

< 論 文 >

表面波를 考慮할 때 地振中 댐에 作用하는 動的壓力

Effect of Surfaces Waves on Hydrodynamic Force on Dam during Earthquakes

林 振 秀*
Jin-soo Lim

Abstract

The problem of hydrodynamic pressure on dams during transient earthquake is treated by considering water as being incompressible. A time dependent Green's function is introduced which allows surface waves. The formula of the hydrodynamic pressure due to horizontal and vertical earthquake is derived which permits quantitative determination of the effect of surface waves. Finally, it is found that surface waves may be ignored when the depth of reservoir is large.

要 旨

물의 壓縮性을 무시했을 때, 地振中 댐에 作用하는 動的壓力 문제를 取扱하였다. 表面波까지를 나타내는 Green 함수를 導入하여 수평 및 수직 地振 加速度가 있을 때, 댐에 作用하는 動的압력을 나타내는 식을 구하였으며, 이를 이용하여 표면파의 영향을 定量的으로 豫測할 수 있었다. 또 댐이 깊을 때에는 표면파의 영향은 거의 무시할 만 하였다.

1. 序 論

地振에 依하여 댐에 作用하는 動的 壓力은 댐과 물의 相互作用을 考慮한다면 아주 복잡한 現狀이 된다. 이 現狀의 모델化 및 解釋上의 어려움 때문에 물과 댐의 舉動을 分離한 후 댐은 剛體라고 생각하고, 댐의 바닥 및 벽면이 지진에 의해서 주어지는 운동을 할 때 댐 벽면에 作用하는 힘을 계산하고 있다. 이점 외에도 일반적으로 아래 假定들—댐의 面은 수직이며 그 폭은 無限하고, 또 물은 上流方向으로 無限히 展開된다.

—물의 粘性 및 表面波의 영향은 無視할만하다. 을 取하고 있으며 Chopra,²⁾ Bustamante⁴⁾ 등은 이러한 문제를 周波數 領域에서 取扱하였다.

地振은 짧은 시간동안에 발생하여 그 스펙트럼은 넓은 周波數 범위에 퍼져 있다. 또 自由表面이 있음으로써 地振時 그 表面波는 댐에 作用하는 힘에 영향을 줄 수도 있다. 본 研究에서는 물을 非壓縮性이라 생각

하고 시간에 따라 변하는 Green 함수를 도입하여 時間 領域에서 문제에 접근하여, 自由表面表面波의 영향을 檢討하기로 한다.

2. 운동방정식

그림 (1)과 같이 上流方向으로 무한한 댐에서 물의 압축성, 점성 및 고체면과 물의 상호작용을 무시하면 미분방정식 (1), 경계조건 (2), (3) 및 초기조건 (4)를 얻는다.

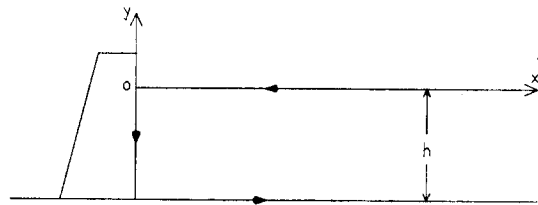


그림 1. 댐 및 좌표계

* 本學會 正會員 亞洲大學校 機械工學科 助教授 工博

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad 0 < x < \infty, \quad -h < y < 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\phi_{tt} + g\phi_y = 0 \quad y=0 \text{ (자유표면)} \dots\dots\dots (2)$$

$$\phi_n = v(t) \quad x=0 \text{ 또는 } y=-h \text{ (고체경계면)} \dots\dots (3)$$

$$\phi = \phi_t = 0 \quad t=0 \dots\dots\dots (4)$$

(3)식에서 $v(t)$ 는 고체 경계면의 면에 수직한 속도를 나타낸다. 즉 $x=0$ 에서의 $v(t)$ 는 地振의 수평속도이며 $y=-h$ 에서의 $v(t)$ 는 地振의 수직속도이다. (2)식은 表面波의 영향을 나타내며 자유표면의 수직변위는

$$z(t) = -\frac{1}{g} \phi_t(x, 0, t)$$

와 같이 주어진다. 한편 댐의 면에 작용하는 動壓力 (hydrodynamic pressure) $P(x, t)$ 와 動的인 힘 (hydrodynamic force) $F(t)$ 는

$$P(x, t) = -\rho \phi_t(0, y, t) \dots\dots\dots (6)$$

$$F(t) = \int_{-h}^0 \rho \phi_t(0, y, t) dy \dots\dots\dots (7)$$

로 표시된다.

