

자동차의 차체강도 해석

A Study of Vehicle Structure Analysis

李宗元^{*}·曹永昊^{**}·朴寬欽^{**}

J. W. Lee, Y. H. Cho, K. H. Park

Abstract

This paper presents structural analyses performed on the white body of vehicle using the most competitive analyzer, Finite Element Method, and attempts to obtain design criteria of body.

By applying the substructure and restart technique to structural model, computation time is reduced.

The synthetic processing from modelling to graphic visualization is accomplished by several subprograms, viz., various pre-post processors. On the basis of home-made vehicle modeling, typical cases of accident and service load is analyzed and discussed.

The results obtained will guide the designer to design the structure optimally.

1. 서 론

자동차 차체 설계에 있어서 안전성, 충돌감, 소음 등 고려되어야 할 사항이 많다. 또한 한번 시작된 제품을 변경하기에는 많은 시간과 노력 그리고 비용이 소요되므로 처음부터 합리적인 구조물이 되어야 한다. 안전성과 내구성 등은 미국 및 구주지역에서 정부의 안전 기준 FMVSS, MVSS, CMVSS 등으로 규정하고 있다. 그러므로 이 규정들에 따라 설계하는 것이 요구된다. 이에 따른 설계 조건을 알기 위하여 많은 실험 방법과 해석이 이루어지고 있다. 국내에서는 실험적인 방법으로 참조(1) 가 1977년에 행하여졌다. 그

러나 실험의 결점으로는 많은 인원과 장비 그리고 출력을 얻는 지점이 한정 된다는 점이다. 반면 1970년대에 들어서면서 computer의 software와 hardware의 발달은 자동차와 같은 복잡한 형상, 다양한 하중 조건을 갖는 구조물을 보다 빠르고 정확한 구조해석이 가능하며 해석에서 얻어지는 자료들을 일목요연하게 정리 검토할 수 있게 되었다. 자동차에 유한요소법의 적용 분야는 차체의 안전성을 위한 강도계산⁽²⁾, 차체 구조의 적합성을 위한 analyzer⁽³⁾, 충돌 문제⁽⁴⁾ 등이 있다. 본 연구에서는 승용차의 차체 구조 해석을 통하여 승용차 설계방안의 기초를 마련하고자 하였다. 또한 본 연구에서는 노력과 경비

* KAIST CAD/CAM室 室長

** KAIST CAD/CAM室 研究員

를 줄이기 위하여 입력자료 준비에서 출력자료의 도식화 과정까지에는 여러가지 주변 기기와 프로그램이 사용되었으며 실제 설계에 응용될 수 있도록 계산시간의 절감을 위해 substructure 기법과 restart 기법이 사용되어 경비 절감을 할 수 있었다.

2. 구조물 모델링 (modelling)

승용차 몸체는 각 부재별로 평판의 성형으로
모양을 뜯 후 각각을 용접으로 조립함으로써 각
부재마다 모양이 복잡하고 이어지는 부분이 불
연속됨으로 인하여 유한요소로 모델화하는데 많
은 어려움이 따른다. 그러나 차체를 구성하는
부재가 shell, 철판구조물 등이므로 본 연구에서
사용된 요소(element)는 얇은 셀요소(thin shell
element)와 beam요소이다. 얇은 셀요소의 특성
은 다음과 같이 정리된다.

- ① 너비나 쪽에 대한 두께의 비가 0.1이하
 - ② 두께에 따른 변형무시(두께에 따른 기하학적인 영향에 대해 고려 못한)
 - ③ 요소 평면의 각각 방향에 대한 비틀림 응력은 '0'
 - ④ 요소의 앞 뒷면의 normal 변위가 같다.
 - ⑤ bending transverse shear stress 그리고 평면상의 하중전용 가능

승용차 차체는 대개 1mm이하의 두께를 가진 철판으로 만들어져 있으므로 위의 특성을 가진 얇은 셀요소가 선정되었다. 얇은 셀요소에는 사각형 요소와 삼각형 요소가 있는데 사각형 요소는 numbering과 구성과정이 삼각형 요소보다 나으며 계산오차가 적은 장점⁽⁵⁾이 있으나

