

# 穿孔法에 의한 殘留應力 測定方法의 改善에 관한 研究

王 之 錫\* · 金 東 哲\*\*

A Study on the Modified Hole-drilling Method for Determining Residual Stresses

Wang Jee Seok · Kim Dong Chul

## Abstract

In general, for measuring residual stresses in plane stress state, two principal stresses  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  and their directions  $\theta$ , should be determined. Naturally, for deciding three unknowns  $-\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\theta$ —three informations are necessary and therefore three strain gages are required for determining residual stresses at one point.

In this paper, we tried to measure the residual stresses of one point with only two strain gages by drilling twice the hole of different diameters at that point and by detecting relaxation strains for each hole-drilling. We present also the formulas for determining the residual stresses from relaxation strains detected by strain gages in each hole-drilling.

We carried out experiment, determining principal stresses and their directions of specimens applied specified uniform stress, and compared experimental results with the values calculated by formulas presented in this paper. The values calculated by formulas presented in this paper are always a little greater than the experimental results.

## 1. 序 論

穿孔法(hole-drilling method)에 의한 殘留應力의 測定은 測定하고자 하는 個所에 스트레인 게이지(strain gage)를 붙여 놓고 구멍을 뚫어 구멍 周圍의 解放스트레인(relaxation strain)을, 붙여진 스트레인게이지로 檢出하여 殘留應力으로 換算하는 方法인데 比較的 적은 施設로써 손쉽게 操作할 수 있기 때문에 많은 사람들에 의하여 研究되었고<sup>1), 2), 3), 4), 5)</sup> 오늘날 널리 利用

되고 있다. 이 方法에 의한 殘留應力의 測定은 表面應力으로 表面에 垂直한 方向의 應力( $\sigma_z$ )은 零이 되고 表面應力의 主應力  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ 와 主應力의 方向  $\theta$ 를 測定하게 된다. 그런데 2個의 主應력과 主應力の 方向, 포함 3個의 未知數를 決定하는 데는 3個의 式이 必要하고 따라서 一點의 應力을 測定하는 데 3個의 스트레인게이지를 붙여야 한다. 勿論 스트레인로세트(strain rosette)를 쓸 경우에는 3葉짜리 로세트를 써야 한다.

本 研究에서는 直徑이 다른 구멍을 같은 자리에 두번 뚫음으로써 스트레인게이지를 2個만 붙

\*正會員, 韓國海洋大學.

\*\*正會員, 少年의 집工業專門大學.

이코도 3개의 未知數  $\sigma_1, \sigma_2, \theta$ 를 求하는 方法을 提示하고 이를 實驗에 의하여 立證하였다. 實驗은 自作한 引張機에 試片을 걸어 놓고 一定한 應力을 加하고, 이 試片의 應力을 本 研究에서 提示한 方法으로 測定하여 加해준 應力과 比較하였다.

### 2. 穿孔法에 의한 殘留應力の 測定

穿孔法에 의한 殘留應力の 測定은 殘留應力을 測定하고자 하는 個所에 一定直徑의 구멍을 뚫고 구멍周圍의 解放스트레인을 스트레인게이지로 檢出하여 應力으로 換算하는 方法으로 다음에 이를 紹介한다. 1), 2), 3), 4)

스트레인게이지로 檢出할 수 있는 解放스트레인은 半徑方向 解放스트레인과 圓周方向 解放스트레인이 있는데 이 中 圓周方向 解放스트레인은 殘留應力測定에 適合하지 않음이 證明되었으므로 5) 半徑方向의 解放스트레인으로 殘留應力을 測定한다

Fig. 1에 보이는 바와 같이, 殘留應力을 測定하고자 하는 點 0의 主應力을  $\sigma_1, \sigma_2$ 라 하고,  $\sigma_1$ 의 方向과 反時計方向으로  $\varphi$ 의 角度를 이루는 方向으로 測定點 0에서  $r_1$ 의 거리에 길이  $l$ 인 스트레인게이지를 半徑方向으로 붙여 놓고 測定點 0에 半徑  $a$ 인 구멍을 뚫었을 때 스트레인게이지에 檢出될 解放스트레인  $i$ 는 다음 式과 같다.

