工業經營論叢 第6卷 第9輯 1983年 12月 · 111

意思決定의 基本 MODEL에 關한 類型的 考察

Typical Consideration On The Basic Model of Decision Making

金 珉 成*

〈 Abstract 〉

The basic model of decision problem the enterprise is conforonted with includes the following 3 elements;

1) Elements that can not be controlled by the decision maker; In the thesis elements are named environmantal variables, and varied itself according to the change of environmental condition.

2) Elements that can be controlled by the decision maker; These elements are called decision elements in the thesis and variable according to the event.

3) object of decision making; The degree of achievement to the object is identified by taking various criteria. The index indicating the degree of achievement to the object whatever criterion is applied is called object function in the thesis. It's the fanetion of environmental variable, decision variable and object fanction.

The relation between them brings forth the relation fomala that chracterize the each problem. The basic types of decision making model use in the thesis are as following;

1) The problem of decision making under conditions of certainty.

2) The problem of decision making under conditions of risk.

3) The problem of decision making under conditions of uncertainty.

4) The problem of decision making under competitive condition.

In general case that the profit of two decision makers varies, what we regard the decision that make the sum of profit of two men maximum as the best choice for two men has a reasonablity in certain case. When the sum of profit two men is zero, by taking the promise that all of them act according to the min-max criteria and by extending the object of choice to the mixed strategy. We certify the existance of equili brium solution and admit them as the best solution of competitive model in general.

* 公州師範大學 商業教育科 專任講師

1. 序 論

企業經營上에 있어서 計量的 分析方法에 의한 意思決定은 매우 중요하다. 이는 意思決定의 모든 여건들을 체계적으로 分析할 수 있으며, 가장 바람직한 해결방안을 제시할 수 있기 때문이다.

意思決定은 目的에 대한 手段을 생각하는 것이고, 前提로 되는 目的이 있고, 다시 이 目的을 達成하기 위한 目的과 手段의 체계가 있고 그 手段을 밝혀야 되는 過程이 必要한 것이다.

手段은 手段에 대한 目的이 된다. 따라서 意思決定에서는 무엇보다도 우선되는 것이 그 目的에 대한 確定이 必要하다. 限定된 資源과 주어진 技術條件에서 最大利潤을 얻을 수 있는 生產計劃의 樹立, 주어진 需要條件下에서 總費用을 가장 적게하는 在庫水準의 決定, 現在 設備의 最適使用年度의 決定, 資金의 最適配分法을 決定하는 등의 問題는 企業이 직면하는 決定問題로서 代表的인 例라고 말할 것이다. 여기서 이와같은 問題들에 있어서의 意思決定의 基本的인 類型에 대하여 一般的인 입장에서 考察코자 하는 것이 本論의 目的이다. 위에 든 例에서 살필 수 있는 바와 같이 企業이 직면하는 決定問題는 일반적으로 다음의 3요소를 包含하는 것이다.

1 · 1, 意思決定者가 Control할수 없는 要素

本論에서 이들 要素를 環境變數로 命名하고 環境條件의 變化에 따라 環境變數 自體도 여러가지로 變化된다.

1 · 2, 意思決定者가 Control할수 있는 要素

이를 決定變數라 하고 이 變數도 여러 값을 취할 수 있다.

1 · 3, 意思決定과 目的

그 目的이 얼마만큼 達成되었느냐 하는 것을 여러 基準의 設定으로 解決한다 하더라도 目的達成의 程度를 나타낸다고 생각되어지는 指標를 目的函數라 한다. 이는 環境變數와 決定變數의 函數이다. 따라서 意思決定 model은 環境變數, 決定變數, 目的函數에 의하여 構成된다. 그리고 環境變數와 決定變數間에는 일반적으로 각각의 問題를 特徵하는 몇 개의 關係式이 存在하게 되며 이 關係式을 普通制約條件이라 말하며 이 制約條件은 決定變數가 取할수 있는 값의 範圍를 定하는 것이다. 環境變數의 값이 주어지고 決定變數의 값이 결정되면 목적函數의 값이 구하여진다. 目的函數는 때로는 利潤의 形態로 費用, 賣上高, 生產量, 市場點有率의 어느 形態로도 될수 있다. 각각의 環境變數가 취하는 값의 쌍을 事件(Event)이라 하고 또 決定變數의 각각의 값의 쌍을 選擇對象(Alternative), 이 대상을 選擇하는 것을 行爲(act)라 한다. 그러면 1개의 事件이 주어지고 1개의 選擇對象이 選擇되면 目的函數의 값이 결정된다. 意思決定 model에서는 目的函數를 때로는 利得函數(payoff function)이라고도 하며 目的函數의 값을 특히 利得(pay off)이라 한다.

論議의 單純化 때문에 本論에서는 事件의 數는 有限個(n個)를 前提하고 그들 각각을 $E_1 E_2 \cdots E_n$라 한다. 또 可能的인 alternative의 個數도 有限個(m個)로 그들 각각을 $a_1 a_2 \cdots a_m$라 한다.

그리고 a_i와 E_j의 쌍에 對應하여 결정되는 利得을 U_{ij}라 한다. 이때 작성되는 利得表는 〈表 1〉과 같이 된다.

	E_1	E_2		E_n
a_1	U_{11}	U_{12}	·····	U_{1n}
a_2	U_{21}	U_{22}	·····	U_{2n}
⋮		·····		
a_m	U_{m2}	$U_m{}^n$	·····	U_{m1}

〈表1〉

이 利得表가 本論의 主된 議論의 對象이 된다. 本論에서는 意思決定의 可能한 pattern을 다음과 같이 分類하고 考察키로 한다.

1) 確定條件上의 決定問題(decision problem under certainty)

2) Risk 條件下의 決定問題(decision problem under Risk)

3) 不確定條件下의 決定問題(decision problem under ancertainty)

4) 競爭條件下의 決定問題(decision problem under competition)

2. 確定條件下의 決定問題

確定條件이란 事件이 한개의 경우이라 이에 대한 決定 Model의 利得表를 作成하게되면 列만으로 이루어진다. 利得이 利潤, 販賣額, 市場點有率과 같은 것이면 意思決定者는 利得의 最大를 確保할 수 있는 選擇對象을 擇하면 좋다. 따라서 이와같은 경우에 있

어서는 어떤 行爲(act)가 最善의 것인가를 決定하는 基準은 分明한 것으로, 즉 利潤函數가 그대로 이 基準으로 주어지는 것이다.

그러나 그렇다고 여기에 아무런 問題點도 전혀 없다는 것은 아니다. 最大(또는 最小)의 利得을 保障하는 Alternative를 選擇한다는 것은 일반적으로 매우 까다로운 作業인 것으로 微分法, 變分法 또는 線型計劃法 등을 包含하는 數理計劃法의 여러 技法이 큰 몫을 감당하고 있는 것은 주로 이 段階에 있는 것이다. 그런데 여기에서의 目的은 그와같은 技法에 관심되는 것이 아니고 最善의 選擇을 行하는 경우에 있어서의 判斷基準으로 될 合理性의 基準이 利得函數의 形態로 明示的으로 주어지는 確定條件下의 決定 Model에 대하여는 議論할 問題들이 없는 것이다.

3. Risk條件下의 決定問題

이 章에서는 事件이 復數個인 利得表 〈表1〉로 주어지는 경우에서의 決定問題를 考察한다. 즉 事件이 復數個인 경우에는 意思決定者는 可能한 選擇對象 $a_1\ a_2 \cdots a_n$ 가운데서 어느 1개를 選擇함에 있어서 選擇의 基準으로서의 合理的인 指標를 어떻게 마련하여야 하며 그것이 어떤 形態로 이루어지는 것인가를 考察한다. 그런데 이와같은 問題의 展開에는 經營効用의 槪念을 必要로 한다.

3·1. 期待値와 期待効用

利得은 利潤, 費用과 같이 金額으로 나타내는 것으로 생각되나 때로는 賣上數量으로 주어지는 경우와 市場占有率과 같은 比率로 주어지는 수도 있다. 어찌되었든 共通點은 이들 數値가 意思決定者의 目的達成의 程度를 나타내는 指標로서 目的이 보다 잘 達成되어질 때 加一層의 만족감을 얻게될것임은 당연할 것이다. 그렇다면 여기서 利得에 대하여 意思決定者가 얻는 滿足의 程度를 나타내는 指標, 또는 만족의 정도에 의하여 定하여지는 利得間의 選好指標를 그 利得에 대한 効用이라고 한다.

구체적으로 說明하자면 利得 U의 實數値函數 $\pi(U)$에서 經營의 利得 $U_1\ U_2$에 대하여 U_1보다 U_2쪽이 選好될 때 $\pi(U_1) < \pi(U_2)$, U_1과 U_2가 無差別할 때 $\pi(U_1) = \pi(U_2)$, U_1이 U_2보다 選好될 때 $\pi(U_1) > \pi(U_2)$로 되는 것을 効用函數라 하고, 그 값 $\pi(U)$를 U의 効用이라고 命名한다.