3. Green의 함수에 의한 解

위 운동방정식의 解를 구하기 위하여 Finkelstein^{1,2)}이 提案한 Green의 함수 G 를 도입하였다.

$$G(x, y; t|\xi, \eta; \tau) = -\frac{1}{2\pi} \left[\ln \sqrt{\frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}{(x-\xi)^2 + (y+\eta)^2}} - 2 \int_0^\infty \frac{e^{-kh} \sinh ky \sinh k\eta \cos k(x-\xi) dk}{k \cosh kh} \right] + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\cosh k(y+h) \cos hk(\eta+h) [1 - \cos \nu(t-\tau)] \cos k(x-\xi) dk}{k \sinh kh \cosh kh} \dots\dots\dots (8)$$

(8)식에서 $\nu = \sqrt{gk \tanh kh}$ 이다. 위 Green의 함수는 아래 식들을 만족한다.

$$\nabla^2 G = \delta(x-\xi, y-\eta) \quad 0 < x < \infty, \quad -h < y < 0 \dots (9)$$

$$G_{tt} + gG_y = 0 \quad y=0 \dots\dots\dots (10)$$

$$G_y = 0 \quad y=-h \dots\dots\dots (11)$$

$$G = G_t = 0 \quad y=0, \quad t=\tau \dots\dots\dots (12)$$

한편 Green의 定理로부터

$$\int_D (\phi_t \nabla^2 G - G \nabla^2 \phi_t) d\xi d\eta = \int_{\partial D} (\phi_t G_n - \phi_{tn} G) ds \quad (13)$$

경계면 ∂D 위에 있는 점 (x, y) 에 대해서 (13)식을 적용하면

$$\phi_t(x, y, t) = 2 \int_{\partial D} (\phi_t G_n - \phi_{tn} G) ds \dots\dots\dots (14)$$

(14)식의 우변과 (13)식에서 $G \triangleq G(x, y; t|\xi, \eta; \tau)$, $\phi \triangleq \phi(\xi, \eta, t)$ 이다. (14)식을 t 에 대해서 적분하고 초기조건 (4)를 代入하면

$$\phi(x, y, \tau) = 2 \int_0^\tau dt \int_{\partial D}$$

$$\times [\phi_t(\xi, \eta, t) G_n(x, y; t|\xi, \eta; \tau) - \phi_{tn}(\xi, \eta, t) G(x, y; t|\xi, \eta; \tau)] ds \dots\dots\dots (15)$$

(14), (15)식의 ∂D 에 대한 적분 經路는 그림 (1)에 나타나 있다.

(15)식의 ∂D 에 대한 적분 중 자유표면 $\eta=0$ 에 대한 적분은 t 와 s 에 대한 적분순서를 바꾸고 $G_{tt}(x, y; t|\xi, 0; \tau) + gG_n(x, y; t|\xi, \eta; \tau) = 0$ 인 관계를 적용하면,

$$2 \int_0^\infty d\xi \int_0^\tau [\phi_t(\xi, 0, t) G_n(x, y; t|\xi, 0; \tau) - \phi_{tn}(\xi, 0; t) G(x, y; t|\xi, 0; \tau)] dt = -2 \int_0^\infty \left[\frac{1}{g} \phi_t(\xi, 0; t) G_t(x, y; t|\xi, 0; \tau) + \phi_n(\xi, 0, t) G(x, y; t|\xi, 0; \tau) \right] d\xi + 2 \int_0^\infty d\xi \int_0^\tau \left[\frac{1}{g} \phi_{tt}(\xi, 0, t) G_t(x, y; t|\xi, 0; \tau) + \phi_{tn}(\xi, 0; t) G_t(x, y; t|\xi, 0; \tau) \right] dt \dots\dots\dots (16)$$

한편 $G(x, y; t|\xi, 0; \tau) = G_t(x, y; t|\xi, 0; \tau) = 0$ 이므로 (16)식의 우변은 영이된다.³⁾ 따라서 $\partial D'$ 을 자유표면을 제외한 경계면(즉 고체 경계면)이라 할때 (15)식의 우변에서 ∂D 대신 $\partial D'$ 이라고 쓸 수 있다.

