

論 文

大韓造船學會誌
第20卷 第2號 1983年 6月
Journal of the Society of
Naval Architects of Korea
Vol. 20, No. 2, June 1983

傾斜진 補剛材가 붙은 平板의 強度解析

任 尙 鍊* · 張 昌 斗* · 林 采 煥**

Strength Analysis of Plates with Inclined Stiffeners

by

S.J. Yim*, C.D. Jang*, C.W. Rim**

Abstract

Stiffened plates, mostly used in the major part of ship and airplane structures, have been studied by various way—theoretical and experimental. In case of the fore and aft parts of the parallel middle body of ship structure, the stiffeners are not right-angled to the plate but acute angled. This paper presents the analysis of plates having inclined stiffeners by Finite Strip Method. The results of calculation show the influence of inclined angle which is less than 10° is ignorable.

It is recommended that, when the inclined angle is over 20° , the section modulus of stiffener should be increased.

1. 緒 言

補剛板構造는 船舶, 항공기 및 土木構造物 등에서 빈번히 쓰이는 構造이다. 이것은 補剛板 構造가 構造物의 무게를 현저히 增加시키지 않고도 強度를 높일 수 있다는 構造物의 效率性 및 經濟性 때문이다 하겠다.

補剛板問題에 관해서는 수 많은 研究들이 行하여져 왔다. 이것은 補剛板問題를 여러가지 幾何學的으로 理想化할 수 있으며 또한 이들 각각의 경우에 對해 多樣한 解析的 接近이 가능하기 때문이다. 그 중에서 널리 알려진 方法은 다음 3가지가 있다.

첫째, 平板이 補剛材의 flange로서 기여한다고 보아 補剛板構造를 beam으로 구성된 grillage로 置換하는 方法

둘째, 補剛板을 平板과 補剛材의 剛性도와 等價의

剛性도를 갖는 直交異方性平板으로 置換하는 方法

세째, 補剛板을 작은 要素로 나누어 要素의 特性을 matrix형식으로 나타내어 代수方程式을 푸는 有限要素法 등이 있다. 그러나 위의 모든 方法은 補剛材가 平板에 直角으로 붙은 경우에만 解析하였다.

한편, Y.K. Cheung이 常안한 有限帶板法은 굽힘 문제에 아주 좋은 結果를 주고 있는데 [2], 이 方法은 斷面이 일정한 경우에 有限要素法의 短點을 補完한 것으로 要素數가 적고, 計算時間이 적은 長點이 있다. Y. K. Cheung은 이 方法으로 orthotropic plate의 振動問題까지 확장하여 固有振動數를 구하였다 [4].

Y.C. Loo는 굽힘에 對하여 처짐의 方程式을 要素間의 처짐과 기울기, 曲率까지 適合條件을 만족하는 5次 函數로 展開하여 分布荷重이 局部的으로 걸린 orthotropic bridge에 適用하였다 [3].

補剛材가 붙은 경우에 對해서는 K. Yoshida [5]와

接受日字: 1982年 12月 22日, 再接受日字: 1983年 3月 21日

* 正會員, 서울大學校 工科大學 造船工學科

** 正會員, 서울大學校 大學院(現) 韓國機械研究所 大德 船舶分所

著者[9]等に依하여 解析되었고, 더 나아가서 挫屈問題까지 解析되었다[8]. 또 有限帶板法과 有限要素法을 結合하여 굽힘 問題와 挫屈問題를 解析하였다[6], [7].

船體의 船首尾 外板은 굴곡이 심하기 때문에 補剛材를 外板에 수직이 되게 工作하기에는 많은 어려움이 따른다. 이 경우에는 불가피하게 外板에 補剛材가 경사지서 붙게 되며, 이러한 問題에 수직보강재가 붙은 平板에 對한 結果를 그대로 적용하기에는 어려움이 많다.

본 論文에서는 경사진 補剛材가 붙은 平板을 解析하기 위하여 종래의 有限帶板法을 확장하여, 경사진 補剛材의 matrix 변환을 통해 일반적으로 적용될 수 있도록 定式化하였다. 開發된 프로그램을 검증하고, 設計를 위해 경사각도의 영향을 조사하였다.

