

# 傾斜寫眞의 垂直化에 있어서 輕重率導入에 관한 研究

柳 福 模\*      楊 寅 台\*\*  
 You Bock-Mo      Yang In-Tae  
 朴 弘 祺\*\*\*      權 現\*\*\*\*  
 Park Hong-Ki      Kwon Hyon

## 1. 서 론

경사사진은 연직사진이나 거의 연직사진에 비하여 같은 높이에서의 피복면적이 훨씬 크고 대상물의 옆면에 대한 관독효과가 크며 대상물에 대한 관독자의 감지가 빠르다.

또한 최근에는 댐, 교량등의 지상구조물해석, 건축물, 문화재 등의 건조물 해석 등에 대하여 높은 정확도를 주고 그들의 기록 보존에 유효하며 접근할 수 없는 계곡 고층건물 등에 대한 해석과 정보획득이 용이하므로 그들의 이용도는 매우 크게 인식되고 있다. 그러나 수직사진에 비하여 수치적으로 해석하기에 어려운 점이 있고 등각점으로 부터의 방사상 거리에 따라 오차가 커지므로 본 논문에서는 경사사진의 수직화에 경중율의 개념을 도입하여 경사사진의 수직화에 대한 정확도를 증대시켜 효용성을 높이는 데 그 목적이 있다.

## 2. 경사사진의 기하학적 성질

### (1) 경사사진의 축척유도

$$x \text{ 방향의 축척 } \frac{1}{m_x} = \frac{x_a \cdot \cos \theta}{H \cdot \sec(\theta + \delta) \cdot \sin \alpha} \quad (1)$$

$$y \text{ 방향의 축척 } \frac{1}{m_y} = \frac{y_a}{H \cdot \{ \tan(\theta + \delta) - \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \}} \quad (2)$$

여기서  $y_a$ 는 점  $a$ 의  $y$  좌표,  $f$ 는 초점거리,

$$\delta = \tan^{-1} \left( \frac{y_a}{f} \right), \quad \alpha = \tan^{-1} \left( \frac{x_a}{f} \right)$$

(2) 등각점으로 부터 상점까지의  $y$  축 방향의 거리 공식 유도

$$ia = f \cdot \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) + y_a \quad (3)$$

(3) 경사사진의 해석적 편위수정

평면상의 도형을 다른 평면으로 중심투영한 경우의 조화비(cross ratios)의 성질은 경사사진을 수직사진으로 만드는 편위수정에 이용된다.

1) 1차원 투영변환

그림 1에서 사진과 대상점사이의 조화비  $\lambda$ 는

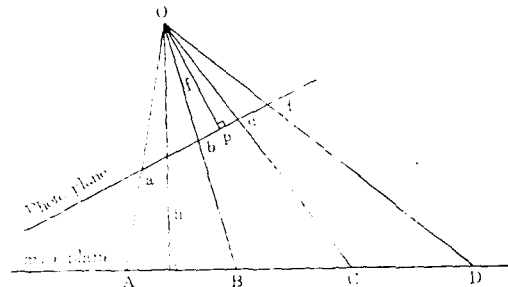


그림 1.

$$\lambda = \frac{x_3 - x_1}{x_3 - x_2} : \frac{x_4 - x_1}{x_4 - x_2} = \frac{X_3 - X_1}{X_3 - X_2} : \frac{X_4 - X_1}{X_4 - X_2} \quad (4)$$

$$\therefore X_4 = \frac{a_1' x_4 + d_1'}{a_1' x_4 + d_1'} \quad (5)$$

여기서  $a_1', d_1', a_4', d_4'$ 는 기지점  $A, B, C$ 에 의하여 결정된 계수 (5)식을 일반화하던

$$X = \frac{a_1 x + d_1}{a_1 x + 1} \quad (6)$$

이다.

2) 2차원 투영변환

그림 2에서 점  $a, A$ 에 대하여

\*延世大學校 工科大学 副教授  
 \*\*江原大學校 工科大学 專任講師  
 \*\*\*延世大學校 工科大学院  
 \*\*\*\*延世大學校 工科大学院

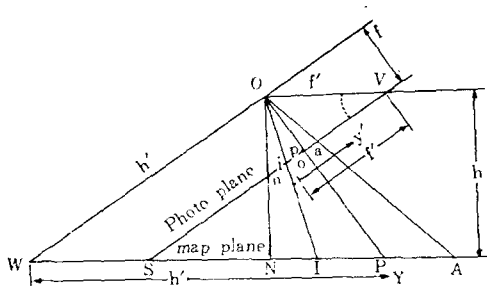


그림 2.

$$Y_{A'} = \frac{h'y_a'}{f' - y_a'}, \quad X_{A'} = \frac{h'x_a'}{f' - y_a'} \quad (7)$$

이다.