(15)식을 τ 에 대해서 미분하고 그 결과를 댐 수직면 위의 점 $(0, y)$ 에 적용하면

$$\phi_\tau(0, y, \tau) = 2 \int_{\partial D'} [\phi_n(\xi, \eta, \tau) G_n(0, y; \tau|\xi, \eta; \tau) - \phi_{tn}(\xi, \eta, \tau) G(0, y; \tau|\xi, \eta; \tau)] ds + 2 \int_0^\tau dt \int_{\partial D'} [\phi_t(\xi, \eta, t) G_n(0, y; t|\xi, \eta; \tau) - \phi_{tn}(\xi, \eta, t) G_t(0, y; t|\xi, \eta; \tau)] ds = -2a_H(\tau) \int_{-h}^0 G(0, y; \tau|0, \eta; \tau) d\eta - 2 \int_0^\tau a_H(t) dt \int_{-h}^0 G_t(0, y; t|0, \eta; \tau) d\eta + 2a_V(\tau) \int_0^\infty G(0, y; \tau|\xi, -h; \tau) d\xi + 2 \int_0^\tau a_V(t) \int_0^\infty G_t(0, y; t|\xi, -h; \tau) d\xi \quad (17)$$

여기에서 $a_H(t) = \phi_{tt}(0, \eta, t)$, $a_V(t) = \phi_{tn}(\xi, -h, t)$, $G_t(0, y; t|0, \eta; \tau) = 0$, $G_n(0, y; t|\xi, -h, \tau) = 0$ 인 관계들이 적용되었다.

4. 댐에 작용하는 힘

(17)식에 의하면 수평방향 지진 $a_H(t)$ 와 수직방향 지진 $a_V(t)$ 의 효과는 서로 분리되어서 나타난다. 수평방향 지진에 의하여 댐에 작용되는 動的인 힘을 F_H , 수직방향에 의한 힘을 F_V 라 하면 이들은 (7)과 (17)

식을 이용하면 구할 수 있다.

$$F_H(\tau) = 2\rho a_H(\tau) \int_{-h}^0 dy \int_{-h}^0 G(0, y; \tau | 0, \eta; \tau) d\eta + 2 \int_{-h}^0 dy \int_0^\tau a_H(t) dt \int_{-h}^0 G_\tau(0, y; t | 0, \eta; \tau) d\eta \dots (18)$$

$$F_V(\tau) = -2\rho a_V(\tau) \int_{-h}^0 dy \int_{-h}^0 G(0, y; \tau | \xi, -h; \tau) d\xi - 2\rho \int_{-h}^0 dy \int_0^\tau a_V(t) dt \int_0^\infty G_\tau(0, y; t | \xi, -h; \tau) d\xi \dots (19)$$

(18), (19)식을 정리하고, 댐에 작용하는 靜的인 힘 (hydrostatic force) $-\frac{1}{2}\rho gh^2$ 를 사용하여 無次元으로 표시하면.

$$F_H'(\tau) = \frac{4}{\pi g} \left\{ \sigma a_H(\tau) + \int_0^\tau a_H(t) f_H(t-\tau; h) dt \right\} \dots (20)$$

$$F_V'(\tau) = \frac{1}{g} a_V(\tau) - \frac{4}{\pi g} \int_0^\tau a_V(t) f_V(t-\tau; h) dt \dots (21)$$

위 식들에서 $F_H' = \frac{F_H}{-\frac{1}{2}\rho gh^2}$, $F_V' = \frac{F_V}{-\frac{1}{2}\rho gh^2}$ 이며,

$$\sigma = \ln 2 + \frac{1}{h^2} \int_0^\infty \frac{e^{-kh} (\cosh kh - 1)^2 dk}{k^3 \cosh kh} \dots (22)$$

$$f_H(t-\tau; h) = \frac{1}{h^2} \int_0^\infty \frac{\nu \tanh kh \sin\{\nu(t-\tau)\} dk}{k^3} \dots (23)$$

$$f_V(t-\tau; h) = \frac{1}{h^2} \int_0^\infty d\xi \int_0^\infty \frac{\nu \sin\{\nu(t-\tau)\} \cos k\xi dk}{k^2 \cosh kh} \dots (24)$$