2. 有限帶板法

2.1. 平板의 解析

平板을 帶板要素로 분할한 모양은 Fig. 1과 같다. 각각의 요소의 特性은 한 요소내에서는 일정한 것으로 하지만 요소간에서는 다를 수도 있다.

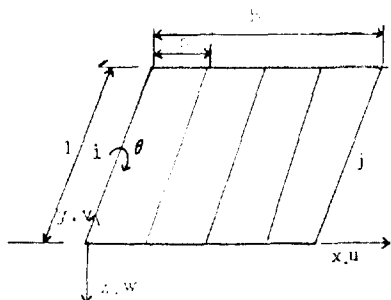


Fig. 1. Finite Strip Element.

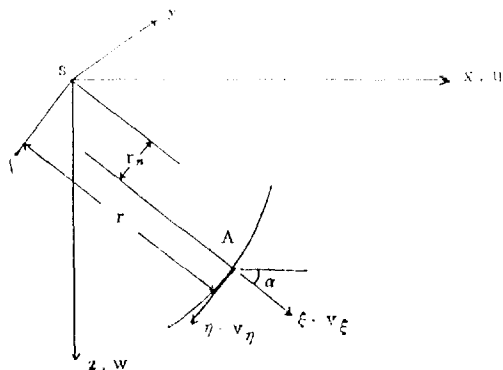


Fig. 2. Normal and tangential components of displacement.

가 帶板要素는 面內 또는 膜應力과 굽힘應力을 받고 微小變形을 가정한다.

應力과 變位에 대한 경계조건은

$$y=0 \text{과 } l \text{에서 } u=0, \sigma_y=0, w=0, M_y=0.$$

$$x=0 \text{에서 } u=u_i, v=v_i, w=w_i, \frac{\partial w}{\partial x}=\theta_i.$$

$$x=b \text{에서 } u=u_j, v=v_j, w=w_j, \frac{\partial w}{\partial x}=\theta_j.$$

위와 같은 경계조건을 만족시키는 Fourier Series로써 다음과 같이 나타내어진다[1], [2], [5].

$$u = \sum_{m=1}^n \left[\left(1 - \frac{x}{b}\right) u_{im} + \left(\frac{x}{b}\right) u_{jm} \right] \text{sink}_m y$$

$$v = \sum_{m=1}^n \left[\left(1 - \frac{x}{b}\right) v_{im} + \left(\frac{x}{b}\right) v_{jm} \right] \text{cosk}_m y$$

$$w = \sum_{m=1}^n \left[\left(1 - \frac{3x^2}{b^2} + \frac{2x^3}{b^3}\right) w_{im} + \left(x - \frac{2x^2}{b} + \frac{x^3}{b^2}\right) \theta_{im} + \left(\frac{3x^2}{b^2} - \frac{2x^3}{b^3}\right) w_{jm} + \left(\frac{x^3}{b^2} - \frac{x^2}{b}\right) \theta_{jm} \right] \text{sink}_m y \quad (1)$$

$$\text{面內變形度 } \epsilon_p = \{\epsilon_x, \epsilon_y, r_{xy}\}^T \text{와 曲率 } \epsilon_b = \left\{ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\}^T \text{는}$$

$$\epsilon_p = B_p V_p, \quad \epsilon_b = B_b V_b \quad (2)$$

이것에 대한 應力은

$$\sigma_p = D_p B_p V_p, \quad \sigma_b = D_b B_b V_b \quad (3)$$

帶板要素의 面內應力과 굽힘應力에 의한 單位두께에 對한 變形度 energy를 각각 U_p, U_b 라 하면

$$U_p = \frac{1}{2} V_p^T \left(\int_0^l \int_0^b B_p^T D_p B_p dx dy \right) V_p,$$

$$U_b = \frac{1}{2} V_b^T \left(\int_0^l \int_0^b B_b^T D_b B_b dx dy \right) V_b \quad (4)$$

따라서 面內變形에 對한 帶板要素의 剛性行列 K_p 와 굽힘變形에 대한 剛性行列 K_b 는

$$K_p = \int_0^l \int_0^b B_p^T D_p B_p dx dy,$$

$$K_b = \int_0^l \int_0^b B_b^T D_b B_b dx dy \quad (5)$$

2.2. 補剛材의 解析

補剛材를 thin-walled open cross section beam으로 생각하여 다음과 같은 가정을 한다[11], [12].