여기서

D ; 사각형 요소에서 첫 세개의 절점들이
형성하는 평면에서 마지막 절점까지의
거리

Area: 요소의 면적

식(1)의 ϕ (warping factor)가 0.2보다 클 경우

우는 요소내의 평형조건이 만족되어지지 않아 상당한 해석오차가 유발된다. 그러므로 사각형 요소를 사용하는 부분은 형태에 있어서 사각형에 가깝고 종횡비가 2보다 작고 1에 가까운 것 그리고, 식(1)을 만족하는 곳이 된다. 또한 mesh size 가 변하는 곳, 꼭면이 있는 경우는 삼각형 요소가 사용되어 진다. 모델링의 편리를 위해 frame 같은 beam 요소로 처리 될 수 있는 부분들은 beam 요소를 정의 하는데, 필요한 parameter는 다음과 같다.

① 재료의 성질

- 탄성계수
 - 전단계수

▷ stiffness

 - 면적
 - Y - 면적 모우멘트
 - Z - 면적 모우멘트.
 - 비틀림 강성
 - 평신
 - 전단에 대한 면적비

③ 혁명태

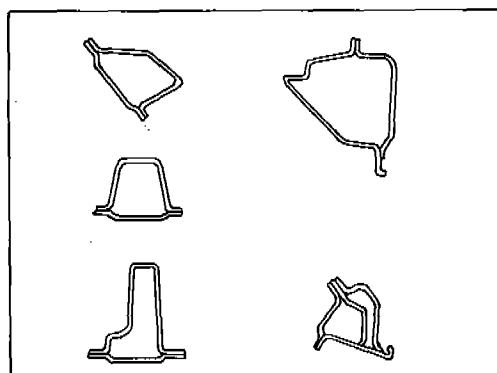


Fig. 1 자동차 beam 의 여러가지 단면들

beam의 형상계수인 비틀립 강성은 자동차 부재의 복잡성(그림 1 참조)으로 인하여 수학적으로 정확한 해를 얻지 못한다. 본 연구에서의 beam의 형상은 두께가 얇은 박판으로 이루어져 있으므로 달린 단면과 열린 단면의 두 가지로 나누어서 참고(6)의 식을 사용하였다. 실제의 도면에서 각 요소의 node의 좌표를 구하기 위하여 digitizer를 사용하였다. node의 위치를 결정할 때 되도록 용접(spot welding) 부위나 급격히 형상이 변하는 곳으로 하였다. 특히 beam 요소인 경우 하나의 요소에서는 단면 성질(굽힘 강성치(EI), 비틀립 강성치(GJ) 등)이 일정한 것으로

처리되기 때문에 단면이 크게 변하는 곳이 node의 위치가 되었다.

본 모델링 시에 가정된 사항과 그로 인하여 야기되는 오차를 정리하면 다음과 같다.

① 모든 얇은 셀요소의 두께는 0.9mm로 처리되었다.

② 두께 방향의 응력의 변화는 없다고 가정하였다.

③ 가능한 한 실제 차체에 맞게 모델을 구성하였으나 강성을 높이기 위한 form은 편陲한 것으로 처리되었다.

④ 차체 곳곳에 뚫려 있는 구멍과 각진곳에 크랙(fatigue crack)을 방지하기 위하여 덧붙여진 stiffner는 무시 되었다.

⑤ Sheet와 sheet사이의 용접부분은 연속된 것으로 하였다. Lapping으로 인한 강성은 무시된다.

⑥ 좌굴은 고려되지 않았다.

⑦ 채료의 성질은 선형탄성모드(linear elastic mode)를 가지는 것으로 고려 되었다.

실제 B형 승용차에 사용된 element 제원은 표 1과 같다.

Table1. Half model 의 제원

GRID	617
CBAR	128 ea
CQUAD 2	417 ca
CTRIA 2	267 ea
PBAR	29 ea
PQUAD 2	1 ea
PTRIA 2	1 ea
MAT 2	1 ea

3. 정적해석

정적해석의 목적은 일반적으로 사고시의 안전성과 부하시(jack-up 등) 야기되는 문제를 해결하면서 최적 설계조건을 얻는 데 있다.

본 연구의 수행과정은 다음과 같다.

① service loads에 대한 해석을 통하여 변형
된 형태와 등응력선 (Iso stress line)을 가시화

한다.

② 구조물의 discontinuity를 겹겹,

③ 구조물의 취약부분과 over design된 부분을
구별

④ 적절한 차체의 부품의 강성과 차량의 무게
감소에 대한 guideline 설정.