이다. (22)식에서 σ 는 h 의 함수가 아니며 數値積分 결과 그 값은 $\sigma = 8.367$ 이었다. (20)과 (21)식 우변의 첫째 항은 表面波를 무시했을 때 댐에 작용하는 힘이다. 이들은 表面波의 영향을 무시하고 Fourier 변환을 이용하여 구한 Chopra²⁾의 결과와 일치한다.

즉, 그에 依하면 수평방향 지진의 경우 그 가속도에

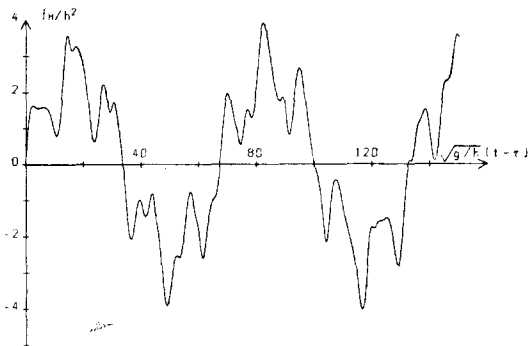


그림 2. $f_H(t-\tau; h)$

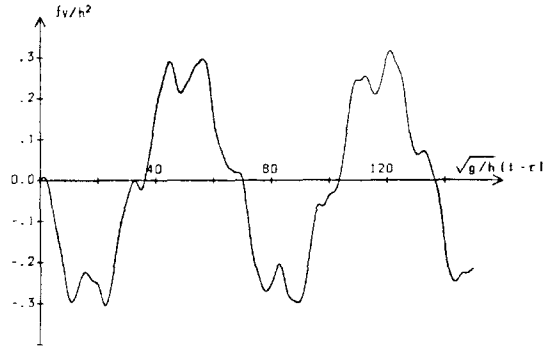


그림 3. $f_V(t-\tau; h)$

$\frac{4\sigma}{\pi g}$, 수직방향 지진의 경우 $\frac{1}{g}$ 을 곱해주면 댐에 작용하는 無次元화된 댐에 작용하는 힘이 된다. 그러나 (20)과 (21)식에는 右邊 두번째 항으로 표시되는 表面波의 영향이 추가되어 있다. f_H 와 f_V 를 無次元화한 f_H/h^2 와 f_V/h^2 를 수치적분으로 구한 결과가 그림 (2)와 (3)에 나타나 있다. 이때 σ, f_H, f_V 에 대한 적분은 Laguerre quadrature 공식 ($n=12$)을 사용하였다.

5. El Centro 地振에 의하여 댐에 작용되는 힘.

일반적으로 地振은 그 加速度로 기록되며 이를 (20), (21)식에 대입하면 댐에 작용되는 힘을 직접 구할 수 있다. 그림 (4)와 (5)는 1940년 미국 El Centro에서 발생한 地振의 南北성분과 수직성분 가속도를 나타내며, 이 地振 데이터를 사용하여 (20)과 (21)식을 수치적분하였다.

그림 (6)~(9)는 댐의 깊이가 10m, 100m일 때 F_H' 과 F_V' 을 나타낸다. 깊이가 100m보다 더 커지더라도 F_H' 과 F_V' 은 100m일 때와 거의 같은 값이 되었다. 그림 (10)과 (11)은 각각 무차원으로 표시된 (20)식 (21)

