.t.}\ \sum_{j=1}^{N}X_{ij}\leq S_i,\ i\in I \quad (12)'$$

$$0\leq X_{ij}\leq D_j,\ j\in J \quad (13)$$

이때 얻어진 $V(i,\lambda)$를 이용하여 다음 문제(F)를 풀었다.

$$(F)\quad \sum_{j\in J}\lambda_jD_j-\underset{Y_i=0,1}{\mathrm{Max}}\sum_{i\in I}V(i,\lambda)\,Y_i$$

$$\mathrm{s.t.}\ \sum_{i\in I}S_iY_i\geq\sum_{j\in J}D_j$$

이때 $V(F)=V(\mathrm{LGR}_2)$가 되고 Geoffrion[8]의 정리에 의해 $V(F)$가 원래 문제의 하한이 된다. 이같은 논리가 BB Tree상의 모든 Node에서 똑같이 적용되므로 각 Node에서의 후보문제에 대한 하한을 구할 수 있다.

4. 문제 (p)의 풀이 과정

3장에서 언급한 결과들을 이용하여 2장의 문제(P)에 대한 해결과정을 제시한다.

4.1. 목적함수값의 하한

BB Tree의 임의 Node에서 간략화에 필요한 목적함수 값의 하한을 구하기 위하여 Roodman-Schwarz의 방법, 완화된 선형계획법, Lagrangean완화방법을 사용하여 보다 강력한 목적함수 값의 하한을 구한다.

4.1.1. Roodman-Schwarz방법 적용

3장의 (10), (11)식으로 부터 직접 하한을 구할 수 있다. 여기서 ΩV_i를 얻기 위해 수송문제를 푸는대신 Ω_i를 사용하여 완화된 하한을 구한다.

즉, $\text{LB1}=\text{UB1}-\sum_{i\in K_2}(\Omega_i-F_i)$ (14)

4.1.2. 완화된 선형계획법에 의한 방법

Y_i에 대한 정수조건을 완화하여 완화된 LP문제($\overline{CP}$)를 풀 수 있다.

즉, (4)식은 (4′)과 (4″)으로 완화 시킬 수 있다.

$$0\leq Y_i\leq 1,\ i\in K_2 \tag{4′}$$

$$Y_i=1,\ i\in K_1 \tag{4″}$$

($\overline{CP}$)는 Sa[14]의 방법에 따라 (CP')으로 변환할 수 있다.

$$(CP')\quad \begin{aligned} &\text{Min} \sum_{i\in K_1\cup K_2}\sum_{j\in J}(C_{ij}+g_i/S_i)X_{ij}+\sum_{i\in K_1}F_i\\ &\text{s.t.} \sum_{i\in K_1\cup K_2} X_{ij}=D_j,\ j\in J\\ &\sum_{j\in J} X_{ij}\leq S_i,\ i\in K_2\\ &L_i\leq \sum_{j\in J} X_{ij}\leq S_i,\ i\in K_1\\ &X_{ij}\geq 0,\ i\in K_1\cup K_2,\ j\in J \end{aligned}$$

단, $g_i=\begin{cases}F_i, & i\in K_2\\ 0, & i\in K_1\end{cases}$

여기서 $V(CP')=V(\overline{CP})$가 되고 Geoffrion [8]의 정리에 의하여 $V(CP')\leq V(CP)$, 즉 $V(CP')$이 $V(CP)$의 하한을 형성한다. 이것을 LB2라 하자.

$\text{LB2}=V(CP')$

4.1.3. Lagrangean 완화식에 의한 방법

Nauss의 방법에 따라 문제(P)의 Lagrangean 완화식을 구하면 [LGR_1]에서 (12)식 대신 (15)식으로 대치된 것과 같다.

$$L_iY_i\leq \sum_{j\in J} X_{ij}\leq S_iY_i,\ i\in I \tag{15}$$

여기에 실행가능성을 높이기 위해 (9)식을 첨가하여 ($\text{LGR}(P)_2$)라 하자. 이 문제의 해법은 3장에서와 같은 방법을 따른다. 즉, (12′)식대신 (15)식을 넣어 $V'(i,\lambda)$를 구하고 이 값을 (F)에 대입하여 (F')문제를 푼다. 이때 얻어진 목적함수값은 $V(F')$이 된다.

앞에서 설명한 이유로 $V(F')=V(\text{LGR}(P)_2)\leq V(P)$가 된다. 이 같은 논리가 모든 Node에서 성립하므로 각 Node에서의 후보문제에 대한 하한을 구할 수 있다 이를 LB3라 하자.