모델링의 편리를 위하여 설계도면상의 구역별로 mesh를 얻은 결과 각 모델의 종합은 산발적으로 분포된 stiffness matrix를 가짐으로써 매우 큰 bandwidth를 초래하였다. 동적 해석과는 달리 정적해석(작은 문제의 경우는 제외)에서는 소요시간의 대부분이 matrix generation과 equation solution에 주어진다. 그러므로 computer의 용량과 계산소요시간을 고려하여 볼 때 bandwidth를 줄이는 방안이 요구된다.

방안중의 하나는 Cuthill-McKee algorithm⁽⁷⁾ 또는 Gibbs-poole-Stockmeyer algorithm을 사용하여 grid number를 재 배열하여 bandwidth를 최소화하는 것이며 다른 방법은 substructure를 이용하는 것이다.

Substructuring은 모델의 부분적인 수정을 요하는 경우 또는 D.O.F가 10,000을 초과할 때는 매우 경제적이다. Substructuring은 기존의 program을 약간 수정하여 적용이 가능하므로 이를 고려^{(1), (2)} 적용방법에 대해 개략적으로 기술한다.

① Phase 1.

Displacement method를 이용한 유한요소 이론에서 기본적인 equilibrium equation은

$KU = P$ (2)로 주어진다.

프로그램상에서 눈 식(2)의 U 는 모든 grid point의 D.O.F 즉 U_g 가 된다. U_g 는 구속을 줌으로써 미결정된 자유도만 남는다. 구속되지 않은 자유도를 U_s 라 두면 식(2)는

$K_{ff} U_f = P_f$ (3) 가 된다.

하나의 구조물에 내부 경계조건을 봄으로써 몇 개의 substructure로 나눌 수 있다. 어떤 substructure에서 두개 또는 몇개의 substructure가 공유하는 경제의 자유도를 U_a 로 두고 나머지 자유도를 U_o 로 두면 식(3)은 다음식과 같이 된다.

$$\begin{pmatrix} K_{00} & K_{0a} \\ K_{a0} & K_{aa} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_0 \\ U_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_0 \\ P_a \end{pmatrix} \dots \dots \dots (4)$$

그러나 구조물의 각 절점(grid point)의 실제 자유도 값은 경계의 자유도를 고정하였을 경우의 자유도값 $U^{(a)}$ 와, 내부의 힘 P_0 의 작용이 없을 때 경계의 자유도 U_a 에 의해 유발되는 자유도 값 $U^{(s)}$ 의 합이 된다. 또한 힘 P 도 $P = P^{(a)} + P^{(s)}$ (5)로 나누어 진다. 그러므로 식(4)는 다음과 같이 나누어 진다.

$$\begin{Bmatrix} U_o^{(s)} \\ U_a^{(s)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_o^{(s)} \\ P_a^{(s)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} P_o^{(a)} \\ P_a^{(a)} \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

앞의 정의에 의해

U_a 에 상대적인 U_0 의 값을 얻기 위해 substructure의 경계의 자유도가 고정되어 있다고 두면 식(6)은 다음과 같이 된다.

식(7)과 식(8)에서

을 염는다.

또한 내부의 힘 $\{P_o^{(ai)}\}$ 가 작용할 때 $\{U_a^{(ai)}\}$ 를 zero vector 으로 유지시키는 힘은 식(8)과 식(9)에서

〈Pa^(a)〉 = [Kao] [Koo]⁻¹ {P_O^(a)}(10)
 쭉이진다.

Substructure의 경계의 구속조건을 들면 식(6)은 앞의 정의에 의해

$$\begin{pmatrix} \text{Koo} & \text{Koa} \\ \text{Kao} & \text{Kaa} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Uo}^{(B)} \\ \text{Ua}^{(B)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Po}^{(B)} \\ \text{Pa}^{(B)} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (11)$$

식(4)와 식(8)에 의해

$$\{Uo^{(B)}\} = [Koo]^{-1} \{Koa\} - \{Ua^{(B)}\} \dots\dots\dots(12)$$

$$\{U_{\alpha}^{(\beta)}\} = ([K_{aa}] - [K_{ao}] \quad [K_{oo}])^{-1} \{P_{\alpha}^{(\beta)}\}$$

여기서 $[K_a]$ 는 boundary stiffness matrix 를 나타낸다.