1. 縱軸에 수직인 方向의 기하학적 形狀은 變形후에도 變하지 않는다.
2. 斷面의 中心線에서 剪斷應力에 의한 剪斷變形은

일어나지 않는다.

좌표계의 原點은 剪斷中心 s 에 두고 y 軸은 縱軸이고 x , z 軸은 斷面의 主軸方向으로 잡는다. 任意的 點 $A(x, z)$ 에서의 變位 u, w 와 原點에서의 變位 u_s, w_s 와의 關係는 다음과 같다(Fig. 2).

$$u = u_s - z\theta_s, \quad w = w_s + x\theta_s \quad (6)$$

여기서 θ_s 는 斷面의 廻轉角을 나타낸다.

A 點의 變位를 tube wall에 수직한 方向과 接線 方向으로 分解하여 이 變位들을 각각 v_t, v_n 라 하면,

$$v_t = u\cos\alpha + w\sin\alpha, \quad v_n = -u\sin\alpha + w\cos\alpha \quad (7)$$

여기서 α 는 x 축과 t 축과의 角을 나타낸다.

式 (7)에 式 (6)을 代入하면

$$\begin{aligned} v_t &= u_s\cos\alpha + w_s\sin\alpha + [-z\cos\alpha + x\sin\alpha]\theta_s \\ v_n &= -u_s\sin\alpha + w_s\cos\alpha + [z\sin\alpha + x\cos\alpha]\theta_s \end{aligned} \quad (8)$$

[]속의 量은 原點으로부터 A 點에서의 법선과 접선까지의 距離를 나타낸다. 이 距離를 각각 r_n, r_t 라 하면

$$\begin{aligned} v_t &= u_s\cos\alpha + w_s\sin\alpha + r_t\theta_s, \\ v_n &= -u_s\sin\alpha + w_s\cos\alpha + r_n\theta_s \end{aligned} \quad (9)$$

v 를 y 방향의 變位, l 을 任意的 點으로부터 斷面中心線을 따라서 量한 距離라 하면 가정 2에 依하여 $\epsilon_{yt}=0$ 이 된다.

$$\epsilon_{yt} = \frac{\partial v_t}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial l} = 0$$

이므로

$$\frac{\partial v}{\partial l} = -\frac{\partial v_t}{\partial y} = \sin\alpha \frac{\partial u_s}{\partial y} - \cos\alpha \frac{\partial w_s}{\partial y} - r \frac{\partial \theta_s}{\partial y}$$

여기서

$$\sin\alpha = -\frac{dx}{dl}, \quad \cos\alpha = \frac{dz}{dl}$$

임을 생각하면

$$\frac{\partial v}{\partial l} = -\frac{dx}{dl} u_s' - \frac{dz}{dl} w_s' - r\theta_s'$$

여기서 '는 y 에 대한 미분을 의미한다. 양변을 l 에 따라 積分하면

$$v = -xu_s' - zw_s' + \omega\theta_s' + v_0$$

여기서 v_0 는 斷面에 대하여 일정한 직분상수를 나타

$$\begin{pmatrix} u_s \\ v_G \\ w_s \\ \theta_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ (x_p - x_G) \frac{d}{dy} & 1 & (x_p - z_G) \frac{d}{dy} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \\ \theta_p \end{pmatrix} \quad (11)$$

一般化 變形度 $\epsilon_{L,}$ 은 다음과 같다.

$$\epsilon_{L,} = \left[-\frac{d^2 u_s}{dy^2} \quad \frac{dv_G}{dy} - \frac{d^2 w_s}{dy^2} \quad \frac{d\theta_s}{dy} \right]^T \quad (12)$$

내고 ω 는 warping function[10], [11]으로서 剪斷中心에 대한 warping을 나타낸다. 이 warping을 무시하고 v 를 中心 G 에 대한 변위 v_G 로 나타내면

$$v = v_G - (x - x_G)u_s' - (z - z_G)w_s' \quad (10)$$

결국 式(6), (10)이 補剛材의 任意的 點에서의 變位를 나타낸다[11], [12].