일반적으로 利得은 반드시 金額으로 表示하는 것으로 한하지는 않지만 부질없는 혼란을 막기위하여 여기서는 金額으로 表示되는 것을 假定한다. 企業의 決定問題에 있어서 意思決定의 結果가 金額으로 評價되는 경우가 거의 대부분인 까닭이다.

意思決定者는 可能한 選擇對象 $a_1\ a_2 \cdots a_m$ 중에서 1개를 選擇한다.

그리고 여기서 a_i 간의 比較는 a_i을 選擇한 結果 얻어지는 利得의 比較에 의하여 이루어질 것은 다시 말할 必要도 없다. 그런데 여기서 취급하는 決定問題는 危險을 包含하는 意思決定, 즉 Risk 條件下에서의 決定問題를 考察하는 次例인 것이다. 〈表1〉의 利得表에서 事件 $E_1\ E_2 \cdots E_n$에 대하여 確率 $P(E_1), P(E_2) \cdots P(E_n)$이 주어지는 경우이다. 確率 $P(E_i)$를 간단하게 P_j라 하면 당면한 문제는 意思決定者가 a_i를 選擇한다고 하는 것은

$U_{i1}\ U_{i2} \cdots\cdots U_{in}$인 利得을 $P_1\ P_2 \cdots P_n$ 라는 確率을 獲得할 수 있다. Gamble를 選擇하는 것과 같은 것이다. 즉 Gamble를

$$[U_{i1}\ U_{i2} \cdots U_{in},\ P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n]$$

으로 記號化하면 $a_1\ a_2 \cdots a_n$ 간의 選擇은 m개의 Gamble

$$[U_{11}\ U_{12} \cdots\cdots U_{1n}\ ;\ P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n]$$
$$[U_{21}\ U_{22} \cdots\cdots U_{2n}\ ;\ P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n]$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$[U_{m1}\ U_{m2} \cdots U_{mn}\ ;\ P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n]$$ 간의 選擇에 지나지 않는 것이다.

意思決定者는 이들 m개의 Gamble 간의 각각에 對應하는 選好程度에 따라 序列을 매길 수가 있을 것이다. 이때 이것 저것에 대한 選好性을 충실하게 반영할 수 있는 指標, 즉 보다 選好(better prefer)되는 Gamble에 대하여는 보다 큰 값을 부여하는 指標를 Gamble의 函數로서 구하여 질수는 없는 것일까 하는 문제가 提起된다. 이 문제를 보다 넓은 일반적인 입장에서 살펴보기로 한다.

利得의 集合 $U_1\ U_2 \cdots U_n$가 주어지고 이들 利得이 각각 確率 $P_1\ P_2 \cdots P_n$로 얻어지는 즉

$[a_1\ U_2 \cdots U_n\ ;\ P_1\ P_2 \cdots P_n]$의 全體를 생각한다.

여기서 $P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n$는 $\sum_{i=1}^{n} P_i = (P_i \geq 0)$을 만족시키는 經營의 確率分布이다. 이와 같은 Gamble의 集合에 대하여 意思決定者가 選好序列을 매길 때 그 選好를 충실하게 반영하는 指標 —効用指標—를 Gamble의 函數로서 定立시킬 수 없겠는가 하는 것이 당면된 문제인 것이다. 일반적으로 効用指標의 마땅한 候補로서는 선뜻 念頭에 떠오르는 것으로 數學的 기대치(mathemetical expection)

$P_1 U_1 + P_2 U_2 + \cdots\cdots P_n U_n$ 가 있다.

그런데 이것이 과연 意思決定者의 選好를 反映할 수 있는 것인가는 일단 생각하여 보고 비로서 答할 수 있을 것이다. 換言하면 意思決定者는 Gamble간의 選擇을 그들 數學的期待値의 比較에 의하여 즉 數學的期待値의 큰 Gamble을 選好하는 것이라고 생각할 수 있겠느냐는 것이다.

이와같은 議論은 「St. Petersburg Paradox」의 有名한 例를 통하여 일반으로 解說되고 이 例가 매우 極端的인 것이라고는 하지만 數學的期待値를 Gamble의 選好指標 즉 Gamble에 대한 効用指標로서 採用하는 것은 일반으로 不適當한 것으로 취급한다.[1]

利得 $U_1\ U_2 \cdots\cdots U_n$ 의 數學的期待値

$P_1 U_1 + P_2 U_2 + \cdots\cdots P_n U_n$ 을 Gamble $[U_1\ U_2 \cdots U_n\ ;\ P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n]$ 의 効用으로 採用하는 것은 일반으로 難點이 있음을 상술한바와 같으나 만약 U_i 대신에 U_i 의 効用 $\pi(U_i)$ 를 적절히 定할 때 그 期待値

$P_1 \pi(U_1) + P_2 \pi(U_2) + \cdots\cdots\cdots P \pi(U_n)$ 가 意思決定者의 Gamble에 대한 選好를 반영하는 効用指標로 사용될 수 있다는 것을 Neyman 등의 近代 効用理論에서 提案하고 있다. 이 理論에 대한 過程의 展開는 本論에서는 생략하고 結論만을 보면 利得의 集合 $U_1\ U_2 \cdots\cdots U_n$ 이 주어지고 이들 각각의 確率이 $P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n$ 인 Gamble을

$[U_1\ U_2 \cdots\cdots U_n\ ;\ P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n] \cdots$ ① 라 한다.

여기서 $P_i \geqq 0\ (i=1,2 \cdots\cdots n)$, $P_1 + P_2 + \cdots\cdots + P_n = 1$ 이다.

그러면 利得의 集合 $U_1\ U_2 \cdots\cdots U_n$ 의 모든 可能한 確定分布 $(P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n)$ 에 대하여 ① 式型의 Gamble 全體를 생각할 때 意思決定者는 이들 Gamble에 대한 選好가 따로 전제된 假定을 충족하게 되면 개개의 U_j 에 대한 効用 $\pi(U_j)$ 를 적당히 정하여 주게 되면 確率 P_j 에 의한 期待値 $\sum_j P_j\ \pi(U_j)$ 가 Gamble에 대한 評價의 타당한 지표로 주어지며 따라서 이에 基準한 選擇은 選好를 반영하는 것으로 될 것이다.

3 · 2, 追加的 情報에 의한 確率의 修正

〈表1〉型의 利得表가 주어지고 U_{ij} 가 効用指標이고 각 事件 $E_1\ E_2 \cdots E_n$ 에 대한 確率이 $P_1\ P_2 \cdots P_n$ 라 하면, 効用理論에 의해서 期待効用 $\sum P_j U_{ij}$ 를 最大化하는 a_i 를 選擇하면 된다. 여기서 $P_1 P_2 \cdots\cdots P_n$ 은 意思決定者가 당시에 蒐集한 情報에 의하여 각 사건에 대하여 賦與하는 主觀的 確率임으로 만약 각 事件의 발생에 관하여 어떤 새로운 情報를 얻을 수 있었다면 이 때문에 確率에 變化가 따를 것임도 당연한 것이고 變化率의 確率을 $P_1\ P_2 \cdots P_n$ 라 하면 이것은 즉 새로운 追加的인 情報에 의한 確率로서 事後確率(Posterier probability)이라 하며 이에 대하여 당초에 주어진 確率 $P_1 P_2 \cdots P_n$ 을 事前確率(prior probability)라고 한다.

事前確率에서 새로운 追加的인 情報에 의한 事後確率을 計算함에 있어서는 일반으로 「Bayes의 定理」[2] 가 使用된다. 여기서 Bayes의 定理의 간단한 說明을 하여본다.

條件附確率의 定義式

$$P(A \mid B) = \frac{P(AB)}{PCB} \text{ 에서}$$

$P(AB) = P(B)\ P(A \mid B)$ [3] 의 關係가 얻어진다.

그런데 事件의 集合 $B_1\ B_2 \cdots B_n$ 이 相互排反的이고 B_i 중의 어느 하나는 틀림없이 발생한다. 따로 事件 A가 주어지고 다시 確率

$P(B_i)\ (i=1,2 \cdots\cdots n)$ 및

$P(A \mid B_i)\ (i=1,2 \cdots\cdots n)$

를 既知의 것으로 하면 이때 確率의 性質에서

$P(A) = P(AB_1) + P(AB_2) + \cdots\cdots P(AB_n)$

으로 된다. 따라서 條件附確率의 定義 및 乘法法則에서 則

$$P(B_i \mid A) = \frac{P(AB_i)}{P(A)} = \frac{P(AB_i)}{P(AB_1) + P(AB_2) + \cdots + P(AB_n)}$$

$$= \frac{P(B_i)\ P(A \mid B_i)}{P(B_1)\ P(A \mid B_1) + P(B_2)\ P(A \mid B_2) + \cdots + P(B_n)\ P(A \mid B_n)}$$

가 成立한다. 이를 간단한 假設例를 통하여 說明하여 보기로 한다.