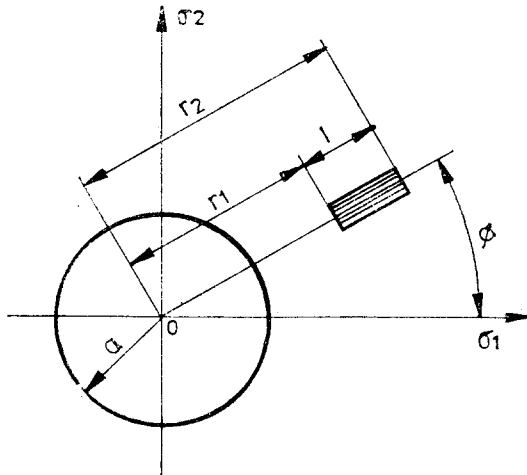


Fig. 1. Relative situation of strain gage for measuring relaxation strain in direction  $\varphi$ .

$$i = \frac{A}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B}{E}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\varphi \quad (1)$$

여기서

$$A = -\frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{a^2}{r_1 r_2}$$

$$B = \frac{2a^2}{r_1 r_2} \left( -1 + \frac{1+\nu}{4} a^2 \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1^2 r_2^2} \right)$$

$\nu$ : 포아송比                       $a$ : 구멍의 半徑

$E$ : 彈性係數

$$r_2 = r_1 + l$$

測定點 0의 應力解析을 爲해 2개의 主應力  $\sigma_1, \sigma_2$ 와 主應力의 方向, 도합 3개의 未知數를 求하려면 3개의 스트레인게이지를 測定點 周圍에 붙여 놓고 測定點 0에 구멍을 뚫어 各各의 스트레인게이지로부터 檢出된 解放스트레인을 式(1)에 代入하여 3개의 式을 만들고 이것을 聯立시켜 풀면 3개의 未知數(2개의 主應力과 主應力의 方向)를 求할 수 있는데 이를 보이던 다음과 같다

Fig. 2에 보이는 바와 같이 1번 스트레인게이지의 方向이  $\sigma_1$ 의 方向과 反時計方向으로 이루는 角을  $\theta$  ( $-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ )라 하고, 2번 스트레인게이지의 方向이 1번 스트레인게이지의 方向으로부터 反時計方向으로 이루는 角度를  $\alpha_1$ , 3번 스트레인게이지의 方向이 1번 스트레인게이지의 方向과 反時計方向으로 이루는 角度를  $\alpha_2$ 라 하고, 測定點 0에 半徑  $a$ 의 구멍을 뚫을 때 1번 스트레인게이지에 檢出될 解放스트레인  $i_1$ 은 式(1)에서  $\varphi = \theta$ 를 代入하면 되고, 2번 및 3번 스트레인게이지에 檢出될 解放스트레인  $i_2$  및  $i_3$ 는 式(1)에서  $\varphi = \theta + \alpha_1$  및  $\varphi = \theta + \alpha_2$ 를 各各 代入

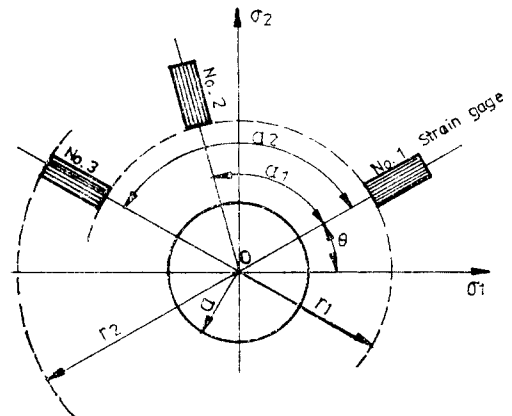


Fig. 2. Arrangement of strain gages for measuring stresses at point 0(3-gage method.)

하면 된다.

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{A}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B}{E}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\theta \\ i_2 &= \frac{A}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B}{E}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos(2\theta + 2\alpha_1) \\ i_3 &= \frac{A}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B}{E}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos(2\theta + 2\alpha_2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式 (2)를 聯立시켜 풀면  $\sigma_1, \sigma_2, \theta$ 를 求할 수 있다.