사진좌표계에서

$$\begin{aligned} x' &= x_s' - x \cos S + y \sin S \\ y' &= y_s' - x \sin S - y \cos S \end{aligned} \quad (8)$$

지상좌표계에서

$$\begin{aligned} X &= X_T + X' \cos \alpha + Y' \sin \delta \\ Y &= Y_T - X' \sin \alpha + Y' \cos \alpha \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)에 식 (7), (8)을 대입하면

$$\begin{aligned} X &= \frac{a_1 x + b_1 y + d_1}{a_4 x + b_4 y + 1} \\ Y &= \frac{a_2 x + b_2 y + d_2}{a_4 x + b_4 y + 1} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서  $a_1, b_1, d_1, a_2, b_2, d_2, a_4, b_4$ 는 계수이다.

### 3. 경중을 적용

지상사진측량에서 경사사진의 등각점은 항상  $y$  축상에 있으므로 상점 오차는  $x$  축방향의 거리에는 무관하여 본 연구에서는 등각점으로부터  $y$  축 방향의 거리에 대해서만 경중을 고려하였다.

등각점으로부터  $y$  축 방향의 거리는

$$r_y = y_p + f \cdot \tan\left(\frac{t}{2}\right)$$

이며, 여기서  $t$ 는 경사각  $y_p$ 는 사진의  $y$  축 좌표이다.

각점의 경중율은  $r_y$ 의 함수값  $f_0(r_y)$ 로 나타나며 여기서 나타나는 경중율 매트릭스는 다음과 같다.

$$W = \begin{bmatrix} f(r_{y_1}) & & & 0 \\ & f(r_{y_2}) & & \\ & & \dots & \\ 0 & & & f(r_{y_n}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

일반적인 관측방정식은

$$AX = l \quad (12)$$

이므로 식 (12)에 경중율 매트릭스 (11)을 적용하면

$$(A^T W A) X = (A^T W) l \quad (13)$$

이다. 여기서 대개변수  $X$ 를 결정후 다른 표정점에 대해서 투영조건을 이용하여 대응되는 수직좌표를 구한다.

### 4. 관측 및 분석

사진의 경사가  $15^\circ$ 이내 일때 종래의 편위수정기에 의하여 수직화가 가능하나 지상사진측량의 경사각과 적용범위는 표 1과 같으므로 본 연구에서는 가장 일반적인 경사도  $30g$ 에 가까운  $30^\circ$ 를 택하여 경사사진을 촬영하였다.

표 1. 경사각과 적용범위

경 사 각	적 용 범 위
- 30 g	지표면과 지하의 일부가 나타남
- 70 g	깊은 빌딩 바닥조사
30 g	도로에서의 건물사진
70 g	등근지붕(Dom)
100 g	교회의 등근천정(Cupolas)

여기서 얻은 수직사진과 경사사진을 이용하여 경중율 적용여부에 따라 절대좌표를 산출하고 지상성과 비교하여 표 2, 3을 얻었으며 이 표를 그래프로 나타낸 것이 그림 3, 4이다.

여기서 제 1 모델과 제 2 모델에서 경사사진의 경우 경중율을 고려하지 않은 경우의 오차의 평균에 대한 평균과 평균제곱오차의 평균은 각각 0.8157 mm, 0.3838 mm 이고 경중율을 고려할 경우는 각각 0.6138 mm, 0.2793 mm 로서 경중율을 고려한 경우에 평균제곱오차를 약 27%를 감소시킬 수 있고 또 수직사진에 있어서 경중율을 고려하지 않은 경우의 오차의 평균에 대한 평균과 평균제곱오차는 각각 0.3749 mm, 0.1547

mm 이며 경중을 적용한 경우에 약 2.8%의 평균제곱을 감소시킬 수 있었다.

표 2. 제 1 모델의 절대과표오차 비교

단위 : mm

기준점	사진 경중을	경 사		수 직	
		고려하지 않음	고 려 합	고려하지 않음	고 려 합
8		0.609648908	0.336967401	0.494456942	0.522138972
9		0.81620931	0.674183368	0.271510794	0.206016431
10		0.248173629	0.525366355	0.223014645	0.216683381
11		1.57038433	1.19706076	0.54996476	0.53190292
13		0.768298814	0.677093623	0.455550178	0.518015628
14		1.42678306	0.93976514	0.60541823	0.557032972
Mean of Error		4.906583012	0.725072529	0.433327598	0.436965051
R. M. S.		0.458292484	0.278168109	0.1401145902	0.136431772

$K_2=10$

표 3. 제 2 모델의 절대과표오차비교

단위 : mm

기준점	사진 경중을	경 사		수 직	
		고려하지 않음	고 려 합	고려하지 않음	고 려 합
9		0.788006031	0.50672061	0.52989473	0.518181777
10		0.433244884	0.306604261	0.0784763629	0.0828773103
11		0.438327081	0.210109519	0.181594075	0.168892269
13		0.51236272	0.27642605	0.329488122	0.327687339
14		1.30470280	1.00667375	0.532582229	0.504406247
15		0.872772857	0.710377228	0.247106673	0.234370301
Mean of Error		0.724902742	0.512817488	0.316507032	0.306070711
R. M. S.		0.309402394	0.280590349	0.169352549	0.162567032