2.2.1 縱補剛材의 剛性行列

여기서 縱補剛材라 함은 節線에 평행한 補剛材를 말한다. 式(6), (10)을 補剛材와 平板과의 接點 $p(x_p, y_p)$

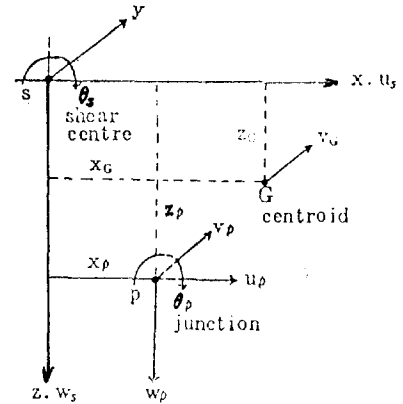


Fig. 3. Local coordinate of longitudinal stiffener.

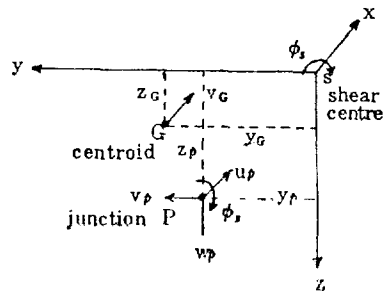


Fig. 4. Local coordinate of transverse stiffener.

에서의 變位(u_p, v_p, w_p, θ_p)로 나타내어 行列로 나타내면 다음과 같다.

縱補剛材에서는 平板과의 接點이 節線이 되므로 (u_p, v_p, w_p, θ_p)를 平板의 節線에서의 變位($u_{pp}, v_{pp}, w_{pp}, \theta_{pp}$)로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} u_p \\ v_p \\ w_p \\ \theta_p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{pp} \\ v_{pp} \\ w_{pp} \\ \theta_{pp} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

여기서 α 는 平板의 좌표계와 縱補剛材좌표계 사이의 廻轉角度를 나타낸다.

縱補剛材가 i 節線에 붙어 있다면 $(u_{pp}, v_{pp}, w_{pp}, \theta_{pp})$ 는 다음과 같이 나타내 진다.

$$\begin{aligned} u_{pp} &= \sum_{m=1}^n u_{im} \sin \frac{m\pi}{l} y, & v_{pp} &= \sum_{m=1}^n v_{im} \cos \frac{m\pi}{l} y \\ w_{pp} &= \sum_{m=1}^n w_{im} \sin \frac{m\pi}{l} y, & \theta_{pp} &= \sum_{m=1}^n \theta_{im} \sin \frac{m\pi}{l} y \end{aligned} \quad (14)$$

式(11), (12), (13), (14)를 정리하면

$$\epsilon_L = B_L W_L$$

一般化應力 σ_L 과 一般化 變形度 ϵ_L 과의 관계는

$$\sigma_L = D_L \epsilon_L$$

縱補剛의 變形 energy U_L 은

$$U_L = \int_0^l \frac{1}{2} \sigma_L^T \epsilon_L dy = \frac{1}{2} W_L^T \left(\int_0^l B_L^T D_L B_L dy \right) W_L \quad (15)$$

그러므로 縱補剛材의 剛性行列 K_L 은 다음과 같다.

$$K_L = \int_0^l B_L^T D_L B_L dy \quad (16)$$

이 剛性行列은 i 節線에서의 平板의 剛性行列에 더해지게 된다.

2.2.2. 橫補剛材

여기에서 橫補剛材라 함은 節線에 수직한 補剛材를 말한다. 橫補剛材의 剛性行列도 좌표축만, 바꾸어 縱補剛材와 같은 방법으로 전개시키면 된다. 이것에 대한 것은 생략하기로 한다.