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{(i_1 - i_3)\cos 2\alpha_1 + (i_2 - i_1)\cos 2\alpha_2 + (i_3 - i_2)}{(i_1 - i_3)\sin 2\alpha_1 + (i_2 - i_1)\sin 2\alpha_2} \right\} \quad (3)$$

$$-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$$

式 (3)에서 主應力의 方向  $\theta$ 는 어떠한 境遇이든지 唯一하게 決定된다. 主應力  $\sigma_1, \sigma_2$ 를 求하면 다음과 같다.

$$\sigma_1 = \frac{EBi_1(\cos 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_1 \tan 2\theta) - EBi_2 + AE(i_2 - i_1)\sec 2\theta}{2AB(\cos 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_1 \tan 2\theta - 1)} \quad (4)$$

$$\sigma_2 = \frac{EBi_1(\cos 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_1 \tan 2\theta) - EBi_2 - AE(i_2 - i_1)\sec 2\theta}{2AB(\cos 2\alpha_1 - \sin 2\alpha_1 \tan 2\theta - 1)} \quad (5)$$

여기서 한가지 注意할 點은  $\alpha_1, \alpha_2$ 가 다 같이  $n \times 90^\circ$  ( $n$ 는 整數)가 되어서는 안 된다. 왜냐하면 式 (3)에서 알 수 있는 바와 같이  $\alpha_1, \alpha_2$ 가 다 같이  $n \times 90^\circ$ 가 되면  $\theta$ 를 決定할 수 없기 때문이다(不能). 만약  $i_1 = i_2 = i_3 = i$ 이면 式 (3)의 大괄호 안이 不定이 되고  $\theta$ 는 無數히 많게 된다. 即 모든 方向이 主應力 方向이 되고 이때의 主應力은 다음과 같다.

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{Ei}{2A} \quad (6)$$

特別히  $\alpha_1 = 45^\circ, \alpha_2 = 90^\circ$ 이면 Fig. 3(a)에 보

이는 바와 같은 스트레인 로세트(strain rosette)가 되고, 이 때의  $\theta, \sigma_1, \sigma_2$ 는 다음과 같다.

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{i_1 + i_3 - 2i_2}{i_1 - i_3} \quad (7)$$

$$-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$$

$$\sigma_1 = \frac{EBi_1 \tan 2\theta + EBi_2 - AE(i_2 - i_1)\sec 2\theta}{2AB(1 + \tan 2\theta)} \quad (8)$$

$$\sigma_2 = \frac{EBi_1 \tan 2\theta + EBi_2 + AE(i_2 - i_1)\sec 2\theta}{2AB(1 + \tan 2\theta)} \quad (9)$$

또한 Fig. 3(b)에 보이는 바와 같은 스트레인

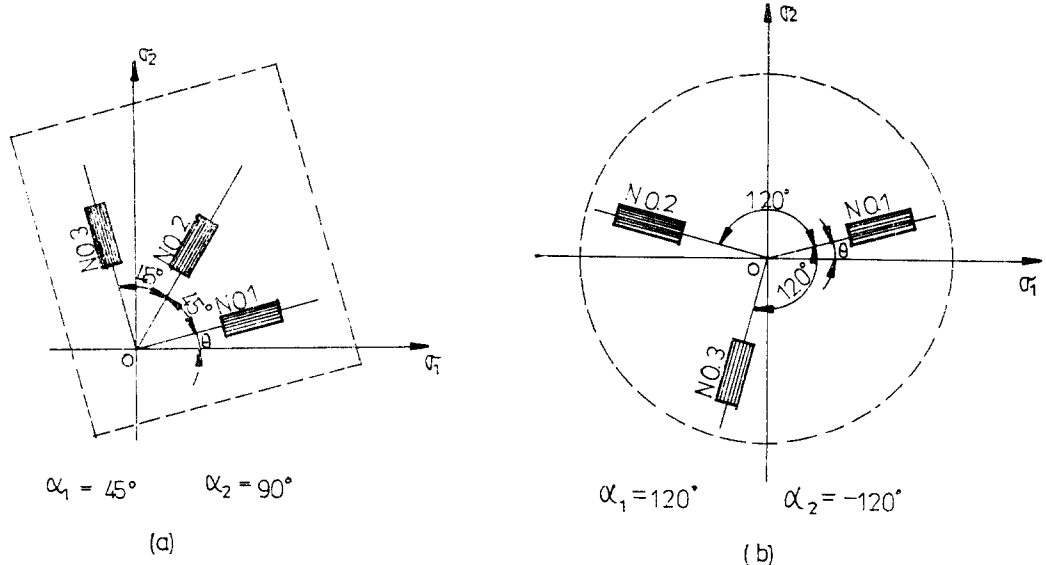


Fig. 3. Strain rosettes.