$\text{LB3}=V(F')$

이상의 각 방법에서 구한 LB1, LB2, LB3로 부터 보다 강력한 하한 LB를 구한다.

$\text{LB}=\text{Max}\ \{\text{LB1}, \text{LB2}, \text{LB3}\}$

이때 LB$>\bar{Z}$인 Node는 더 이상 Branching하지 않는다. ($\bar{Z}$: 이제까지 고려한 후보문제중 가장 좋은 해를 갖는 문제의 목적함수 값)

4.2. 간략화

BB Tree상에서 문제의 크기를 줄이기 위해 필요한 간략화는 기존의 방법 중에서 Akinc-Khumawala, Roodman-Schwarz의 간략화 방법을 용량의 하한까지 주어진 본 모형에 확장하여 적용한다.

4.2.1. Roodman-Schwarz 방법적용

앞절에서 구한 목적함수 값의 하한을 이용하여 간략화 한다. 즉, (14)식의 LB1을 구하여

$\text{LB1}+(\Omega_i-F_i)>\bar{Z}$이면 $Y_i=1$로 고정한다.

4.2.2. Akinc-Khumawala 방법적용

i) 초기 Node; (6), (7)의 $\Delta V_i, \Omega V_i$를 계산하여 간략화 한다. 이때 $T[K_1\cup K_2-\{i\}]$는 Out-of-Kilter 해법을 이용하였다.

ii) 후속 Node

① $Y_i=1$, $i\in K_2$로 고정하는 방법(Δ—검사)

(8)의 Δ_i를 구한다. 이때 Δ_i는 다음 과정을 통해 쉽게 얻을 수 있다.

$T[(K_1\cup K_2-\{i\})\cup C]$의 최적해는 다음과 같다[4]

$$X_{ij}=\begin{cases}D_j \text{ if } C_{ij}=\underset{K\in K_1\cup K_2-\{i\}}{\text{Min}}(C_{Kj}), & i\in I, j\in J\\ 0 \quad \text{otherwise}\end{cases}$$

여기서 $\nabla_{ij}=\underset{K\in K_1\cup K_2-\{i\}}{\text{Min}}\{\text{Max}\,(C_{kj}-C_{ij}, 0)\}$라 놓으면

$\Delta_i=\underset{0\leq X_{ij}\leq D_j}{\text{Max}}\left\{\sum_{j\in J}\nabla_{ij}X_{ij}\,|\,L_i\leq\sum_{i\in I}X_{ij}\leq S_i\right\}$가 된

다.

따라서 $\Delta i > F_i$, $i \in K_2$이면 $Y_i = 1$로 고정한다.

② $Y_i = 0$, $i \in K_2$으로 고정하는 방법(Ω-검사)

(8)의 Ω_i를 계산한다. 앞에서와 같이 Ω_i는 수송 문제를 풀지 않고 다음과 같이 쉽게 구한다.

$$Z[K_1 \cup \{i\}] = \underset{0 \le X_{rj} \le D_j}{\mathrm{Min}} \left\{ \sum_{r \in K_1 \cup \{i\}} \sum_{j \in J} C_{rj} X_{rj} \right\}$$

$$\text{s.t } L_i \le \sum_{j \in J} X_{ij} \le S_i$$

$$\sum_{j \in J} X_{rj} \le S_r, \quad r \in K_1 \tag{16}$$

$$\sum_{r \in K_1} X_{rj} \ge D_j, \quad j \in J \tag{17}$$

(17), (18)에 대응되는 최적 쌍대 변수를 U_r, V_j라 하면

$$L[K_1 \cup \{i\} = \underset{0 \le X_{rj} \le D_j}{\mathrm{Min}} \Big[\sum_{r \in K_1 \cup \{i\}} \sum_{j \in J} C_{rj} X_{rj} + \sum_{j \in J} V_j (D_j - \sum_{r \in K_1} X_{rj}) + \sum_{r \in K_1} U_r \, (-S_r + \sum_{j \in J} X_{rj}) \Big]$$

$$\text{s.t. } L_i \le \sum_{j=1}^{N} X_{ij} \le S_i, \quad j \in J$$

여기서 $Z[K_1] = \sum_{j \in J} D_j V_j - \sum_{r \in K_1} U_r V_r$이므로 $L[K_1 \cup \{i\}]$로 부터 목적함수 값의 완화된 하한 Ω_i를 구한다.

$$\Omega_i = Z[K_1] - L[K_1 \cup \{i\}]$$

$$= \underset{0 \le X_{rj} \le D_j,\, r \in K_1}{\mathrm{Max}} \left\{ \sum_{j \in J} W_{ij} X_{ij} \,|\, L_i \le \sum_{j \in J} X_{ij} \le S_i \right\}$$

(단, $W_{ij} = V_i - C_{ij}$, $j \in J$)

이때 $\Omega_i < F_i$이면 $Y_i = 0$으로 고정한다.