大量生產되는 制品에서의 不良率을 θ 라 한다.[4]

---

1) R.D. Luce and H. Raiffa, 1958. Games and Decision pp. 198 ~ 130

2) R.C. Shook and H. J. Highland, 1969. Probability Models with Business Application Irwin Inc. pp. 72~81

3) 確率의 乘法法則

4) i) 만들어진 製品의 良, 不良은 그 사이에 만들어진 製品의 質에 일체 영향을 받지 않으며 또한 앞으로 만들어질 製品의 質에 대하여 아무런 영향도 미치지 못한다고 前提한다. 그리해서 장기적으로 不良率은 一定値 θ 가 정하여지는 것으로 생각한다. 즉 Bernoulle 과정으로 생각한다.

ii) Ibid., pp. 244 ~ 248

機械가 잘 調節되었을 때는 $\theta=0.1$이나 調節이 제대로 되어있지 못할 경우에는 $\theta=0.2$, 때로는 $\theta=0.3$이다. 그리고 過去의 經驗에서 企業家는 $\theta=0.1$ $\theta=0.2$, $\theta=0.3$이라는 事件에 대하여 각각 0.5, 0.4, 0.1이라는 確率

즉, $P_1=P(\theta=0.1)=0.5$, $P_2=P(\theta=0.2)=0.4$, $P_3=P(\theta=0.3)=0.1$이다. 이와같은 狀況下에서 機械의 調整作業을 마치고 이제부터 生產을 開始하는 것으로 한다. 이제부터 만들어지는 製品에서 不良品의 比率은 0.1, 혹은 0.2, 또는 0.3인 確率은 각각 0.5, 0.4, 0.1이다. 여기서 生產을 本格的으로 始作하기에 앞서서 製品을 1개 만들어 보았던바 그 製品이 良品이었다. 1개의 Sample이 良品이라는 情報를 g라 한다. 이때 이 새로운 情報 g $P_1=0.5$, $P_2=0.4$, $P_3=0.1$의 確率을 變化된다. 變化後의 事件確率을 P_1, P_2, P_3라 하면

$$\overline{P}_1 = P(\theta=0.1 \mid g)$$
$$\overline{P}_2 = P(\theta=0.2 \mid g)$$
$$\overline{P}_3 = P(\theta=0.3 \mid g)$$

으로 될 것이다. 이에 대한 값을 計算하면 Bayes의 定理에 의하여

$$P = P(\theta=0.1 \mid g)$$

$$= \frac{P(\theta=0.1)\,P(g\ \theta=0.1)}{P(\theta=0.1)\,P(g\ \theta=0.1)+P(\theta=0.2)\,P(g\ \theta=0.2)+P(\theta=0.3)\,P(g\ \theta=0.3)}$$

여기서

$$P(g/\theta=0.1)=0.9$$
$$P(g/\theta=0.2)=0.8$$
$$P(g/\theta=0.3)=0.7$$

으로 생각되며 또한

$$P(\theta=0.1)=0.5$$
$$P(\theta=0.2)=0.4$$
$$P(\theta=0.3)=0.1$$

이었음으로 이를 數値를 使用하여

$$\overline{P}_1 = P(\theta=0.1/g) = \frac{0.4\times0.8}{0.5\times0.9+0.4\times0.8+0.1\times0.7} = 0.536$$

똑같이

$$\overline{P}_2 = P(\theta=0.2/g) = \frac{0.4\times0.8}{0.5\times0.9+0.4\times0.8+0.1\times0.7} = 0.38$$

$$\overline{P}_3 = P(\theta=0.3/g) = \frac{0.1\times0.7}{0.5\times0.9+0.4\times0.8+0.1\times0.7} = 0.084$$

를 얻는다. 즉 事前確率

$$P_1=0.5,\ P_2=0.4,\ P_3=0.1$$

은 Sample의 良品이었다는 情報에 의하여 事後確率 $\overline{P}_1=0.536$ $\overline{P}_2=0.38$, $\overline{P}_3=0.084$로 變化된 것이다.[5]

事後確率을 얻은 연후의 最善의 選擇對象은 事後確率을 使用하여 計算된 期待効用 $\sum_j \overline{P}_\sigma' U_{ij}$를 最大化하는 a_i임을 다시 말할 必要도 없다. 따라서 追加的인 情報를 얻기 前과 後에는 일반적으로 最善의 a_i는 다른 것이다.

앞 例에서 製品을 1,000개 만든다고 한다. 不良品이 發生하면 그것을 다시 만들어야 하고 이때문에 必要한 經費가 1개당 10원이다. 機械를 再調整하였다면 $\theta=0.1$으로 되고 $\theta=0.2$ 혹은 $\theta=0.3$이라는 可能性을 없게된다. 그러나 이를 위하여서는 500원의 費用이 소용된다. 이와같은 事情에서 專門家에 附託하여 機械의 再調整을 할 것인가 아닌가를 決定하려는 것이다. 이 문제를 풀기 위하여서는 먼저 利得表(Payoff table)을 만들어야 한다.

〈表2〉 利 得 表

選擇對象 \ P / E	0.5	0.4	0.1	期待費用
	$\theta=0.1$	$\theta=0.2$	$\theta=0.3$	
그대로	1,000	2,000	3,000	1,600
再調整	1,580	1,580	1,580	1,580

再調整하지 않은 경우에는 $\theta=0.1$이면 不良品은 $1,000\times0.1=100$개 $100\times10=1,000$원의 營費가 난다. $\theta=0.2$이면 2,000원, $\theta=0.3$이면 3,000원이다. 再調整하였을 때에는 당시의 θ의 값에 관계없이 調整되어온 $\theta=0.1$임으로 不良品을 손질하는데 드는 費用은 1,000원이다. 다만 이 경우에는 580원의 수수료가 들었음으로 合計하여 1,580원의 費用으로 된다. 따라서 再調整을 하지 않았을 경우와 하였을 경우에서의 期待費用도 각각 1,600원 1,580원이 된다. 그러므로 이 경우에는 專門家의 再調整의 依賴가 바람직하다는 結論을 얻게된다.

다음으로 Sample을 1개 취하였을 때 그것이 良品이었다고 한다. 이 情報에 의하면 앞서 計算에 의하여 $\theta=0.1$, $\theta=0.2$, $\theta=0.3$이라는 事件에 대한 確率은 각각 0.536, 0.38, 0.084로 變化한다. 그리고 이 새로운 確率에 의한 期待費用은 再調整을 하지 않을 때에

$$1,000\times0.536+2,000\times0.38+3,000\times0.84=1,548$$

5) P를 계산할 때 사용된 식의 분모는 Sample이 良品일 確率 P(g)이다.

원이다. 再調整을 하게되면 같은 節次에 의하여 1,580 원이다. 이런 경우에서는 再調整의 必要는 없는 것이다. 그런데 같은 節次로 취하여진 Sample 이 不良品일 경우의 事後確率도 計算할 수가 있다. 不良品이라는 情報를 d 라 한다. 그러면

$\bar{P}_1 = P(\theta=0.1/d)$, $\bar{P}_2 = P(\theta=0.2/d)$, $\bar{P}_3 = P(\theta=0.3/d)$ 은 「Bayes 의 定理」에 의하여

$$\bar{P}_1 = P(\theta=0.1/d)$$

$$= \frac{P(\theta=0.1)\ P(d/\theta=0.1)}{P(\theta=0.1)P(d/\theta=0.1)+P(\theta=0.2)\ P(d/\theta=0.2 + P(\theta=0.3)\ P(d/\theta=0.3)}$$

$$= \frac{0.5 \times 0.1}{0.5 \times 0.1 + 0.4 \times 0.2 + 0.1 \times 0.3}$$

$$= \frac{0.15}{0.16} = 0.313$$

$$\bar{P}_2 = \frac{0.08}{0.16} = 0.5$$

$$\bar{P}_3 = \frac{0.03}{0.16} = 0.187$$

이 된다. 이 計算에서의 共通分母 0.16 은 Sample 이 不良品인 確率 P(d)이다. 이 確率을 사용하면 再調整 없는 期待費用은

1,000 × 0.313 + 2,000× 0.5+3,000×0.187=1,874 원이다. 「再調整」의 費用은 같은 節次로 1,580 원이 된다. 이 경우에는 再調整의 必要性이 議論된다. 以上의 分析은 費用 대신에 機會損失(opportunity loss)을 사용하여 행할 수도 있다. 結果는 勿論 같다. 이와같은 새로운 追加的 情報에 의한 事後確率을 計算하고 이에 따라 決定을 행하는 操作을 말하며 事後分析(posterior analysis)이라 한다.

3 · 3. 追加的 情報의 價値評價

앞節에서는 새로운 追加的 情報의 入手前과 後의 最善의 選擇이 그 情報의 確率에 미치는 영향을 通하여 變化하는 狀況을 살펴 보았다. 그러나 그와같은 새로운 情報에 대한 評價에 관하여서는 아무런 對策 없이 지나쳤었다. 그런데 새로운 情報를 마련할 것인가 아닌가를 작정하는 것은 勿論 하나의 決定이고 選擇對象의 하나라고 하는 것은 論議할 必要도 없는 것이다.

따라서 이와같은 事項을 包含한 決定問題를 생각하게 되며 이는 곧 새로운 情報의 價値를 評價하는 必要性을 낳게 되는 것이다. 여기서도 前節의 假設例를 그대로 사용하는 것으로 한다. 주어지는 문제는 機械와 調整을 일단 마친 段階에서 3가지 選擇對象

① "그대로" 生産을 開始할 것인가?