로세트에서는  $\alpha_1=120^\circ$ ,  $\alpha_2=-120^\circ$ 가 되며, 이 때의  $\theta$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ 는 다음과 같다.

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}(i_2 - i_3)}{(2i_1 - i_2 - i_3)} \quad (10)$$

$$-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$$

$$\sigma_1 = \frac{EBi_1(\sqrt{3} \tan 2\theta - 1) - 2EBi_2 + 2AE(i_2 - i_1)\sec 2\theta}{2AB(\sqrt{3} \tan 2\theta - 3)} \quad (11)$$

$$\sigma_2 = \frac{EBi_1(\sqrt{3} \tan 2\theta - 1) - 2EBi_2 - 2AE(i_2 - i_1)\sec 2\theta}{2AB(\sqrt{3} \tan 2\theta - 3)} \quad (12)$$

### 3. 孔徑의 變化를 利用한 殘留應力의 測定

앞에서 보인 바와 같이 殘留應力의 測定에 있어서 2個의 主應力  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ 와  $\sigma_1$ 의 方向을 決定하는 角度  $\theta$ , 即 3個의 未知數를 求하기 위해서는 3個의 스트레인게이지가 必要하였다. 그러나 本 研究에서는 2個의 스트레인게이지만 가지고 3個의 未知數  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\theta$ 를 求할 수 있는데 이를 보이면 다음과 같다.

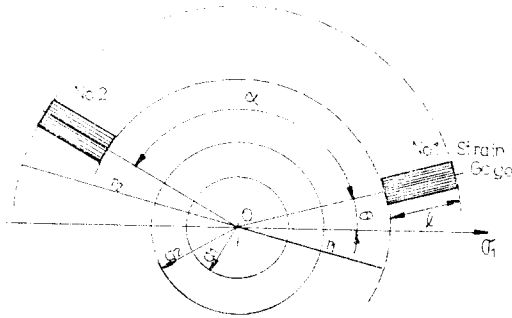


Fig. 4. Arrangement of strain gages for measuring stresses at point O (2-gage method.)

Fig. 4에 보이는 바와 같이 1번 스트레인게이지의 方向이  $\sigma_1$ 의 方向과 反時計方向으로 이루는 角을  $\theta$  ( $-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ )라 하고, 2번 스트레인게이지의 方向이 1번 스트레인게이지의 方向과 反時計方向으로 이루는 角을  $\alpha$ 라 하고, 測定點 O에 半徑  $a_1$ 인 孔徑을 鑿았을 때 1번 및 2번 스트레인게이지에 檢出될 解放스트레인  $i_1$  및  $i_2$ 는 式 (1)에  $\varphi=\theta$  및  $\varphi=\theta+\alpha$ 를 代入함으로써 다음과 같이 된다.

$$i_1 = \frac{A_1}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B_1}{E}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\theta \quad (13)$$

$$i_2 = \frac{A_1}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B_1}{E}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos(2\theta + 2\alpha) \quad (14)$$

여기서

$$A_1 = -\frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{a_1^2}{r_1 r_2}$$

$$B_1 = \frac{2a_1^2}{r_1 r_2} \left[ -1 + \frac{1+\nu}{4} a_1^2 \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1^2 r_2^2} \right]$$

또한 測定點 O를 中心으로 半徑  $a_2$  ( $a_2 > a_1$ )인 孔徑을 鑿았을 때 1번 및 2번 스트레인게이지에 檢出될 解放스트레인  $i_3$  및  $i_4$ 는 다음과 같이 된다.

$$i_3 = \frac{A_2}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B_2}{E}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos 2\theta \quad (15)$$

$$i_4 = \frac{A_2}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{B_2}{E}(\sigma_1 - \sigma_2)\cos(2\theta + 2\alpha) \quad (16)$$

여기서

$$A_2 = -\frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{a_2^2}{r_1 r_2}$$

$$B_2 = \frac{2a_2^2}{r_1 r_2} \left[ -1 + \frac{1+\nu}{4} a_2^2 \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1^2 r_2^2} \right]$$

그리고  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $i_4$  사이에는 다음과 같은 關係가 成立한다.

$$\frac{i_1 - i_2}{i_3 - i_4} = \frac{B_1}{B_2} \quad (17)$$

式 (13), (14), (15), (16)의 4個中 任意로 3個를 取하여 이를 聯立시켜 풀면  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  및  $\theta$ 를 求할 수 있는데 4式中 어떻게 3個를 取하든 結果는 마찬가지이다. 여기서는 式 (13), (14), (15)를 取하여 이들을 聯立시켜  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\theta$ 를 求하면 다음과 같다.