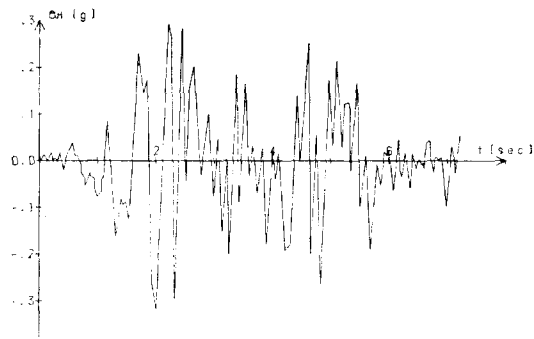


그림 4. El Centro 地振 남북 가속도

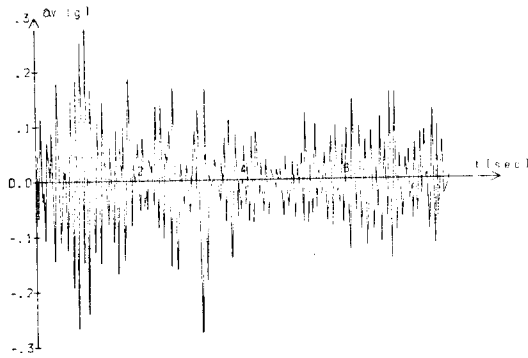


그림 5. El Centro 地振 수직 가속도

식 우변의 두번째 항, 즉 F_H' 과 F_V' 중 표면파에 의한 성분을 나타내고 있다. 이들 그림에서 나타나듯이 표면파의 영향은 깊이 h 가 적을수록 크다. $h=10m$ 일 때, 표면파에 의한 성분은 각각 F_H' 과 F_V' 최대치의 14%, 1.4% 정도이며 $h=100m$ 또는 그 이상의 경우 표면파의 영향은 거의 무시할만하다. 이 점은 h 가 클 때 표면파 높이의 h 에 대한 비가 작아지기 때문이라고 설명할 수 있을 것이다. 이러한 결과는 Chopra²⁾가 定性的으로 豫見했던 바와 일치한다.