② "再調整" 뒤에 生産을 開始하는가?

③ "Sample"을 만들고 그 結果에 따라 最終決定을 할 것인가?

하는 것 중에서 어느 한가지를 決定하느냐 하는것이다. ①의 "그대로"에 대한 期待費用의 計算은 이미 이루어져 있고 그것은 ₩ 1,600이었다. ②의 "再調整"에 대한 期待費用은 ₩ 1,580이었다. 따라서 여기서 ③의 "Sample"을 만드는 즉 새로운 追加的 情報를 구하는 경우에 대한 期待費用을 새로히 計算하게 된다면 이들 3種의 期待費用의 比較에 의하여 最善의 選擇對象이 決定될 수 있을 것으로 展望된다.

Sample 을 만드는데 대한 價値의 評價 (期待費用의 計算)은 다음과 같이 行하여 얻어진다. 여기서 하고져 하는 바는 Sample 을 마련하기에 앞서 그 價値를 評價하려는 것이다. 그런데 Sample 을 마련한다면 그 結果는 良品일 경우, 不良品일 경우, 또는 어느쪽인가, 미리 알수 없는 경우도 나타날 것이다. 그러나 Sample 이 良品일 確率 P(g)와 不良品일 確率 P(d)는 각각

$P(g) = 0.84$ $P(d) = 0.16$ 이다.

그러면 Sample이 良品이었다고 하면 事後分析의 結果에서 이 경우의 最善의 選擇은 "그대로"의 경우이고 期待費用은 ₩ 1,548 이다. Sample 의 不良品이면 最善의 選擇은 "再調整"의 경우이고 期待費用 ₩ 1,580 이다. 즉 Sample 을 마련할 때 0.84의 確率로 ₩ 1,548 이 들고 0.16의 確率에서는 ₩1,580 의 費用이 必要하다. 따라서 Sample 을 마련한 뒤에 發生하는 費用의 期待値는 ₩1,548×0.84+₩1,580 ×0.16 = ₩ 1,553.^{10} 으로 된다. 그러나 이것만이 Sample 을 마련하는데 따르는 費用의 全部는아니다. 그와같은 Sample Cost를 여기서는 15 원이라고 한다. 그러면 費用의 合計는

₩1,553.^{10} + 15 = ₩1,568.^{10} 이 Sample 을 마련하는 경우에 있어서의 價値期待費用일 것이다.

여기서 使用된 方法은 다음과 같은 節次를 이루고 있는 것이다. Sample 을 취함으로서 發生하는 여러가지 可能的인 結果에 대하여 이와같은 結果에 대한 確率을 計算하고 그리고 Sample 의 可能한 結果에 對應하는 事後分析을 앞서 行하여서 각각의 경우에 대한 最善의 選擇對象을 擇하여 對應되는 費用을 計算한다. 그리하여 이들 費用의 上記 確率에 의한

期待値를 計算하기에 이른다.[6] 다시 여기에 Sample Cost를 加하므로서 期待費用은 計算된다. 本假設에서는

① "그대로"의 경우 ₩1,600^{00}

② "再調整"의 경우 ₩1,580^{00}

③ "Sample"를 만들 때 ₩1,568.^{10} 이다. 따라서 結果는 "Sample"를 마련하여 새로운 追加的 情報에 의한 再點檢을 취하는 길이 最善의 길임이 判定된다.

當面問題는 이로서 일단 解決되었다고 말하였지만 이 最終結論(terminal decision)에 이르는 단계를 別途의 測面에서 되살펴 보기로 한다.

만약 Sample을 만들지 않는 것으로 한다면 이 경우에서의 最善의 選擇은 再調整의 경우이고 費用은 ₩1,580^{00}이다. 그런데 Sample을 만드는 것으로 한다면 이에 대하여 期待되는 費用은 ₩1,553.^{10} 이다. 따라서 Sample을 취함으로써 期待費用은 ₩1,580^{00}−1,553.^{10}=₩26.^{90}만큼 싸게 먹힌다. 그런데 Sample Cost가 ₩15^{00}이었다. 이것은 ₩26.^{90}보다는 적기 때문에 Sample을 취하는 편이 有利하게 된다.

Sample Cost에 比하여 期待費用의 節約分이 크다면 Sample을 취하는 것이 有利하다는 것은 지극히 自然스런 생각이라 하겠다.

여기까지의 기준으로 사용한 期待費用은 期待機會損失(expected opportunity loss)로 바꾼다 하더라도 以上의 主張은 成立된다. 즉 Sample Cost에 비하여 Sample을 취함으로써 期待機會損失의 減少分이 크게되면 Sample을 취하는 쪽이 有利하고 期待機會損失의 減少分 쪽이 적으면 Sample을 취하지 않는 쪽이 좋을 것이다. 假說例로서가 아닌 일반형에 의한 確認을 試圖한다.

利待表와 機會損失表는 다음과 같다.

	E_1	E_2	⋯	E_n
	U_{11}	U_{12}	⋯	U_{1n}
	U_{21}	U_{22}	⋯	U_{2n}
			⋯	
			⋯	
	U_{m1}	U_{m2}	⋯	U_{mn}

〈表3〉 利 得 表

	E_1	E_2	⋯	E_n
a_1	l_{11}	l_{12}	⋯	l_{1n}
a_2	l_{21}	l_{22}	⋯	l_{2n}
⋮			⋯	
			⋯	
a_m	l_{m1}	l_{m2}	⋯	l_{mn}

〈表4〉 機會損失表

여기서 U_{ij}를 費用으로 한다.

따라서

$$l_{ij} = U_{ij} - U_j^*$$

$$U_j^* = \min(U_{1j}\ U_{2j} \cdots\ U_{nj})$$

이다. 여기서 事件 $E_1\ E_2 \cdots\cdots E_n$의 事前確率을 $P_1\ P_2 \cdots\cdots P_n$이고 Sample을 취하였을 때의 可能한 結果를 $S_1\ S_2 \cdots\cdots S_n$라 하고 Sample의 結果가 $S_v(V=1.2 \cdots k)$일 때의 각 事件의 發生하는 事後確率을 $P_1^{(v)}, P_2^{(v)}, \cdots P_n^{(v)}$로 表示한다. 이 경우에 있어서의 最善의 選擇은 $\sum_j P_j^{(v)} U_{ij}$를 最小로 하는 i(즉 a_i)를 選擇하는 것이라고 말할 수 있다.

이것이 $i=tv$일때 最小로 되었다고 하고 그 最小値를 C_v라 한다.

$$C_v = \sum_j P_j^{(v)}\ U_{tij}$$

이것이 Sample의 結果가 S_v일 때 最善의 選擇을 하였을 경우의 期待費用이다.

한편 Sample의 結果가 S_v로 되는 確率을 $P(S_v)$라 하면 Sample을 취하므로서 그 뒤에 期待되는 費用 C는

$$C = \sum_v P(S_v)\ C_v = \sum_v P(S_v)\ (\sum P_j^{(v)}\ U_{tvj})$$이다.

또한 Sample을 취하지 않는다 하면 이 경우에 있어서 最善의 選擇은 事前確率 $P_1\ P_2 \cdots, P_n$을 사용하여 計算된 $\sum_j P_j\ U_{ij}$를 최소로 하는 i(즉 a_i)를 選擇하는 문제이다. 이 최소치를 A, $i=to$일때 이 최소치가 이루어 졌다 하면

$$A = \sum_j P_j\ U_{toj}$$이다.

이 A가 Sample을 취하지 않았을 경우에 대한 期待費用이다. 따라서 Sample을 취함으로써 期待費用의 節約은

A−C로 주어지게 된다.

나음으로 期待機會損失에 있어서 Sample을 취하

6) Sample의 원료비, Sample을 마련하는데도 勞務費, 調査費 등이 이에 속한다.

지 않는 경우에 최선의 選擇을 行하였을 때의 期待機會損失을 L_A 라고 하면

$$L_A = \sum_j P_j L_{toj} = \sum_j P_j (U_{toj} - U_i^*) = A - \sum_j P_j U_j^*$$

이고 한편 Sample 을 취하기는 하였을 때 각각의 可能한 結果에 대하여 최선의 選擇을 行하였다고 하고 期待되는 機會損失 L_c 는

$$Lc = \sum_v P(S_v)\left(\sum_j P_j^{(v)} l_{tvj}\right) = \sum_v P(S_v)\left(\sum_j P_j^{(v)} (U_{ivj} - U_j^*)\right)$$

$$= \sum_v P(S_v)\left(\sum_j P_j^{(v)} U_{tvj}\right) - \sum_j \left(\sum_v P(S_v) P_j^{(v)}\right) U_j^*$$

$$= C - \sum_j P_j U_j \quad \left(\because \sum_v P(S_v) P_j^{(v)} = P_j\right)$$

으로 주어진다. 따라서

$$L_A - Lc = \left(A - \sum_j P_j U_j^*\right) - \left(C - \sum_j P_j U_j^*\right) = A - C$$

으로 된다. 즉 Sample 을 취할 때의 期待費用의 減少分과 期待機會損失의 減少分과는 같다. 여기까지의 計算에서는 Sample Cost 는 고려치 않고 있는 것이다. 그러면 여기서 Sample Cost 를 Cs라고 하면

$$Cs < L_A - Lc = A - C$$

이면 Sample 을 취하는 것이 좋을 것이고

$$Cs > L_A - Lc = A - C$$

일 때는 Sample 을 취하지 않는 쪽이 좋을 것이다.