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[ \cot 2\alpha \frac{A_1 B_2 (i_2 - i_1) + B_1 (A_1 i_3 - A_2 i_2)}{B_1 (A_1 i_3 - A_2 i_1) \sin 2\alpha} \right] \quad (18)$$

$$-45^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$$

$$\sigma_1 = \frac{E(i_1 B_2 - i_3 B_1) + E(A_1 i_3 - A_2 i_1) \sec 2\theta}{2(A_1 B_2 - A_2 B_1)} \quad (19)$$

$$\sigma_2 = \frac{E(i_1 B_2 - i_3 B_1) - E(A_1 i_3 - A_2 i_1) \sec 2\theta}{2(A_1 B_2 - A_2 B_1)} \quad (20)$$

여기서  $\alpha$ 는  $n \times 90^\circ$  ( $n$ 는 整數)가 되어서는 안 된다. 왜냐하면  $\alpha$ 가  $n \times 90^\circ$ 가 되면 式 (18)에서 보는 바와 같이  $\theta$ 를 定할 수가 없기 때문이다.

#### 4. 實驗方法

本 研究의 實驗은 軟鋼板(SS 41)에 一定한 應力을 加하고 이 軟鋼板의 應力을 孔徑의 變化를 利用한 殘留應力의 測定方法으로 測定하여 實際 加하여 준 應力과 比較하였다.

Fig. 5는 試片의 形象과 尺寸 및 스트레인게이지의 配置들을 나타낸다. 使用된 스트레인게이지의 長이는 2mm이고, 應力測定點에서 4.5

mm 되는 곳에 半徑方向으로 붙였다. 또한 1번 스트레인게이지와 2번 스트레인게이지와의 角度  $\alpha$ 는  $135^\circ$ 로 하였다. 여기에 쓰인 스트레인게이지는 SAN-EI社 製品인 N11-FA-2-120을 썼다.

實驗에 使用한 試驗機는 本 研究室에서 考案 製作한 引張機로서 이것의 概略圖 및 外觀을 Fig. 6과 Fig. 7에 보인다. 척(chuck)에 Fig. 5의 試片을 攏리고 핸들(handle)을 돌리면 이 運動이 2쌍의 worm 및 worm gear(worm and worm gear)를 통하여 2개의 암나사에 傳達된다. 2개의 암나사가 돌아가면 이와 맞물린 2개의 리드스크류(lead screw)를 당겨 試片에 引張應力을 加하게 된다. 引張應力은 丸棒(specific bar for measuring tensile force)의 表面에 스트레인게이지를 붙여 測定하였다. 이렇게 하여 試片에 一定한 單純引張應力  $\sigma_1$ 을 加하여 놓고, 半徑

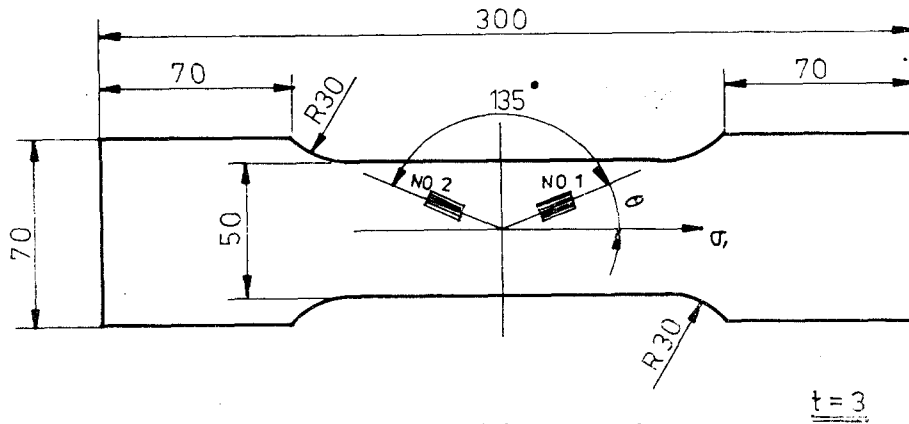


Fig. 5. Configuration and dimensions of specimens.