또한 식(10)에서

$$\{P_{\mathbf{B}}^{(\alpha)}\} = \{P_{\mathbf{a}}\} - \{P_{\mathbf{a}}^{(\alpha)}\} \\ = \{P_{\mathbf{a}}\} - [\text{Kao}] [\text{Koo}]^{-1} \{P_{\mathbf{o}}^{(\alpha)}\} \dots \dots \dots (14)$$

각 substructure 와 boundary stiffness matrix (K_a)와 $\{P_a\}$ vector는 Phase II 사용되므로 Partitioning vector 와 같이 file로서 저장되어져야 한다.

② Phase II.

Substructure의 경계만으로 이루어진 가상구조물(pseudo structure)를 구성한다. 각 substructure의 Phase I에서 구성되어진 boundary stiffness matrix(K_a)와 boundary load vector $\{P_a\}$ 으로 각 substructure의 공동경계의 구속이 풀어진 상태에서의 자유도값(식(13)에서의 $\{U_a^{(0)}\}$)을 구한다.

③ Phase III.

Phase II에서의 $\{U_{\alpha}^{(B)}\}$ 으로 식(12)의 $\{U_0^{(B)}\}$ 를 구한뒤 Phase I에서의 $\{U_0^{(B)}\}$ (식(9) 참조)를 이용 각 substructure마다 U_r (식(3) 참조)를 구한다.

④ Restart 기법

본 연구를 수행하는데 있어서 표2와 같이 여러 가지의 하중상태가 필요하였고 이에 따른 구속 조건들이 요구되었다. 반면 구조물의 강성은 나타내는 K-matrix (stiffness matrix)는 변하지 않는다. 일반적으로 정적해석에서는 K-matrix의 계산시간이 총계산시간의 많은 부분을 차지하므로 한번 계산된 K-matrix를 다른 하중조건과 구속조건에 재 사용하는 것이 필요하다. 이런 이유로 본 연구에서는 한번 계산된 K-matrix를 file로서 magnetic tape에 저장하여 두고 하중상태에 따라 식(2)에서의 U(constraint displacement vector only)와 P(하중 vector)를 변경하여 적용해석하였다.

Table2. 하중조건

SYMMETRIC BOUNDARY CONDITIONS

1. H-point beaming
3340 N vertical at B-pillar, deflection at B-pillar less than 0.102cm
2. Rear beaming
1110 N vertical at rear bumper, deflection at rear bumper less than 0.645cm
3. Front bumper
33400 N rearward at front bumper
4. 3g bump both front wheels
10030 N front wheel, 3800 N rear wheel
5. Rear bumper
31200 N forward at rear bumper
6. Roof loading
4450 N downward at top of A-pillar
7. Cowl leading
4450 N rearward at outside edge of cowl
8. 3g bump both rear wheels
3440 N front wheel, 11550 N rear wheel
9. 2g panic brake
9700 N rearward, 6140 N up at front wheel
4930 N rearward, 1180 N up at rear wheel

ASYMMETRIC BOUNDARY CONDITIONS

1. Torsional stiffness
1110 N vertical at rear wheel, deflection at rear wheel less than 0.165cm

COMBINED LOADING

1. 3g bump one front wheel
2. 3g bump one rear wheel

4. 해석 과정

일반적으로 하중조건에서는 사고시의 부하조건과 service load 등이 있다. 그러므로 안전성을 위하여 이런 하중들을 고려하여 승용차가 설계

되어야 한다. 외국의 메이커들은 많은 자료를 가지고 실험, 해석, 설계에 임하고 있으나 국내에서는 차체에 대한 기본 설계부터 시작하여 제작 설계까지 수행된 전례가 없으며 따라서 차체 설계에 대한 하중조건도 없는 실정이다. 이러한 이유로 차체의 강도에 대한 기준을 얻기 위한 방안으로서 본 연구에서는 Bennett⁽¹⁰⁾ 이 사용한 하중조건(표2)을 유한요소 모델에 적용하였다. 또한 그림 3은 본 연구에 사용된 프로그램들의 상호호환성을 나타낸다.