$K_2=10$

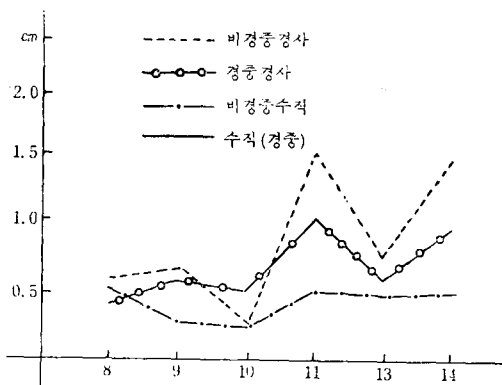


그림 3. 경사 및 수직사진에서 경중의 영향(I)

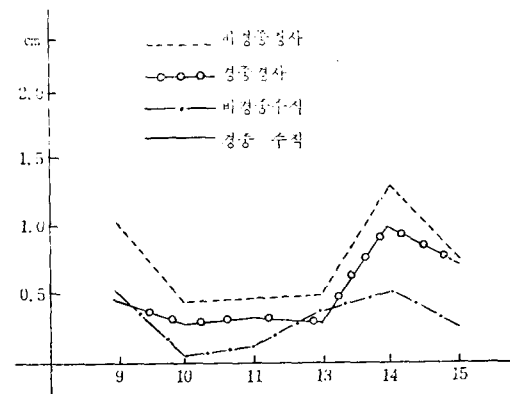


그림 4. 경사 및 수직사진에서 경중의 영향(II)

## 5. 결 론

경사사진의 수직화에 경중율을 적용한 결과 다음과 같은 특징을 얻었다.

첫째, 경중율의 적용은 수직사진에서 보다 경사사진에서 더욱 효과적이다.

둘째, 경사사진에 경중율을 고려하여 수직화 하던 평균계곡오차를 약 27% 감소시킬 수 있다.

셋째, 지상사진측량에서  $x$  축 방향에 대한 경사만이 일어날때 경중율은 등각점으로 부터  $y$  축 방향의 거리에 반비례하여 주어 야 한다.

### 참고문헌

1. Wolf, P.R., Elements of Photogrammetry, 1974, pp. 354~355.
2. Marzan, G.T., Rational Design for Close-Range-photogrammetry, Thesis of Ph. D., Illinois Univ., 1975.
3. Biggerstaff, A.C., A Photogrammetric System for Recording Historic Structures
4. Badekas, J., Recent developments of Restitution methods in architectural Photogrammetry, Photogrammetria, Vol. 30, No. 3~6, pp.115~126.
5. A.S.P., Manual of Photogrammetry, 4th Ed. 80, pp.723~759.
6. Schut, G.H., An Introduction to Analytical Strip-Triangulation with a Fortran Program, National Research Council of Canada Report, No. NRC 13148, 1973, pp.1~82.
7. 柳福模, "Study on Analytical Orientation in Space by means of Orthogonal Formulation", 日本測量學會誌, Vol. 14, No. 2, 1975, pp.13~20.
8. 柳福模, "航空寫眞測量에 있어서 標定點配置에 따른 誤差分析에 관한 研究", 大韓土木學會誌, Vol. 27, No. 6, 1979, pp.113~118.
9. 柳福模, 楊寅台, "航空寫眞測量에 있어서 解析的 標定에 의한 Strip 座標決定에 관한 研究", 大韓土木學會誌, Vol. 25, No. 4, 1977, pp.111~118.

## 湖南地方에 있어서 屈折係數( $K$ )에 關한 實驗的 研究

全南大學校 工科大學 教授	李	啓	鶴
朝鮮大學校 工科大學 副教授	鄭	永	同
全南大學校 大學院 博士課程	張	智	元
朝鮮大學校 産業大學院 碩士課程	李	冕	球

### 1. 觀 測

우리들이 實施하고 있는 測量은 地球를 둘러싼 大氣圈內에서 行해지고 있으므로 大氣層에 依한 빛의 屈折의 影響을 避할 수 없다. 따라서 精密水準測量은 이 빛의 屈折에 依한 影響을 얼마만큼 正確히 補正하느냐가 問題다.

우리들은 實用的으로 빛의 光路를 圓弧의 一部로 假定하고 3角水準測量에 있어서는 屈折係數( $K$ )를 0.12~0.14로 하고 그 補正計算式(即 氣差量  $= -\frac{KS^2}{2R}$ )에 代入하여 大氣에 依한 屈

折의 影響을 近似的으로 消去해 왔다.

文獻에 依하던 Gauss는 1823년에  $K=0.1306$ 으로 報告한바 있고, Bessel은 1834년에  $K=0.1370$ , 또한 1859년에 James clank는  $K=0.1567$ 이라고 發表한바 있다.

그리고 年度 未詳이지만 外 Himalaya의 많은 봉우리와 Bengal 平野와의 測點間에, 相互同時 觀測으로부터 屈折係數( $K$ )를 決定한 것을 보면  $K=0.07\sim0.08$ 로 하고 있으며, 이웃 日本의 경우 國土地理院에서 實驗觀測한 實例를 들면 1953年 8월에 筑波山地方에서  $K=0.036\sim0.171$ 이고, 最近 1972年 9월에 東京灣에서 觀測한  $K$ 값