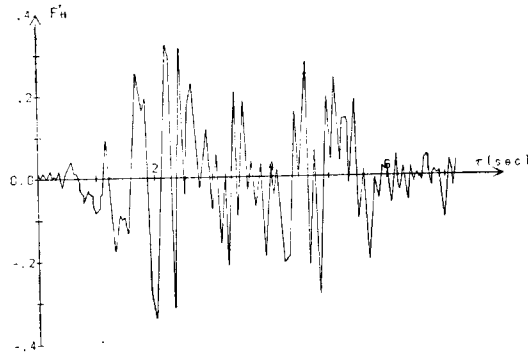


그림 6. $F_H'(h=10m)$

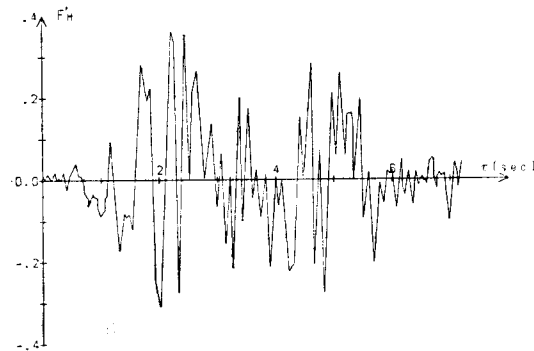


그림 7. $F_H'(h=100m)$

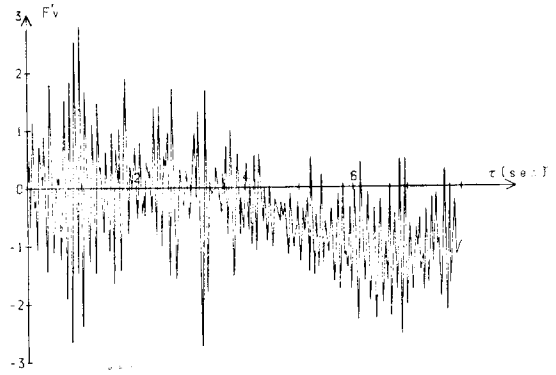


그림 8. $F_V'(h=10m)$

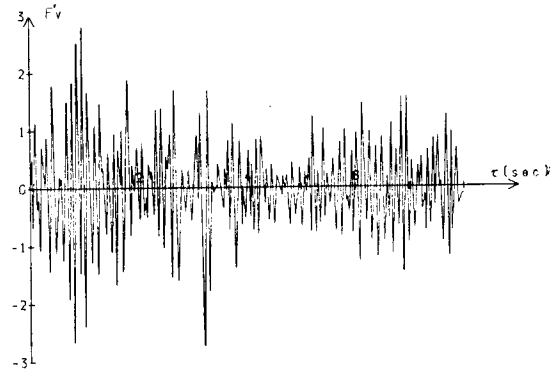


그림 9. $F_V'(h=100m)$

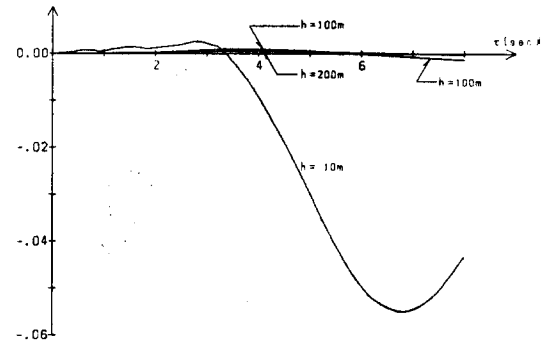


그림 10. F_H' 中 表面波에 의한 성분

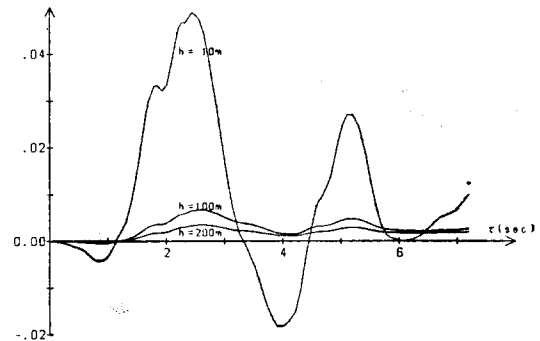


그림 11. F_V' 中 表面波에 의한 성분

6. 結 論

表面波를 考慮하였을 때 수평 및 수직방향 地振에 의하여 댐에 작용하는 힘을 時間領域에서 구하였으며 이는 (20), (21)식으로 표시된다. 이들 식에서 나타나듯이 表面波의 영향은 지진 가속도와 Convolution 형태로 나타나니 일반적인 지진에 대하여 그 영향을 말하기는 힘들다. 그러나 이들은 $1/h^2$ 에 비례하니 (23과 24식) 깊이 h 가 클수록 이의 영향은 작다. 이 경우 표면파의 높이/ h 가 작아지기 때문이라 말할 수 있다. El Centro 지진 기록을 적용하여 댐에 작용하는 힘을 구한 결과 $h=100m$ 이상일 때 표면파의 영향은 거의 무시할 만 하였다. 한편, 본 研究에서는 물의 壓縮성을 무시하였으나, 표면파는 壓縮성의 영향을 크게 받지 않는 점을 고려할 때 위와 같은 결론을 내릴 수 있을 것이다.

後 記

著者は 本 研究를 提案하고 많은 助言을 해 주신 亞州大學校의 鄭容權 教授님께 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

1. Finkelstein, A.B., "The Initial Value Problem for Transient Water Waves," Communication on Pure and Applied Mathematics, Vol.X, 511~522, 1957.
2. Chopra, A.K., "Hydraudynamic Pressure on Dams during Earthquakes," J. of Engineering Mechanics

Division, ASCE, December, 1967.

3. Bustamante, Jorge I. and Flores A., "Water Pressure on Dams Subjected to Earthquakes," J. of the Engineering Mechanics Division, ASCE, October, 1966.
4. Stoker, J.J., "Water Waves," Interscience Publishers, Inc., New York, 1957, pp.194~195.
5. Chung, Y.K., "A Time-Dependent Green Function and Sway Added Mass of a Rectangular Cylinder at Zero Frequency," J. of Ship Research. Vol.26, No.4, pp.254~260.

부 호

- a_H, a_V ; 固體境界面の 수평 및 수직가속도
- D ; 물로 채워진 領域
- ∂D ; D 의 境界面(고체경계면+자유표면)
- $\partial D'$; 고체경계면
- F_H', F_V ; 地振의 수평 및 수직성분에 의하여 댐에 작용하는 힘
- g ; 중력가속도
- h ; 댐의 깊이
- 下添字 n ; $\frac{\partial}{\partial n}$, 境界面에서 이에 수직인 방향으로 取한 導函數
- 下添字, x, y, t ; $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial t}$
- δ ; 델타 함수
- ϕ ; 속도 퍼텐셜
- ρ ; 물의 밀도