예로서 표 2에 사용된 하중조건 중에서 세가지 경우에 대한 해석결과를 다음에 나타낸다.

a) 3g-front wheel bumping

a) 하중조건과 구속조건

차량의 앞바퀴가 지표의 오목한 곳으로 낙하되었을 경우에 낙하의 충격에너지는 shock absorber 를 통해 차체에 전하여 진다. 이 경우에 차체에 전해지는 반력을 다음과 같은 방법으로 계산할 수 있다.

$$R = k\delta_2$$

$R = \int_0^{\delta_2} kd\delta$: 행정에 따라 스프링의 강성이

변하는 경우

k : shock absorber 및 타이어의 탄성계 수 (kg/mm)

δ_2 : shock absorber 및 타이어의 최대변위 (mm)

일반적으로 강도 계산에 차량 접지점의 낙차를 승용차인 경우에 앞바퀴에 100mm를 주어 구한다. 간단한 계산에서는 다음의 식과 같이 정적반력에 부하계수⁽¹¹⁾ ($n = 2.5$)를 대입하여 구한다.

$$R_s = \text{앞바퀴 반력} = \frac{b}{s} \cdot n \cdot W \cdot kg$$

$$R_r = \text{뒷바퀴 반력} = \frac{a}{s} \cdot W \cdot kg$$

이러한 계산으로 그림2와 같이 차체 중량의 3 배정도의 하중(즉 2g dynamic하중 + 1g static하중)을 가한다. Rigid body motion 으로 야기되는 singularity 를 피하기 위하여 하중을 적용할때는 앞쪽에 하중을 줄 경우에는 뒷 부분(rear shackle)을 고정하고, 뒷 부분에 하중을 줄

경우에는 앞쪽(shock absorber)을 고정하여 해석한 후 두 결과를 합하여 응력계산을 하였다. 또한 하중상태가 X-Y plane ($Z = 0$)에 대해 대칭이므로 대칭면상의 경계조건은 다음과 같이 구속하였다.

$$\theta_x(x\text{방향의 회전변위}) = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

4) H-point beaming

차체의 굽힘 강성(EI)를 구하는데 사용되는 방
법이다.⁽¹²⁾

하중주는 방법과 구속조건은 3G-bumping 시와 거의 같다

다) Roof loading

차체가 roll-over되었을 경우 승객의 안전상태를 알기 위해 해석한다.

H-point beaming과 구속조건이 동일하다.

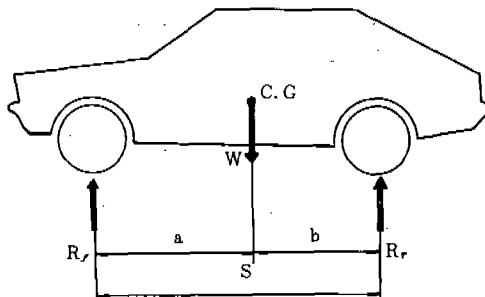


Fig. 2.

5. 결과(*) 및 고찰

본 연구에서 해석된 자동차 모델의 방대한 해석 결과를 일목요연하게 이해하고 검토하기 위하여 도식이 필요하였다. 본 연구에서는 해석에 사용된 Nastran 프로그램의 출력을 도식화하기 위하여 interactive pre-post processor를 개발하여 기존의 graphic package인 MÖVIE-BYU

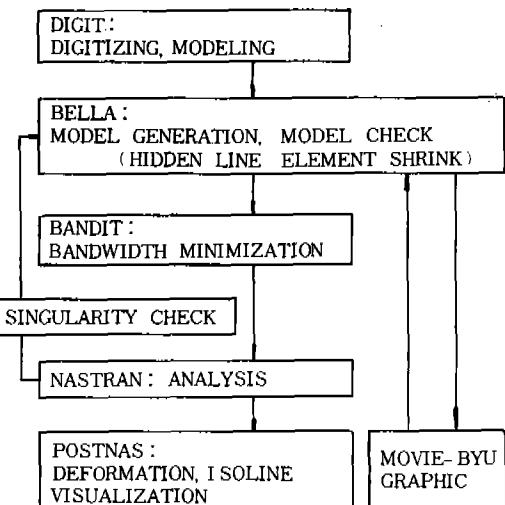


Fig. 3 계통도

(13) 와 연결시켜 사용하였다. 그 계통도는 그림 3에 보여진다. 그림 4는 본 연구에 사용된 유한 요소 모델을 나타낸다. 이 그림에서 보는 바와 같이 복잡하여 element connectivity를 검사하기가 어렵다. element connectivity를 검사하기 위하여 각 요소를 요소의 중심을 향하여 수축하게 하여 검사하였다(그림5참조). 그림 7~9는 각 하중조건에 따른 변형상태를 나타낸다. 그림 10~13은 그림에서 보여지는 하중상태에 따라 차체의 front부분, floor 부분, 뒷바퀴 윗부분, 그리고 지붕부분의 응력분포(구체적인 값 생략)를 나타낸다. 이런 응력분포는 강성을 위한 form을 넣거나 모양변경에 착조가 된다.