BB과정이 진행됨에 따라 후속 Node로 갈수록 Δ-검사를 적용하면 $Y_i = 1$, $i \in K_2$일 확률이 높아지고 Ω-검사를 적용하면 $Y_i = 0$, $i \in K_2$일 확률이 높아진다.

따라서 더 이상의 Node간략화가 이루어지지 않을때까지 Δ-검사와 Ω-검사를 순환적으로 반복한다.

4. 3. Branching 및 Node선택과정

각 Node에서 문제(F')을 풀어 얻은 최적해를(X^*, Y^*)라 하면 설비 i, $i \in K_2$의 Penalty P_i는 다음과 같다.

$$P_i = V(F' | Y_i = 1 - Y_i^*), \quad i \in K_2$$

이때 최대 Penalty를 갖는 변수가 0 혹은 1이 될 가능성이 크기 때문에 최대 Penalty를 갖는 변수를 택하여 Branching한다.

Branching이후에 새로운 후보문제를 고려하기 위하여 Node선택을 하는데 이때는 최소하한법(LLB)을 사용한다.

4. 4. Lagrangean 승수(λ_j)와 흐름도

본 연구에서는 수송문제를 풀기 위하여 Out-of-Kilter 해법을 이용한다.

Ω-검사와 Lagrangean 완화문제를 풀기 위해 필요한 승수 λ_j값은 Out-of-Kilter 해법에서 Node값으로 부터 쉽게 계산 된다.

즉, $\lambda_j = \Pi_j - \Pi_\phi$

Π_i; 수송문제의 최적해에서 수요지 j의 Node값

Π_ϕ; 〃 가공설비 ϕ의 Node값

$\bar{Z}$는 Node간략화 과정의 초기 Node에서 풀어야 하는 $T[K_1 \cup K_2]$, $T[K_1 \cup K_2 - \{i\}]$중에 가장 좋은 실행가능해를 찾아 $\bar{Z}$값을 계산하였다.

이상과 같이 시설능력의 상한과 하한을 동시에 고려한 CFLP의 해결과정은 〈그림-I〉의 흐름도와 같이 요약 할 수 있다. 여기서 간략한 이후는 하한을 구하는 과정으로 (LGR_2^4)는 Lagrangean 완화과정을 이용하는 과정이고 (CP)는 완화된 선형계획 문제를 이용하여 하한을 얻는 과정을 나타낸다.

5. 계산 결과의 분석 및 결론

본 연구에서 제시한 해결과정을 3가지 문제 집합에 대하여 적용해 보았다.

각 문제집합에 대하여 4개씩의 문제를 풀어서 시설능력의 상한만 주어진 경우와 비교하였다.