2.3. 荷重 vector

外力成分 X, Y, Z 는 變位函數와 類似하게 Fourier Series로 展開한다.

$$\begin{aligned} X &= \sum_{m=1}^n X_m \sin \frac{m\pi}{l} y, & Y &= \sum_{m=1}^n Y_m \cos \frac{m\pi}{l} y, \\ Z &= \sum_{m=1}^n Z_m \sin \frac{m\pi}{l} y \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $y=c$ 에서 d 까지 分布된 荷重에 대해서

$$X_n = \frac{\int_c^d X \sin \frac{m\pi}{l} y dy}{\int_0^l \sin^2 \frac{m\pi}{l} y dy} \quad (18)$$

$y=c$ 에 작용하는 集中荷重 X_c 에 대해서는

$$X_m = \frac{X_c \sin \frac{m\pi}{l} c}{\int_0^l \sin^2 \frac{m\pi}{l} y dy} \quad (19)$$

Y_m, Z_m 도 마찬가지로 전개할 수 있다.

3. 數值計算 및 考察

3.1. 數值計算

program의 精度를 알아보기 위하여 參考文獻 (13), (14)의 model을 사용하여 平板의 처짐 및 應力을 比較하였다. model의 크기는 Fig.5와 같고 均一分布荷重이다. 이것에 대한 결과를 Fig.7과 Table 1에 나타내었는데 平板의 各位置에서의 처짐 및 應力이 거의 一致함을 알 수 있다. 또 이 model의 縱보강재를 橫보강재로 바꾸어, 동일한 조건하에서 계산한 결과를 Fig.7에 나타내었다.

다음에는 補剛材가 平板에 傾斜된 경우에 대하여 平

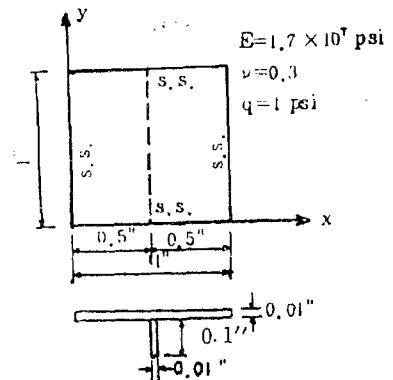


Fig. 5. Model of Ref. 14

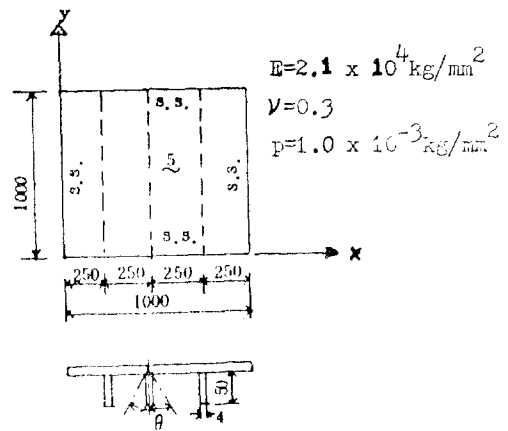


Fig. 6. Model

Table 1. Comparison of Moment

Coord. (x, y)	Ref. [14] (N=2)		Author (N=2)		N=4		N=8	
	M_x	M_y	M_x	M_y	M_x	M_y	M_x	M_y
(0, 0)	-.0004	.0004	0	0	0	0	0	0
(0, 0.25)	.0044	.0017	.0040	.0012	.0011	.0003	.0003	.0001
(0, 0.5)	.0054	.0020	.0047	.0014	.0012	.004	.0003	.0001
(0.25, 0)	.0014	.0015	0	0	0	0	0	0
(0.25, 0.25)	.0176	.0097	.0174	.0088	.0142	.0078	.0135	.0078
(0.25, 0.5)	.0207	.0087	.0208	.0087	.0171	.0076	.0163	.0075
(0.5, 0)	-.0017	.0018	0	0	0	0	0	0
(0.5, 0.25)	-.0174	-.0037	-.0172	-.0039	-.0227	-.0055	-.0160	-.0040
(0.5, 0.5)	-.0204	-.0042	-.0205	-.0044	-.0258	-.0060	-.0253	-.0059

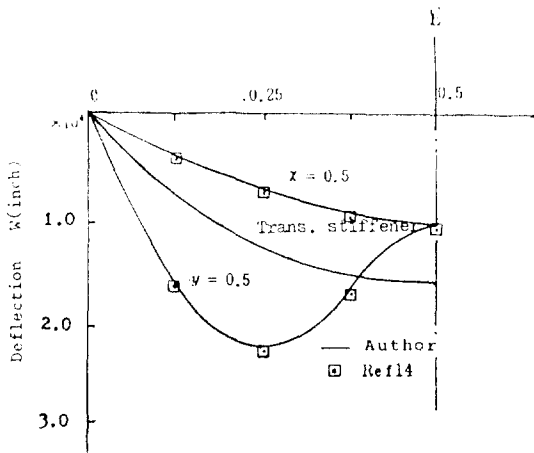


Fig. 7. Variation of deflection along centerlines.