그런데 C + Cs 가 " Sample 을 취하는 價値의 評價額" 으로 주어지는 것으로 이 값과 A와의 大小關係를 살펴 Sample 을 취할 것인가 아닌가를 決定하는 것이었는데 이 事實로 A−C와 Cs 의 大小를 살피는 것과 실제에 있어서는 같은 것이다. 그런데 여기서는 Sample 을 단 1 개 취하는것으로 論議를 展開하였으나 Sample 이 2개 혹은 3개로 취하는 것은 可能하다. 그리고 Sample 의 크기를 얼마만큼으로 할 것인가 하는 것도 또한 하나의 決定問題이다. 이를 해결하려면 이제까지 행하여 본 事前事後分析의 方法으로 Sample을 1개 취할때의 期待費用 등을 計算하여 期待費用이 最小의 것을 擇하여 처리된다. Sample Cost 는 Sample 의 個數와 함께 增大한다. 따라서 생각없이 않은 것을 취하는 것은 삼가하여야 할 것이다.

4. 不確定條件下의 決定問題

事件 $E_1, E_2 \cdots E_n$ 이 發生하는 確率이 전혀 알려져 있지않는 경우에 있어서의 決定問題를 취급하는 것이다. 이와같은 경우에는 최선의 a_i 의 選擇에는 몇가지 基準이 있다. 그런데 이 基準의 어느것이 最善이냐 하는 것은 意思決定者의 選擇의 問題이고 결코 어느것을 指適할 수는 없는 것이다. 따라서 여기서는 그 基準의 代表的인 것을 들고 特徵을 살펴보는 수밖에 없다.

4 · 1, Wald 基準 [7]

意思決定者가 a_j 를 選擇할 때 이때 얻어지는 可能性 있는 $U_{i1}\ U_{i2}\ U_{i3} \cdots U_{in}$ 가운데서의 最少値 $\bar{U}_{io} = \max_i \bar{U}_i = \max_i \min_j U_{ij}$ 이 되게 하는 i_o 를 擇하는 것이다.

즉 意思決定者는 항상 最惡의 事態에 注目

〈表5〉

	E_1	E_2	⋯	E_n
a_1	U_{11}	U_{12}	⋯	U_{1n}
a_2	U_{21}	U_{22}	⋯	U_{2n}
⋮			⋯	
a_m	U_{m1}	U_{m2}	⋯	U_{mn}

$\bar{U}_1 = \min U_{1j}$

$\bar{U}_2 = \min U_{2j}$

$\bar{U}_m = \min U_{mj}$

〈表6〉

	E_1	E_2	E_3
a_1	7	1	2
a_2	2	5	−1
a_3	4	2	4

$\min U_{1j} = 1$

$\min U_{2j} = -1$

$\min U_{3j} = 2$

---

7) i) mini-max 기준이라고도 한다.

ii) 本實 經營の めの最適計劃法 建 社 1974 pp. 14 ~ 15

하여 그 程度의 가장 낮은 것을 選擇하는 方法이다. 利得行列 〈表 6〉에 이 基準을 適用하게 되면 a_i 를 擇하였을 때에는 2이다. 따라서 이들중에서 최대치 2에 對應하는 選擇對象 a_3를 擇하는 것이 이 경우에 대한 최선의 選擇이다. 이 基準은 最小의 効用을 最大로 하는 選擇對象을 擇한다는 것 즉 바꾸어 말하자면 最大의 危險을 最小로 한다는 基準으로 생각된다.

4 · 2, Hurwicz의 基準 [8]

最惡의 事態를 念頭에 두고 行動한다고 하는 것은 대단히 중요한 것이다. 그렇다고 最善의 事態를 생각한다 하여 결코 안된다는 理由를 成立될 수 없을 것이다. 樂觀主義者라면 오히려 最惡의 경우보다는 오히려 最惡의 쪽을 擇할 것인지도 모르겠다. 意思決定者는 個人判斷에 의하여 적당한 加重値 α $(0 \leqq \alpha \leqq 1)$ 을 擇하여 a_i 를 擇하였을 경우의 評價値를

$$\alpha\,(\max_j ij) + (1-\alpha)\,(\min_j U_{ij})$$

의 型으로 計算하여 이 값이 最大로 되는 選擇對象을 選擇하는 것이다. $\alpha = 1$ 이면 完全한 樂觀的이고 $\alpha = 0$ 이면 悲觀的이다. $\alpha = \frac{4}{5}$ 인 경우에는 앞에서 든 例에서 計算하면

a_1을 擇할 경우 …… $\frac{4}{5} \times 7 \times \frac{1}{5} \times 1 = \frac{29}{5}$

a_2를 擇할 경우 …… $\frac{4}{5} \times 5 \times \frac{1}{5}(-1) = \frac{19}{5}$

a_3를 擇할 경우 …… $\frac{4}{5} \times 4 + \frac{1}{5} \times 2 = \frac{18}{5}$

으로 된다. 따라서 이들 값 가운데서 최소치 $\frac{29}{5}$ 에 대응되는 a_1을 選擇하는 것이 최선의 選擇이다.

4 · 3, Savage 基準 (Minimax regret 기준) [9]

利得表에서 機會損失表를 만들고 이 regret 表를 바탕으로 하여 最大의 regret 을 最小로 하는 a_i 를 選擇할 것을 L. J. Savage에 의하여 提唱되었다. 즉 regret 表를 만들어 $\max L_{ij} = L_i$ 를 最小로 하는 i 즉 $L_{io} = \min L_i$ 로 되는 io 를 選擇하는 것이다. 假說例에 의한 regret 表는 다음과 같이 〈表 8〉이 作成됨으로 a_3가 最善의 選擇이다.

〈表 7〉

	E_1	E_2	……	E_n
a_1	L_{11}	L_{12}	……	L_{1n}
a_2	L_{21}	L_{22}	……	L_{2n}
a_m	L_{m1}	L_{m2}	……	L_{mn}

여기서 $L_{ij} = \max_j U_{ij} - U_{ij}$

〈表 8〉

	E_1	E_2	E_3
a_1	0	4	2
a_2	5	0	5
a_3	3	3	0

$\max_j U_{1j} = 5$

$\max_j U_{2j} = 4$

$\max_j U_{3j} = 3$

4 · 4, Laplace의 基準 (等確率의 基準)

事件 $E_1\ E_2 \cdots E_n$의 발생하는 確率이 각각 다르다는 충분한 이유가 없다면 이들 사건에 대하여 같은 確率을 賦與하려는 것이다. [10] 즉 모든 E_j에 대하여 $1/n$이라는 確率을 주고 이에 의한 期待値의 最大의 a_i 를 選擇하려는 것이다. 假說에 의하면 a_i 를 選擇 에 대하여서는

$7 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ a_2에 대하여서는

$2 \times \frac{1}{3} + 5 \times \frac{1}{3} + (-1) \times \frac{1}{3} = 2$ a_3에 대하여서는

$4 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{3} + 4 \times \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ 따라서 a_1 또는 a_3가 最善이다.

5. 競爭條件下의 Model

事件 $E_1\ E_2 \cdots E_n$의 選擇이 또 한사람의 意思決定者에 의하여 行하여지는 경우를 考察하려는 것이라 $a_1\ a_2 \cdots a_m$ 을 選擇對象으로 하는 주체를 P_1이라 하고, $E_1\ E_2 \cdots E_n$ 을 選擇對象으로 하는 주체를 P_2 라고 한다. 그리고 $P_1\ P_2$의 選擇對象을 $1, 2 \cdots m$ 및 $1, 2 \cdots n$ 로 나타내는 것으로 한다. 그런데

8) 上揭書 pp. 16 ~ 17

9) 上揭書 pp. 15 ~ 16

10) 不定分理의 原理

P_1 P_2는 人間임으로 雙方의 選擇의 결과 利得을 얻는 것은 P_1에 限定되는 것은 아니고 P_2 또한 어떤 利得이 안겨질 것이다. 따라서 이와같은 類型의 決定 모델에서는 一般的으로 P_1과 P_2의 雙方의 利得表가 주어지지 않으면 안된다. 이것을 하나로 綜合하여 다음과 같이 表示할 수 있을 것이다.