표 2의 여러가지 하중조건에 대한 자동차의 front side member와 rear side member에서 나타나는 bending moment 분포사양이 그림14~15에서 보여진다. Plane1과 Plane 2는 좌표계에 서 각기 Z-X면과 X-Y면을 나타낸다. 표 2의 하 중조건들은 차체에 사고시와 service load 시 가 해질 수 있는 하중들이므로 그림14~15는 설계 의 조건을 제시한다.

즉 member가 가져야 할 강성(EI)은 각 지점(A, B, C...)에 따라서 정해진다.

(*) 구체적인 해석값들은 모델의 회사로부터 허가받지 않은 사항이므로 생략한다.

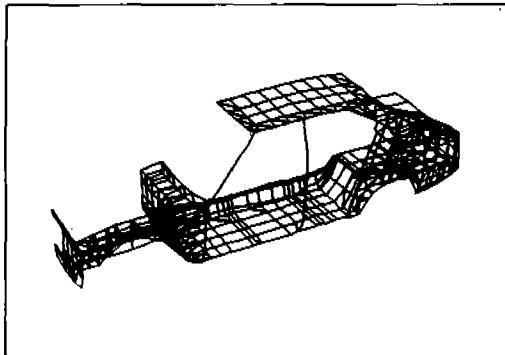


Fig. 4. Perspective view of geometric model
(Without hidden line removal)

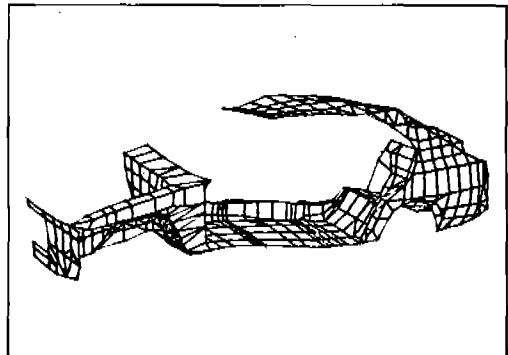


Fig. 7. Deformed shape
3G-Bump front wheels (Scale factor = 30)

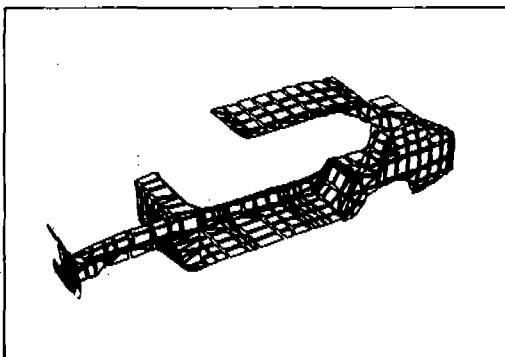


Fig. 5. Perspective view of geometric model
shrink factor = 0.2
Element connectivity checking.

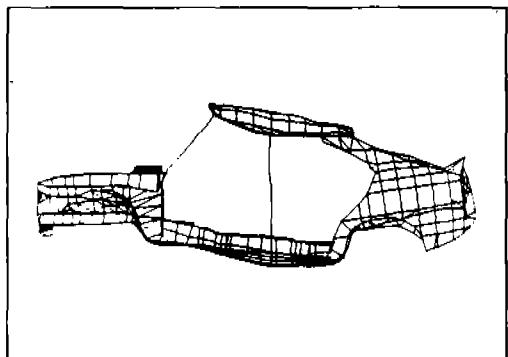


Fig. 8. Deformed shape (Side view)
H-Point beaming (Scale factor = 300)

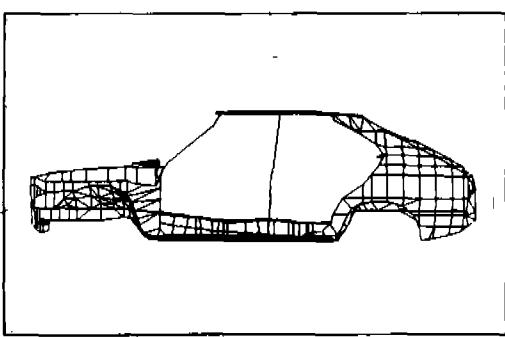


Fig. 6. Undeformed shape.