板的 처짐과 應力을 구하였다. 계산 model은 Fig. 6과 같이 균일 분포하중을 받는 평판에 補剛材 1~3개가 등간격으로 붙어 있고 경사각도는 10°간격으로 하

었다. 要素數는 6이고 項數는 7이다. 이것의 결과는 Fig. 8, 9, 10 및 Table 2에 나타내었다.

3.2. 考 察

縱補剛材인 데 本論文의 結果와 參考文獻의 結果와 잘 일치하고 있으나 橫補剛材의 경우에는 補剛材가 여러 節線에 걸쳐서 있기때문에 要素內에 강도가 평균적으로 들어가게 되어 실제의 값과 차이가 생기게 된다. 이것은 有限帶板法의 限界라고 생각된다. y=500일대 傾斜角度가 작을 경우 補剛材의 效果에 의해 굴곡이 생기지만 角度가 증가함에 따라 平板과 같은 類形의 처짐이 된다. moment는 不連續의 정도가 줄어들다. 補剛材附着線에서는 beam이 경사할 때와 같이 처짐과 moment가 증가한다. 위와 같은 처짐과 moment의 변화는 보강재의 효과가 감소함에 따라 평판과 비슷한 moment의 분포를 갖게 되는 현상이다. Table 2에서 보는 바와 같이 경사각도가 0°~10° 사이에서의 解析의 차이가 5%未滿이나 경사각도가 커지면 포물선적으로 증가한다. 같은 角度에서의 보강재의 수에 따른 변

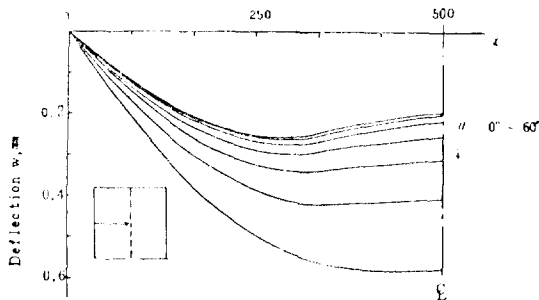


Fig. 8(a). Deflection at y=500 of case 1.

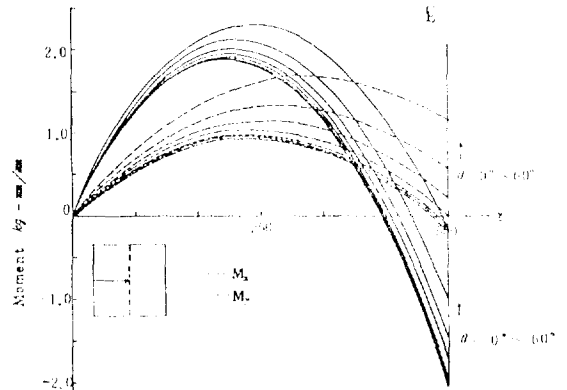


Fig. 8(b). M_x, M_y at y=500 of case 1.

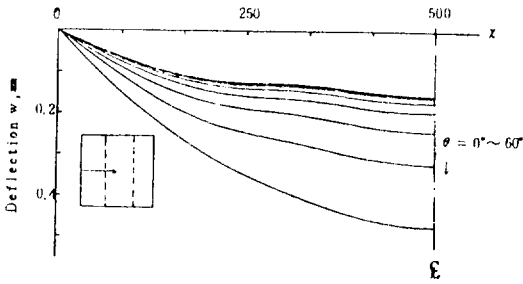


Fig. 9(a). Deflection at $y=500$ of case 2.