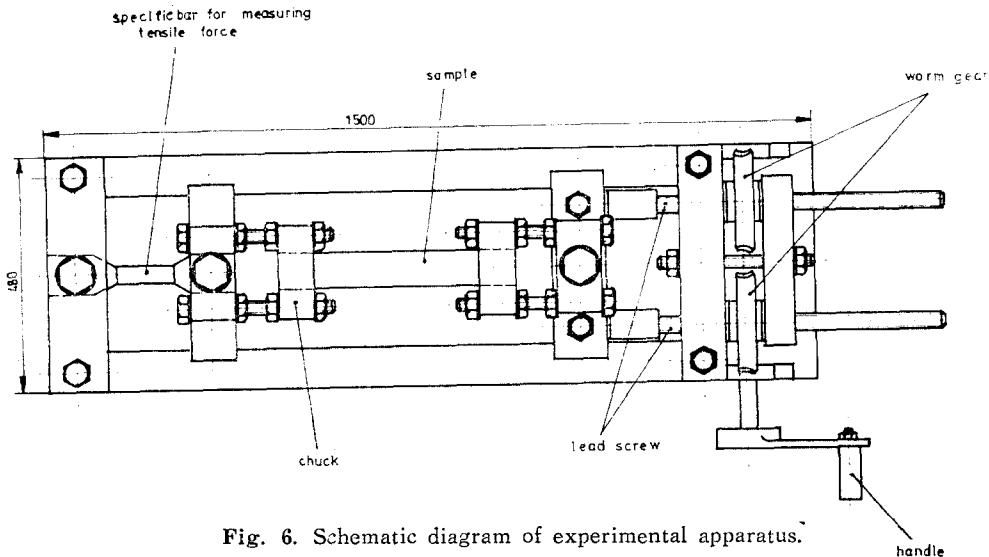


Fig. 6. Schematic diagram of experimental apparatus.

$a_1$ 이 1.5mm인 구멍을 뚫어 1번 및 2번 스트레인게이지에 檢出된 解放스트레인  $i_1$  및  $i_2$ 를 스트레인미터(TOYO社 製品, MD-6E-F)로 測定하고, 다음에 半徑  $a_2$ 가 3mm인 구멍을 뚫고 1번 및 2번 스트레인게이지에 檢出된 解放스트레인  $i_3$  및  $i_4$ 를 測定하였다.

5. 實驗結果 및 考察

Table I은 引張機에 의해서 加해준 應力  $\sigma_1$ ,

Table I. Measured Relaxation Strains in  $\mu s$ (Micro-strain)

[ $a_1=1.5\text{mm}$ ,  $a_2=3\text{mm}$ ,  $r_1=4.5\text{mm}$ ,  $r_2=6.5\text{mm}$ ,  $\alpha=135^\circ$ ,  $\nu=0.28$ ,  $E=21,000\text{kg/mm}^2$ ]

Sample No.	Given Stresses(kg/mm <sup>2</sup> ) and Angles(Degree)			Measured Relaxation Strains in $\mu s$ (Micro-strain)			
	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\theta$	$i_1$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
1	5	0	-20	-38	10	-126	19
2	5	0	5	-46	-18	-156	-66
3	5	0	15	-42	-29	-136	-100
4	8	0	-20	-62	16	-204	30
5	8	0	5	-74	-29	-240	-106
6	8	0	15	-67	-47	-222	-160
7	12	0	-20	-94	25	-310	45
8	12	0	5	-112	-44	-365	-160
9	12	0	15	-102	-71	-335	-245
10	18	0	-20	-145	38	-475	69
11	18	0	5	-172	-67	-560	-245
12	18	0	15	-156	-110	-510	-370
13	25	0	-20	-205	54	-670	99
14	25	0	5	-245	-95	-790	-350
15	25	0	15	-220	-155	-730	-530

$\sigma_2$ ( $\sigma_2$ 는 항상 零) 및 1번 스트레인게이지와 이루는 角度  $\theta$ 에 대해서 測定된 解放스트레인  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ ,  $i_4$ 를 나타낸다.