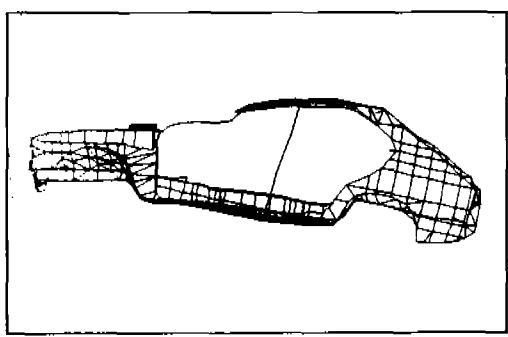


Fig. 9. Deformed shape (Side view)
Roof loading (Scale factor = 100)

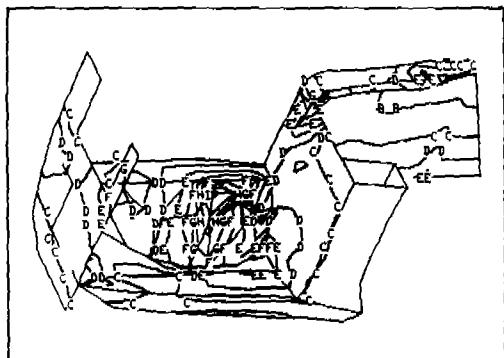


Fig. 10. Stress contour (Equi-Stress lines)
Roof loading (Front)
Range (0.001 to 3.0), Div. = 10.

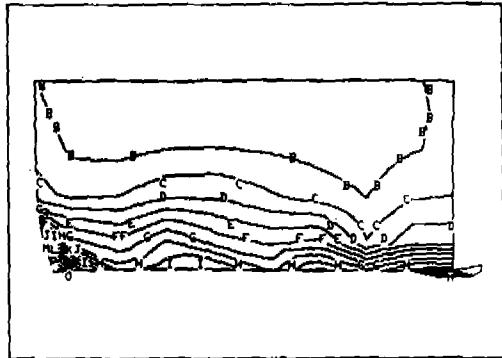


Fig. 13. Stress contour (Equi-Stress lines)
Roof loading (Roof)
Range (0.001 to 5.000), Div. = 16.

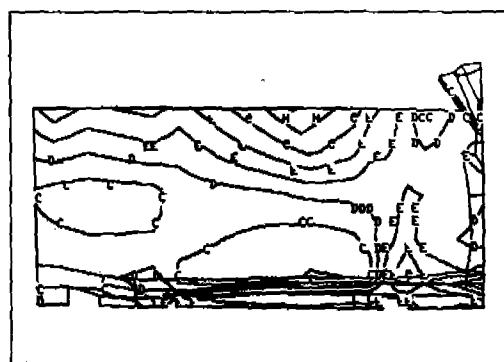


Fig. 11. Stress contour (Equi-Stress lines)
H-Point beaming (Floor)
Range (0.001 to 1.000), Div. = 10.

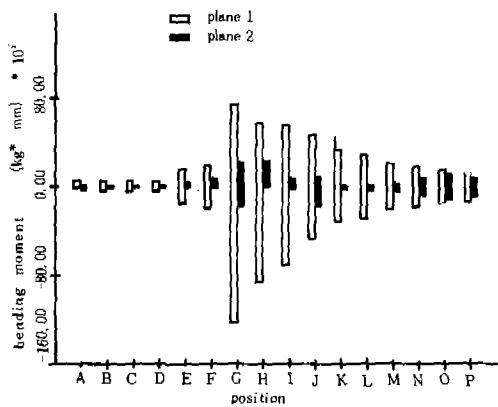


Fig. 14. Bending moment range in front side member

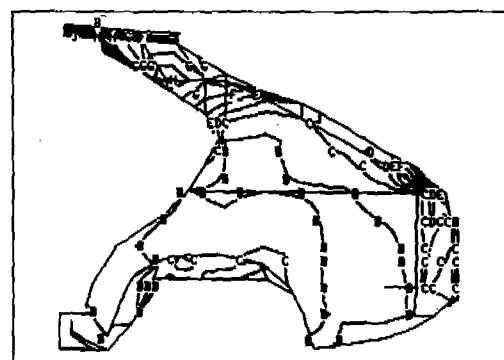


Fig. 12. Stress contour (Equi-stress lines)
3G-Bump front wheels
Range (0.1 to 15.0), Div. = 10.