〈表 9〉

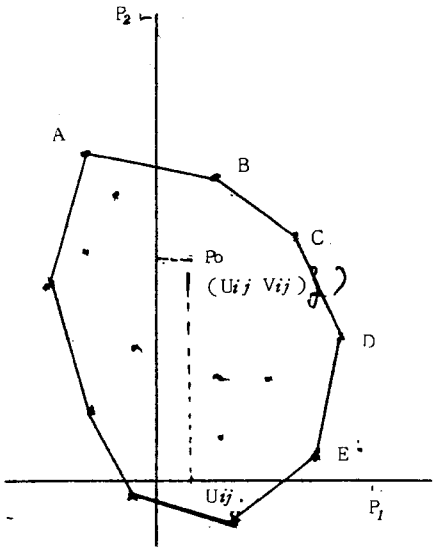
	1	2	2 ·····	n
1	(U_{11}, V_{11})	(U_{12}, V_{12})	·····	(U_{1n}, V_{1n})
2	(U_{21}, V_{21})	(U_{22}, V_{22})	·····	(U_{2n}, V_{2n})
⋮		·····		
m	(U_{m1}, V_{m1})	(U_{m2}, V_{m2})	·····	(U_{mn}, V_{mn})

여기서 U_{ij}는 P_1의 利得 V_{ij}는 P_2의 利得이다. 이와같은 局面에서의 合理的인 選擇이란 무엇을 意味하는가를 여기서 考察하고저 하는 것이다.

5 · 1, 一般人 Game

利得의 和가 兩者의 戰略의 選擇方法에 따라 變化하는 경우를 考察하기 위하여 우선 다음의 그림을 마련한다.

〈그림 1〉



橫軸에 P_1의 利得, 終軸에 P_2의 利得을 나타낸다. 그리고 利得表의 各點 $(U_{ij}\ V_{ij})$를 Plot한다. 그림에서의 點은 兩者의 利得點이다. 모든 利得點을 Plot하고 그 點들 중에서 가장 外側에 있는 點을 線分으로 連結하면 多角形이 얻어진다. 따라서 모든 利得點은 이 多角形의 內部에 또는 둘레에 있게 된다. P_1에 대하여 U_{ij}가 될 수 있으면 큰 것이 바람직하고 P_2에 대하여서는 V_{ij}가 큰것이 바람직하다. 따라서 (U_{ij}, V_{ij})를 나타내는 點이 左上分에 移動하는 것은 雙方 모두 바람직스런 일이다. 이를테면 B點 및 C點은 P點보다도 雙方에 대하여 바람직하다. B, C, D, E의 各點은 그것보다 右上에 利得點은 存在하지 않는다. 따라서 이들 點의 어느 것으로 부터 다른 점에 옮겨진다면 P_1과 P_2의 어느 한쪽은 반드시 不利하게 된다.[11] 이와같은 點을 Pareto 最適點(optimum point)이라 한다. 그런데 Pareto 最適點以外의 點을 選擇하는 것은 雙方에 대하여 보다 바람직한 點이지만 한쪽은 不變이고 다른쪽이 더 좋아지는 點이 있다는 意味에서 合理的인 選擇이라고 할 수 없다. 따라서 pareto 最適點 以外의 點이 選擇되는 수는 있을 수 없다. 그러나 pareto 最適點 가운데서 어느 것이 좋은 것이냐 함에 있어서는 간단히 說明되지 않는다. 왜냐하면 P_1과 P_2 사이의 力學關係 또는 協力關係 등이 그것을 決定할 것이기 때문이다. 그러나 하나의 基準으로서(특히 P_1과 P_2가 協力關係인 경우) Pareto 最適點 중에서 兩者의 利得의 和를 最大로 하는 點을 選擇하는 것은 一面의 合理性은 認定된다. 그림에서 C點이 이 點에 해당된다. C點에서 얻어진 利得의 合計를 兩者間에서 어떤 方法으로 再配分하는 것이다. 利得의 和가 最大로 되는 點이 1개뿐일 경우에도 上記 基準에 의하여 最善의 決定을 할 수가 있다. 그러나 利得和가 最大로 되는 點이 여러개 있을 때에는 問題는 다시 남겨진다.

5 · 2, 零和 2人 Game

모든 i, j에 대하여 利得和가 一定値 k일 경우를 생각한다.

$$U_{ij} + V_{ij} = k \quad (k = \text{Constant})$$

일반적으로 P_1, P_2의 利得이 모든 값에 대하여 각각 一定値 P, q를 더한 값을 利得으로 하는 새로운 Game 즉 모든 ij에 대하여 $(U_{ij} + P\ V_{ij} + q)$을 더한 값을 利得으로 하는 새로운 Game을 생각할 때 어느 player에 대하여서도 이 새로운 Game에서의 最善의 戰略과 本來의 Game에 있어서의 최선의 戰略과는 같은 것이다. 왜냐하면 새로운 Game은 P_1, P_2에 각각 P, q만큼만 더하여 준것뿐이고 本質的으로는 Game에 아무런 變化도 없는 것이기

11) pareto의 最適點

때문이다. 그렇다면 利得和가 k인 Game과 利得和가 0인 Game과는 本質的으로는 같은 것으로 取扱이 可能한 것이다. 왜냐하면 前者의 Game에 있어서는 P_1, P_2의 利得은 $(U_{ij}, k-V_{ij})$으로 주어질 것이므로 이 Game에서 P_2에 미리 k만큼 더하여 준다고 하면 前과 같은 값인 零和 Game $(U_{ij}-V_{ij})$이 얻어질 수 있길 때문이다. 以上의 理由에서 零和 2人 Game을 여기서 考察하는 것이다. 零和 2人 Game에서는 항상 P_1이 獲得한 利得과 꼭 같은 값만큼을 P_2가 잃게되는 것이기 때문에 모든 利得點직 pareto 最適點이다. 이 點은 原點을 通하고 기울기 -1의 直線上에 있다. 따라서 前節에서 論議된 基準은 이 경우에서는 아무런 도움도 되지 못한다. 零和 2人 Game에서는 P_1의 利得表만 있으면 족하고 〈表 10〉의 型式을 갖는다.

〈表 10〉

	1	2	⋯	U
1	U_{11}	U_{12}	⋯	U_{1n}
2	U_{21}	U_{22}	⋯	U_{2n}
⋮			⋯	
m	U_{m1}	U_{m2}	⋯	U_{mn}

그렇다면 이와같은 Game에 있어서 하나의 戰略이 다른 戰略 보다 좋은 것인지 나쁜것인가 하는 경우의 判斷의 基準은 어디서 구하여야 하느냐는 새로운 問題가 提起되게 된다. 勿論 P_1, 이나 P_2에 대하여서는 각각 自己의 利得이 많은 쪽을 擇하게 될것은 當然하다. 그러나 相對가 있는 以上 自己만좋을 수는 없는 것이다. 더욱 兩者의 利害가 正面으로 對立하는 것이고 보면 그렇게만 생각할 수는 없다. 〈表 9〉도 주어지는 利得表에서 P_1이 戰略i를 擇하였다고 하자. 이때 P_2가 戰略j를 擇하게 되면 P_1은 U_{ij} 만큼 얻게된다. 따라서 P_1은 相對手의 여하에 불구하고 U_{i1} U_{i2} ⋯ U_{in} 중에서의 最小値 U_i, $U_i = \min_j U_{ij}$만 만큼은 틀림없이 얻게 된다. 이 U_i라는 값은 戰略i에 대한 保證水準(Security level)이다. P_1은 保證水準을 최대로 됨을 원할 것은 당연하다. 즉 U_1, U_2 ⋯ U_m에서 最大値 V_1

$$V_1 = \max_i U_i = \max_i \min_j U_{ij}$$

에 對應하는 戰略을 생각하게 될 것이다.

이렇게 되면 P_1은 相對의 戰略 如何에 구애받지 않고 적어도 V_1만큼은 틀림없이 얻게된다. 그리고

〈表 11〉

	1	2	⋯	n
1	U_{11}	U_{12}	⋯	U_{1n}
2	U_{21}	U_{22}	⋯	U_{2n}
⋮			⋯	
m	U_{m1}	U_{m2}	⋯	U_{mn}

이 값은 P_1이 틀림없이 얻게되는 額의 最高의 것이다. P_2에 대하여도 같다. P_2가 戰略 j를 擇하면 이에 따라 P_1의 戰略의 如何에 의하여

$$\bar{\bar{U}}j = \max_i U_{ij}$$

만큼 빼앗길 것을 許容하여야 한다. 이것이 戰略j에 대한 P_2의 保證水準이다.

P_2는 $\bar{\bar{U}}ij$를 最小가 되게끔 努力할 것이고 그렇게 하기 위하여서는

$$v_2 = \min_j \bar{\bar{U}}i = \min_j \max_i ij$$

에 對應하는 戰略을 選擇하는 것을 생각하게 된다. 이로서 P_2는 損失을 V_2 혹은 그 以下로 내릴수가 있을 것이다.

여기서 일반적으로 $V_2 \geq V_1$ 즉

$$\min_j \max_i U_{ij} \geq \max_i \min_j U_{ij}$$ [12]

가 成立된다.