Table I에서 보인 測定된 解放 스트레인  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$ 를 式 (18), (19), (20)에 代入하여 主應力  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  및  $\theta$ 를 計算하면 Table II와 같으며, 또한 Table II에는 相對誤差도 함께 나타내었다. 이 表에서 보이는 바와 같이 應력이 크면 클수록 誤差도 커진다는 것을 알 수 있고 또, 測定된 應力은 實際應力보다 一般的으로 크게

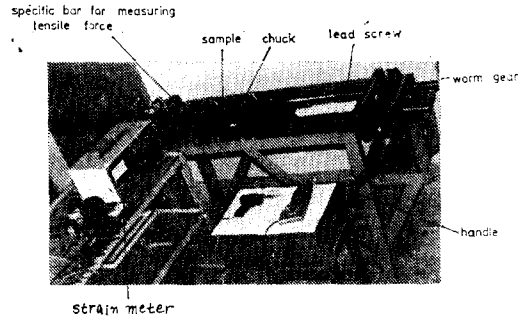


Fig. 7. General view of experimental apparatus.

나타남을 알 수 있다.

6. 結 論

一定 直徑의 구멍을 뚫으므로 인한 應力場의 解放스트레인을 理論的으로 解析하고 實驗한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 穿孔法에 의한 殘留應力の 測定에 있어서 같은 자리에 直徑이 다른 구멍을 2번 뚫음으로써 스트레인게이지를 2個만 붙이고도 主應力과

Table II. Calculated Stresses and Angle from Measured Relaxation Strains

Sample No.	Calculated Stress(kg/mm <sup>2</sup> ) and Angles(Degree)			Relative Error of $\sigma_1$ (%)	Relative Error of $\theta$ (%)
	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\theta$		
1	5.100	0.064	-20.24	2.0	1.2
2	5.131	0.047	4.911	2.6	-1.78
3	4.90	-0.579	15.31	-2.0	2.1
4	7.987	-0.23	-18.98	-0.16	-5.1
5	8.089	-0.314	5.466	1.11	9.32
6	8.408	0.6295	14.70	5.1	-2
7	12.29	-0.2285	-19.51	2.42	-2.45
8	12.47	0.048	5.03	3.92	0.6
9	12.45	0.049	14.92	3.75	-0.53
10	18.29	-1.046	-18.43	1.6	-7.85
11	19.07	-0.079	5.001	5.94	0.02
12	18.83	-0.714	15.37	4.6	2.47
13	25.56	-1.84	-18.13	2.24	-9.35
14	26.19	-2.4	5.86	4.76	17.2
15	27.75	2.37	14.73	11.0	-1.8

主應力의 方向을 모두 求할 수 있다.

(2) 이 方法에 의한 殘留應力의 測定値는 一般의 實際 應力值보다 약간 크게 測定되었 으며, 그 誤差는 應力이 클수록 컸다.

(3) 좀더 精密度 높은 殘留應力測定을 위한 諸測定條件 即, 스트레인게이지의 相互位置, 구멍의 直徑 等은 앞으로 더 研究되어야 할 課題 이다.

參 考 文 獻

1) A. Chabenat et R. Martin, "La mesure des contraintes contraintes résiduelles", Les mémoires techniques du CETIM N° 24, 1978.  
 2) Osamu Doi and Kouichi Kataoka, "Measurement of Principal Residual Stresses in Orthotropic Plate when Their Directions

are Unknown", Bulletin of the JSME, Vol. 16, No. 102, Dec., 1973.

3) H. V. Cordiano and V. L. Salerno, "Study of Residual Stress in Linearly Varying Biaxial Stress Fields", Experimental Mechanics, Jan., 1969.  
 4) B. R. Lake, F. J. Appl and C. W. Bert, "An Investigation of the Hole-drilling Techique for Measuring Planar Residual Stress in Rectangularly Orthotropic Materials", Experimental Mechanics, June, 1970.  
 5) A. M. Nawwar, K. McLachlan and J. Shewchuck, "A Modified Hole-drilling Technique for Determining Residual Stresses in Thin Plates", Experimental Mechanics, June, 1976.