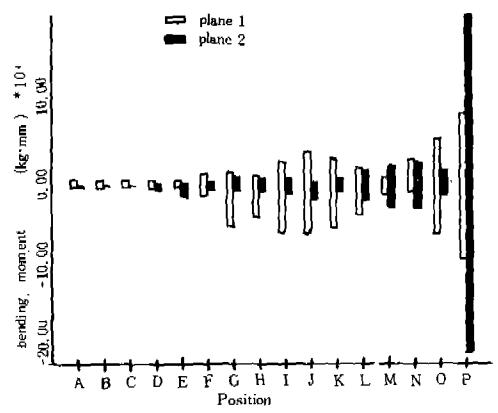


Fig. 15. Bending moment range in rear side member

6. 결 론

이상과 같은 해석에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

① Substructuring기법과 restart기법을 사용하여 많은 계산시간의 단축과 재모델이 용이하였다.

② 본 연구에서 사용된 하중조건에 대한 응력분포는 일반적으로 차체의 중앙부분(hand brake 뒷부분)과 뒷 창문 주위 그리고 pillar 와 plate 가 만나는 곳이 높게 나타났다.

③ Bending moment는 dash panel 부근에서 가장 큰 값을 가지며 실제의 자동차의 member 에서도 그 부분의 front side member의 단면적이 가장 크게 설계 되어 있음을 볼 수 있다.

④ 이번 연구중에 개발된 pre-processor인 Bella, Digit 를 사용하여 실제의 도면에서 modeling 그리고 data check이 가능하여 종래의 수작업에서 벗어나 노력과 시간이 절약되었다.

⑤ post-processor는 복잡한 3 차원의 응력상태를 일목요연하게 보여줌으로써 쉽게 취약한 부분과 over design된 부분을 파악함으로써 재설계에 유용하게 이용될 수 있음을 보여주며 설계에서 해석까지의 기간이 크게 단축될 수 있다.

앞에서 열거한 예들은 설계조건의 기준을 얻기 위하여 몇가지 하중상태에 대해 해석한 것이다. 이러한 F. E. M을 사용하는 해석이 실험의 필요성을 없애는 것은 아니나 좀더 정확한 하중 조건과 구속조건이 주어진다면 실제 실험치와 유사한 해석 값을 빠르고 쉽게 그리고 경제적으로 얻을 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. 염영하; “HD-1000 Model Truck 車體強度에 관한 研究”, 서울대학교 공과대학 생산기술연

구소(1977).

2. D. Kecman, J. Miles “Application of the Finite Element Method to the Door Intrusion and Roof Crush Analysis of a Passenger Car,” SAE 790990.
3. K. S. Skattum, J. F. Harris, L. J. Howell “Preliminary Vehicle Structural Design for Comparison with Quantitive Criteria,” SAE 750136.
4. R. A. Shryock, J. W. Klahs, D. A. Dieterich “System Modeling Techniques to Improve the Ride and Vibration Isolation Characteristics of Heavy Equipment,” SAE 770594.
5. W. R. Case and J. B. Mason, “The Constant Strain Triangular and Associated Quadrilateral,” Guidelines for Finite Element Idealization, ASCE.
6. R. D. Blevins, “Formulas for Natural Frequency and Mode Shape,” Van Nostrand 1979.
7. G. C. Everstine “Bandit User's Guide” COSMIC.
8. J. S. Przemieniecki, “Theory of Matrix Structural Analysis,” McGraw-Hill, 1968.
9. C. W. McCormick, “The Nastran User's Manual”, NASA, 1973.
10. J. A. Bennett, M. F. Nelson, “An Optimization Capability for Automotive Structures”, SAE 790972.
11. “自動車工學便覽 p. 4~35~36.” 自動車技術會編.
12. “MOVIE-BYU User's Manual,” 1981.