먼저 等號가 成立되는 경우 즉

$$\min_j \max_i U_{ij} = \max_i \min_j U_{ij}$$

가 成立되는 경우를 생각하여 보기로 한다. 이때 $V_1 = V_2 = V$라 하면

$$V = \min_j \max_i = \min_j \bar{\bar{U}}j = \bar{\bar{U}}jo$$

$$V = \max_i \min_j U_{ij} = \max_i \bar{U}i = \bar{U}io$$

으로 되여지는 io, jo를 구하게 되면

$$\bar{U}io = \min_j U_{ioj} = V \max_i U_{ijo} = \bar{\bar{U}}jo$$

이다. 한편

$$\min_j U_{ioj} \leq U_{iojo} \leq \max_i U_{ijo}$$

임으로 따라서

$$V = U_{iojo} = \min_j U_{ioj} = \max_i U_{ijo}$$

가 成立한다. 따라서 P_1은 戰略 io를 擇하게 되어 적어도 $V = U_{iojo}$ 만큼은 틀림없이 얻게되고 P_2는

12) 임의의 i, j에 대하여 $U_{ij} \geq \min_u U_{iu}$ 양변의 i에 대한 max를 取하면 $\max_i U_{ij} \geq \max_i \min_u U_{iU}$ 우변은 정수다.

戰略 jo를 擇하여 상대가 $V=Uiojo$ 보다 더 많은 것을 擇하는 것이 최선이며 또한 $Uiojo = \min_j Uioj$ 에서 P_1이 io를 擇하는 P限 P_2는 jo를 擇하는것이 최선이다. 따라서 雙方 모두가 戰略을 바꾸지 않는다면 자기가 먼저 戰略을 바꾸어야할 이유는 없는 것이다. io, jo가 P_1, P_2에 대하여는 最適戰略이고 이때의 P_1의 利得値 $V=Uiojo$는 Game 値이다. 以上으로 $\min_j \max_j Uij = \max_i \min_j Uij$ 가 成立되는 경우에는 「min max 基準」에 의하여 問題는 解決된다. 다음 $V_2 > V_1$ 즉 $\min_i \max_j Uij > \max_i \min_j Uij$ 인 경우에 어떻게 되겠는가? 이 문제를 다음과 같은 數値列(〈表 12〉)로 考察하여 보기로 한다.

〈表 12〉

1	5	−2	6	$\bar{U}_1=-2$
2	−3	4	2	$\bar{U}_2=-3$ $V_1=-2$
3	3	1	−4	$\bar{U}_3=-4$
	$=U_1$	$=U_2$	$=U_3$	
	5	4	6	
		$V_2=4$		

表에서 $V_1=\max_i \min_j Uij=-2$, $V_2=\min_j \max_i Uij=4$이고 따라서 $V_2 > V_1$이다. 이 경우 P_1, P_2가 모두 「min max 基準」에 따라 選擇을 하는 것으로 한다면 P_1은 戰略 1을 擇하고 P_2는 戰略 2를 擇할 것이다. 그리고 結果는 P_1은 P_2에 그만큼 빼앗기게 된다. 그렇다면 P_1 P_2는 이 結果에 滿足할 것이다. P_2의 戰略은 P_1의 戰略 1에 대하여서는 최선의 대항책이 된다. 그러나 P_1의 戰略 1은 P_2의 戰略 2에 대한 최선의 대항책은 되지 못한다. P_2의 戰略 2로서 대항하는 것이 최선이고 이렇게 되면 P_2로 부터 역으로 4만큼 獲得할 수가 있는 것이다. 따라서 P_2가 戰略 2를 擇한다고 예상되면 P_1은 당연히 2의 戰略을 바꿔 戰略 2를 擇하게 된다. 그러나 이번에는 P_2가 이 事實을(P_1 이 戰略 2를 擇하는 것) 예상하게될 것인지도 모른다. 그렇게 되면 P_2는 P_1의 戰略 2에 대항하여 戰略 1을 擇한다. 이 結果는 P_2는 P_1으로부터 3만큼 빼낼 수 있기 때문이다. 그리고 때로는 P_1이 P_2가 그와같이 예상할 것이라는 것을 예상할 수도 있다. 이렇게 되면 P_1은 자기도 戰略 1을 擇하여 P_2로 부터 5만큼 빼낼려고 할 것이다. P_2가 예상하면 P_1이 예상할 것이라는 것을 또한 P_2가 예상한다…는 식의 豫想의 연쇄는 限이 없다. 이와같은 事情은 $V_2 > V_1$의 경우에는 언제나 발생하는 것이고 따라서 이런 경우에는 P_1, P_2의 어느편에도 最善의 戰略은 있을 수 없다. 이와같은 어려움을 解決하기 위하여 Von Neyman은 戰略의 槪念을 擴大하고 즉 P_1의 戰略 1, 2 … m에 대하여 각각 確率分布를 賦與하고 이 確率分布를 새로히 P_1의 戰略으로 생각하는 것이다. P_2에 대하여서도 같다. 그리하여 P_1의 戰略은 m 次元確率 Vector

$P=(P_1, P_2 \cdots\cdots, Pm)$ $(P_1+\cdots\cdots+Pm=1,\ 0 \leqq Pi \leqq 1)$이고, P_2의 戰略은 n 次元確率 Vector $q=(q_1, q_2 \cdots qn)$ $(q_1+\cdots qm=1,\ 0 \leqq qi \leqq 1)$이다. 이와같은 擴張된 戰略의 槪念[13]은 이제까지의 戰略槪念[14]을 特殊한 경우로서 包含하는 것임은 分明하다. 戰略 槪念의 擴張에 따라 利益槪念도 變化하는 것은 當然하다. P_1, P_2가 각각 戰略 $P=(P_1, \cdots, Pm)$, $q=(q_1 \cdots qn)$을 擇하였을 때의 P_1의 利得은

$$E(P, q) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} Uij\ Pi\ qj$$

으로 定義된다. P_2의 利得은 勿論 $-E(P, q)$이다.

以上으로 Game은 다음의 形으로 된다. P_1은 任意의 m 次元確率 Vector를 擇할 수가 있고 P_2는 任意의 n 次元確率 Vector q를 擇할 수가 있다. 이때 P_1은 P_2로 부터 $E(P, q)$만큼 얻게된다.

Game을 이와같이 變形하면 이 새로운 Game에 대하여서는 항상

$$\min_q \max_P E(P, q) = \max_P \min_q E(P, q) \cdots\cdots ①$$

이 成立된다. 이 事實을 「零和 2人 Game」의 基本定理라 한다. 그리하여

$$\min_q \max_P E(P, q) = \max_P \min_q E(P, q) = V$$

으로 두고

$$V = \min_q E(Po, q) = \max_P E(P, qo)$$

으로 된다. Po, qo를 擇하면

$$V = E(Po, qo) = \min_q E(Po, q) \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

---

13) 이와같이 擴張된 戰略을 混合 戰略 (Mixed Strategy)

14) 이와같은 戰略을 純 戰略 (pure strategy)

$$V = E(Po,\ qo) = \max_{p} E(P, q) \cdots\cdots ③$$

가 成立한다. 이것은 P_1이 戰略 Po를 擇하는 限 P_2는 戰略 qo를 擇하는 것이 最善이며, 同樣이 P_2가 戰略 qo를 擇하는 限 P_1은 戰略 Po를 擇하는 것이 최선임을 나타내고 있다. 따라서 雙方이 각각 Po, qo를 擇하였다고 하면 어느쪽에 대하여서나 自己戰略을 바꾸는 것은 不利를 招來케 함으로서 P_1, P_2는 각각의 戰略 Po, qo를 바꿔야할 까닭은 전혀 없는 것이다. (Po, qo, V)는 Game 의 均衡解(Solution of equilibrium)이고 Po, qo 는 각각 P_1 및 P_2의 最適戰略이고 V는 Game 값이다. 이와같이 混合戰略을 使用하는 것 까지를 許容한다면 「min max 基準」에 따르는 최적 戰略이 存在하는 것이 判明된다. 그리고 Game Model에서 上述한바와 같이 均衡解가 解로서 일반적으로 認定되어진다. 그렇다면 최적 混合戰略은 언제나 存在한다는 것이 알려졌음으로 이제는 어떻게 하여 그것을 구하는 것인가를 생각하여야 할 것이다. 이를 위한 解法은 몇가지 方法이 있으나 그중에서도 가장 能率的인 것으로 Game을 線型計劃의 問題로 變型하여 Simplex法으로 푸는 것이다.

②③ 式을 다음과 같이 變換한다.

$$\bar{V} = \min_{j} (Poj) \cdots\cdots ②'$$

$$\bar{V} = \max_{i} E(i,\ qo) \cdots\cdots ③'$$

즉 ②에서는 모든 混合戰略 q에 대한 最小値를 취하는 것이고 ②'에서는 n개의 純醉戰略에 대한 最小値를 취한다. 그리고 그 結果는 같다. ③과 ③'에 관하여서도 같은 說明이 된다. 그렇다면 ②' 式으로부터 다음의 聯立不等式이 얻어진다.

$$a_{11} P_1^0 + a_{21} P_2^0 + \cdots\cdots + a_{m1} P_m^0 \geqq V$$
$$a_{12} P_1^0 + a_{22} P_2^0 + \cdots\cdots + a_{m2} P_m^0 \geqq V$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$a_{1n} P_1^0 + a_{2n} P_2^0 + \cdots\cdots a_{mn} P_m^0 \geqq V$$
$$P_1^0 + P_2^0 + \cdots\cdots + P_m^0 = 1$$
$$P_1^0 \geqq 0,\ P_2^0 \geqq 0 \cdots\cdots P_m^0 \geqq 0$$

여기서 上記 不等式의 적어도 하나는 等號가 成立할 것이다.