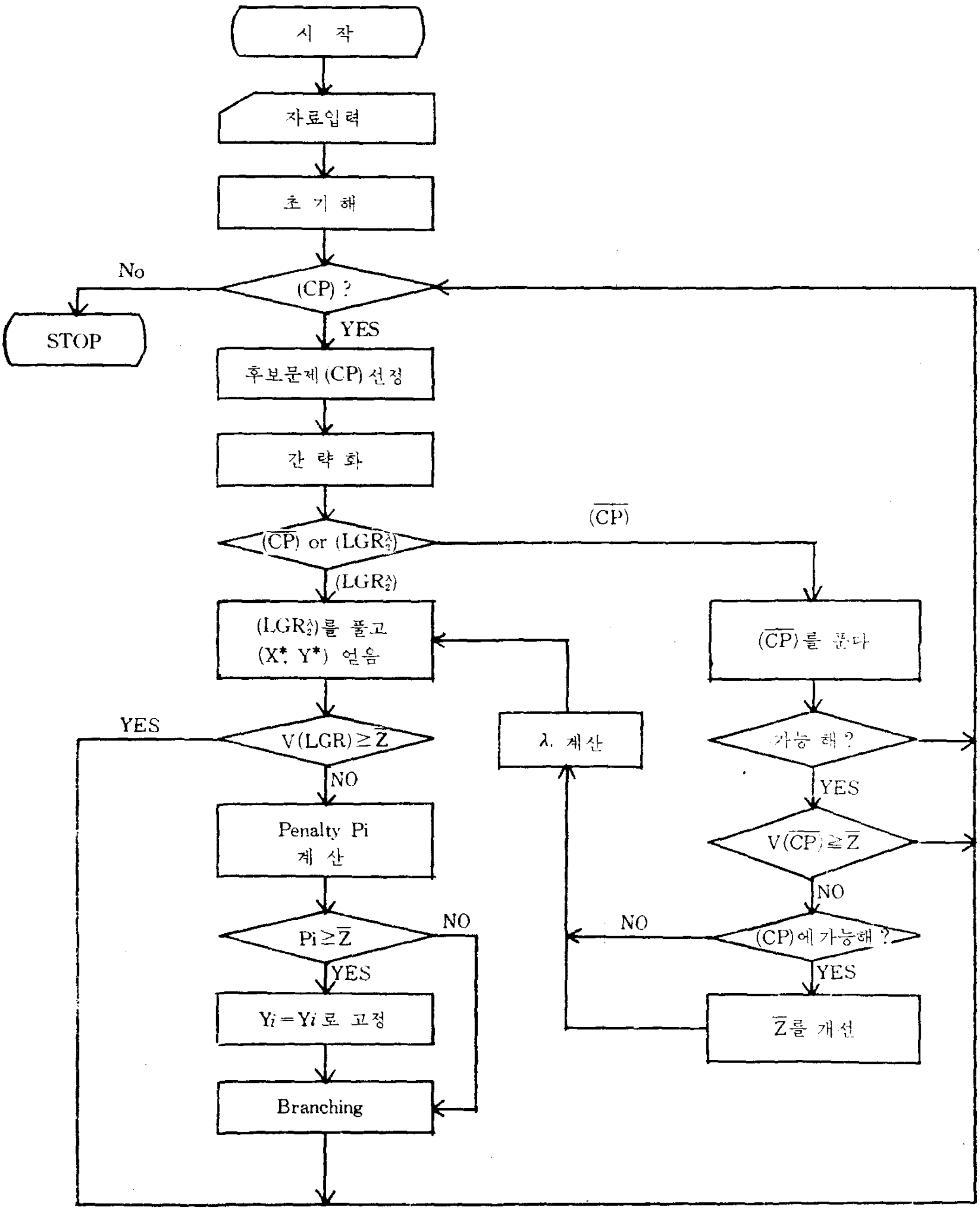
이들 각 문제의 특성은 〈표-1〉과 같다.

〈표-1〉 각 문제의 특성

문 제		문제의 크기*	총수 요량	용 량		설비개설 비 용
				상 한	하 한	
I	1	5×8	160	50~100	10~ 40	60~ 110
	2	5×8	160	50~100	10~ 40	600~1, 100
	3	5×8	160	50~100	10~ 40	600~1, 500
	4	5×8	160	50~100	10~ 40	600~5, 000
II	1	8×12	2, 550	300~650	100~200	300~1, 100
	2	8×12	2, 550	300~650	100~200	900~1, 500
	3	8×12	2, 550	300~650	100~200	1, 200~3, 000
	4	8×12	2, 550	300~650	100~200	1, 200~4, 500
III	1	12×20	5, 050	400~800	150~250	1, 200~2, 200
	2	12×20	5, 050	400~800	150~250	1, 500~4, 000
	3	12×20	5, 050	400~800	150~250	3, 000~8, 000
	4	12×20	5, 050	400~800	150~250	3, 000~8, 500

* (설립후보지의 수)×(수요지의 수)

용량의 상한과 하한 설비의 개설비용은 〈표-1〉에 나타난 범위내에서 취하였다.


시 작
자료입력
초 기 해
No
(CP) ?
STOP
YES
후보문제 (CP) 선정
간 략 화
(CP)
(CP) or (LGR)
(LGR)
(LGR)를 풀고
(X*, Y*) 얻음
(CP)를 푼다
YES
V(LGR) ≥ Z
λ 계산
가능 해 ?
NO
YES
Penalty Pi
계 산
V(CP) ≥ Z
NO
NO
NO
Pi ≥ Z
(CP)에 가능해 ?
YES
YES
Yi = Yi 로 고정
Z를 개선
Branching

〈그림 1〉 흐름도

이상의 12개 문제에 대해 〈그림-1〉의 흐름도에 따라 FORTRANⅣ로 Program하여 CDC Cyber 170을 이용 최적해를 얻었다. 최적해를 얻는데 소요되는 계산시간은 〈표-2〉와 같다.

여기서 용량의 상한만 주어진 경우의 계산시간을 얻기 위하여 본 해결과정에서 하한을 영으로 함으로써 얻을 수 있었다.