P_1^0, $P_2^0 \cdots\cdots P_m^0$는 P_1이 決定지을 戰略이고, V는 P_1의 利得額이다. P_1은 當然히 V의 값이 큰 것을 願할 것이며 따라서 P_1의 行動은 다음의 線型計劃 問題로서 定式化될 수 있게된다.

$$P_1^0 = X_1,\ P_2^0 = X_2 \cdots\cdots P_m^0,\ V = X_{m+1}$$

라 하면

$$-a_{12} X_1 - a_{22} X_2 \cdots\cdots a_{m2} X_m + X_{m+1} \leqq 0$$
$$-a_{1n} X_1 - a_{2n} X_2 \cdots\cdots a_{mn} X_m + X_{m+1} \leqq 0$$
$$X_1 + X_2 + \cdots\cdots + X_m = 1$$
$$X_1 \geqq 0,\ X_2 \geqq 0 \cdots\cdots\cdots X_m \geqq 0$$

에서

$X_m + 1$을 최대로 되게한다.

여기서 變數 X_{m+1}에 대한 非除條件 $X_{m+1} \geqq 0$이 없으나 이에 신경 쓸 必要는 없으며 $X_{m+1} \geqq 0$이라는 條件으로 問題를 취급하려면 쉽게 이루어진다. 왜냐하면 既述한 바와같이 모든 a_{ij}에 一定數 k를 더하여 $a_{ij} + k \geqq 0$ (단 $i = 1, 2 \cdots m$, $j = 1, 2 \cdots n$)가 成立되게 할 수 있고 이와같이 하여서 Game의 本質에는 아무런 變化도 미치지 않는 것이므로 必要하다면 그와 같은 修正을 실시하여 그것을 다시 a_{ij}로 바꿔쓰게 되면 $a_{ij} \geqq 0$로서 假定할 수가 있는 것이다. 그러므로 이때는 Game의 값은 非陰이고 따라서 $X_{m+1} = V \geqq 0$라는 條件을 취할 수가 있다. 다시 $a_{ij} \geqq 0$이라는 假定이 前提되면 制約條件

$$X_1 + X_2 + \cdots\cdots X_m = 1$$

은 不等式

$$X_1 + X_2 + \cdots\cdots + X_m \geqq 1$$

의 型으로 表現하여도 可하다. 이렇게 되면 P_1의 最適戰略은 다음의 線型計劃 問題의 解이다.

〔I〕
$$-a_{11} X_1, -a_{21} X_2 \cdots a_{m1} X_m + X_{m+1} \leqq 0$$
$$-a_{12} X_1 - a_{22} X_2 \cdots a_{m2} X_m + X_{m+1} \leqq 0$$
$$-a_{1n} X_1 - a_{2n} X_2 \cdots a_{mn} X_m + X_{m+1} \leqq 0$$
$$X_1 + X_2 + \cdots\cdots - X_m \leqq 1$$
$$X_1 \geqq 0,\ X_2 \geqq 0 \cdots\cdots X_{m+1} \geqq 0$$

에서 X_{m+1}을 最大로 되게 하는 것.

같은 것은 ③'에서도 이루어 진다. P_2의 최적 戰略 $Y_1 = q_1^0$, $Y_2 = q_2^0 \cdots Y_n = q_n^0$는 다음의 線型計劃問題의 解로서 주어진다.

〔II〕
$$-a_{11} y_1 - a_{12} y_2 \cdots\cdots - a_{1n} y_n + y_{n+1} \geqq 0$$
$$-a_{21} y_1 - a_{22} y_2 \cdots\cdots - a_{2n} y_n + y_{n+1} \geqq 0$$
$$y_1 + y_2 + \cdots\cdots + y_n \geqq 1$$
$$y_1 \geqq 0,\ y_2 \geqq 0 \cdots\cdots y_{n+1} \geqq 0$$

에서 y_{n+1}를 最小로 하는 것.

問題〔1〕과 〔II〕는 서로 雙對의 問題로 되어있다. 이 線型計劃問題를 풀어 P_1, P_2의 最適戰略은 구하여 지게 된다.

6. 結 論

意思決定 model의 基本的 類型 몇가지를 考察하여 보았다.

① 事件이 1개인 確定條件下의 決定問題에 있어서는 利得이 바로 最善의 決定에 대한 判斷의 基準이 되고,

② 事件이 複數個이고 이에 確率分布가 주어지는 Risk 條件下의 決定問題는 몇가지 妥當한 假定에서 적당히 利得의 効用을 擇하여 効用의 期待値가 意思決定者의 選好를 反映하도록 할 수 있다. 고로 그와같은 効用이 選擇되어 진 것으로 한다면 効用의 期待値를 判斷의 基準으로 使用할 수가 있다.

③ 複數個의 事件에 대하여 確率分布가 주어지지 못할 경우에는 즉 不確定條件下의 決定問題 에서는 判斷의 基準(合理性의 基準)으로 採用되는 基準이 몇가지가 있다. 그중에서 어느 것이 妥當할 것이냐 함은 主觀에 따라, 時間, 場所에 따라 다르게 마련이다.

몇가지 基準에서 어느 것을 擇할 것인가를 정하는 基準이란 것은 있을 수 없다.

④ 事件을 決定하는 것이 다른 意思決定者인 競爭條件下의 決定問題(競爭 model)에서는 不確定條件下의 決定問題의 경우에서와 똑같이 몇가지의 基準을 생각할 수 있다. 2人의 意思決定者의 利得의 和가 變化되는 일반적인 경우에는 兩者의 利得의 和를 最大로 되게하는 選擇을 兩者에 대한 最善의 選擇이라 하는 것도, 경우에 따라 一百의 合理性을 內包한다.

兩者의 利得의 和가 0인 경우에는 兩者 모두 「minimax 基準」에 의하여 行動하는 前提와 混合戰略에 까지 選擇對象의 範圍를 擴大함으로서 均衡解의 存在를 保證하고 이로서 競爭 model의 最適解로서 일반적으로 認定되고 있다. 지금까지 論議로서 意思決定의 可能한 類型의 모든 것을 망라하였다고는 할 수 없다. 지적한다면 競爭 model 에 있어서 競爭에 參與하는 意思決定者가 3人 또는 그 以上일 경우에는 個個의 意思決定者가 直面하는 決定問題는 일체 취급되지 못하였다.

또한 주어진 事件에 대한 意思決定者의 選擇의 結果가 단 1개의 利得으로 表現되는 경우만을 취급하였으나 現實의 企業에 있어서는 目的이 複數個이고 意思決定者의 選擇의 結果 각각 目的에 對應하여 複數個의 利得이 決定된다는 경우도 적지 않게 나타난다. 目的이 하나일 경우에는 주어진 事件에 대하여서는 그 目的의 達成度를 測定하는 指標로서의 利得, 혹은 利得의 効用을 최대로 하따하는 選擇을 한다는 즉, 最大化 行動의 原理가 意思決定者의 행동을 規定하는 것으로 된다. 目的이 複數個가 되면 각각의 目的이 때로는 對立되는 경우가 발생하여 일반적으로 단순한 最大化 행동의 原理는 그대로 通用되지 못한다.

이런 경우에는 그 目的에 적당한 加重을 하여 複數個의 目的을 加重平均의 型으로 한개의 目的만을 남겨두고 기타의 目的에 대하여서는 目的의 達成度에 下限을 設定한다. 즉 적어도 이 程度까지 目的이 達成되어 진다면 일단 만족한다는 滿足水準을 定하고 그 水準을 下廻하여서는 안된다는 制約條件의 型으로 目的을 바꿔놓아 이들 새로운 制約條件을 겸부친 다음에 最初에 남겨두었던 目的의 最大化를 꾀한다는 型으로 考察되지 않으면 안될 것이다. 이와같은 結果는 複數個의 目的을 갖는 問題도 旣述한 型으로 變換시켜 解決할 수 있게 될 것이다.

〈參考文獻〉

1. 金海天 經營意思決定論, 博英社, 1974
2. 金海天 現代生產管理論, 博英社, 1973
3. 羅雄培 經營計算分析論, 博英社, 1975
4. 徐南源 經營情報處理論, 博英社, 1982
5. 吳昌桓 線型經濟學, 高大出版社, 1972
6. 劉奉哲 OR 理論과 實際, 日新社, 1975
7. 鄭福圭 生產管理論, 博英社, 1980
8. 伊大和良太郎 企業の需要豫測, 丸善會社, 1965
9. 河野豊弘, 意思決定の分析, 日本經濟新聞社 1974
10. R.C. Shook, H. J. righland, probability models Richard H. Irwin, Inc. 1972
11. R.D. Luce & H. Raiffa. Game and Decisions. 1958