이것은 본 연구에서 고려하는 모형에서 용량의 하한에 대한 제약을 제거하면 기존의 상한만 주어진 경우가 되기 때문이다.

본 해결과정을 적용한 문제의 크기가 작은듯 하지만 용량의 상한만 주어진 경우와 하한까지 주어진 경우의 결과를 비교하는데 있어서 굳이 많은 시간이 요하는 큰 문제가 아니더라도 두 경우를 비교하기에는 충분한 결과를 얻을 수 있다.

〈표-2〉 (단위 : 초)

문제		계산시간(*)	
		용량의 상한만고려	용량의 상한, 하한 고려
Ⅰ	1	0.384	0.585
	2	0.907	1.189
	3	1.172	1.601
	4	1.489	2.135
Ⅱ	1	2.014	2.632
	2	4.976	6.324
	3	11.204	14.742
	4	8.109	9.972
Ⅲ	1	10.191	13.615
	2	11.083	13.677
	3	12.829	16.816
	4	9.741	12.014

(사용기종 : CDC CYBER 170
*: CPU-Time)

〈표-2〉에서 보아 알 수 있듯이 상한만 주어진 경우와 상한과 하한이 동시에 주어진 경우의 계산시간을 비교해 볼 때 큰 차이가 나지 않음을 알 수 있다.

즉, 이제까지의 CFLP에 관한 연구들이 용량의 상한만을 고려하여 취급하였으나 현실적으로 필요한 용량의 하한까지 취급하여도 계산시간에도 큰 차이가 나지 않음을 알 수 있다.

따라서 본 연구는 현실성을 고려하여 용량의 상한과 하한을 갖는 설비의 최적 입지 선정문제에 있어서 보다 효과적인 해결과정을 제시하였다.

앞으로 2단계 모형의 입지선정문제나 다기간 입지선정 문제등에 대하여 본 연구에서 고려한 모형의 적용가능성에 대한 연구가 있어야 하겠다.

참 고 문 헌

1. Akinc, U. and B.M. Khumawala, "An Efficient Branch and Bound Algorithm for the Capacitated Warehouse Location Problem," Management Science, Vol. 23, 585~594, 1977.
2. Christofides, N. and J.E. Beasley, "Extension to a Lagrangean Approach for the Capacitated Warehouse Location Problem," European Journal of Operations Research, Vol. 12, 19~28, 1983.
3. Davis, P.S. and T.L. Ray, "A Branch and Bound Algorithm for the Capacitated Facility Lacation Problem," Nav. Res. Log. Quart., Vol. 16, 331~344, 1969.
4. Effroymson, M.A. and T.L. Ray, "A Branch and Bound Algorithm for Plant Location," Oper. Res., Vol. 14, 361~368, May-June, 1966.
5. Ellwein, L.B. and P. Gray, "Solving Fixed Charge Location-Allocation Problem with Capacity and Configuration Constraints," A.I.I.E. Trans, Vol. 3, 290~297, 1971.
6. D. Erlenkotter, "A Dual-Based Procedure for Uncapacitated Facility Location," Oper. Res., Vol. 26, 992~1009, 1978.
7. Ford, L.R. and D.R. Fulkerson, *Flows in Network*, Princeton Univ. Press, Princeton, N.J., 1962.
8. A.M. Geoffrion, "Lagrangean Relaxation for Integer Programming," Math. Prog. Study, Vol. 2, 82~114, 1974.
9. B.M. Khumawala, "An Efficient Branch and Bound Algorithm for the Warehouse Location Problem," Management Science, Vol. 18, B718~B731, 1972.
10. R.M. Nauss, "An Improved Algorithm for the Capacitated Facility Location Problem," J. of Oper. Res. Soci., Vol. 29, 1195~1201, 1978.
11. R.M. Nauss, "An Efficient Algorithm for the 0—1 Knapsack Problem," Management Science, Vol. 23, 27~31, 1976.
12. Roodman, G.M. and L.B. Schwarz, "Optimal

and Heuristic Facility Phase-out Strategies," A.I.I.E. Trans., Vol. 7, 177~184, 1975.

13. Roodman, G.M. and L.B. Schwarz, "Extension of Multi-Period Facility Phase out Model; New Procedure and Application to a Phase-In/Phase-Out Problem," A.I.I.E. Trans., Vol. 9, 103~107, 1977.

14. G. Sa, "Branch and Bound Approximate Solutions to the Capacitated Plant Location Problem," Oper. Res., Vol. 17, 1005~1016, 1969.

15. 민대환, "용량의 상한과 하한을 갖는 설비의 최적 입지선정에 관한 연구." 한국과학원 석사학위 논문, 1981.