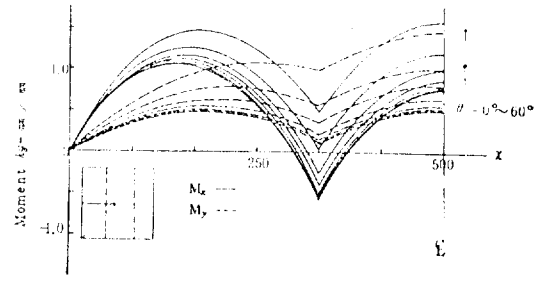


Fig. 9(b). M_x, M_y at $y=500$ of case 2.

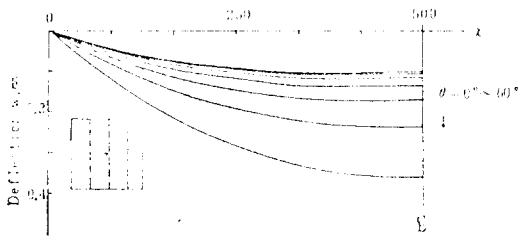


Fig. 10(a). Deflection at $y=500$ of case 3.

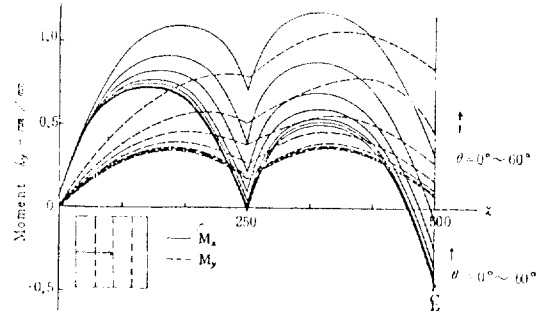


Fig. 10(b). Deflection at $y=500$ of case 3.

Table 2. Increment of Maximum Value Based on 0° (%)

Case	Case 1			Case 2			Case 3		
	w	M_x	M_y	w	M_x	M_y	w	M_x	M_y
Degree									
10	2.34	1.07	2.13	2.61	0.47	2.37	1.90	0.98	4.17
20	7.42	2.67	4.26	11.8	3.32	9.97	11.4	5.19	8.61
30	17.2	4.81	10.6	28.1	6.16	24.6	29.5	7.99	27.8
40	33.6	8.02	21.3	58.2	10.9	50.3	62.8	15.7	55.8
50	64.1	20.3	41.5	111.0	19.4	95.4	122.0	28.6	104.0
60	127.0	24.1	80.9	203.0	51.7	178.0	233.0	16.7	197.0

되는 보강재의 수가 증가하면 강도가 커지나 경사각도가 커지면 강도의 차이는 줄어든다.

4. 結 論

이상과 같은 考察에서 다음과 같은 結論을 얻을 수 있다.

(1) 보강재의 경사각도가 크면 될 수록 보강재의 효과가 줄어들어 최점은 커지게 되고, moment는 平板만이 하중을 받는 형태와 유사한 분포를 갖게 된다.

(2) 경사각도가 $0^\circ \sim 10^\circ$ 인 경우의 해석은 경사각도가 0° 인 경우로 치환하여 근사계산을 행하여도 실용상

충분하다.

(3) 경사각도가 20° 이상이면 경사각도가 0° 일 때보다 보강재의 강도지하가 커지기 시작하므로 이러한 경우에는 보강재의 단면계수를 증가 시켜주는 것이 바람직하다.

(4) 本 論文에서는 보강재의 tripping 현상을 고려하지 않았으나 경사각도가 커지면 tripping 현상이 커져 本論文의 결과보다 보강재의 강도가 더욱 低下될 것으로 예상된다.

參 考 文 獻

[1] Cheung, Y.K., "Folded Plate Structures by *Journal of SNAK, Vol. 20, No. 2, June 1983*

- Finite Strip Method”, ASCE, Vol.95, No. ST 12, Dec. 1969.
- [2] Cheung, Y.K., “Finite Strip Method Analysis of Elastic Slabs”, ASCE, Vol. 94, No. EM6, Dec. 1968.
- [3] Loo, Y.C. and Cusens, A.R., “A Refined Finite Strip Method for the Analysis of Orthotropic Plates”, Proc. I.C.E., Vol.48, Jan. 1971.
- [4] Cheung, Y.K. and Cheung, M.S., “Flexural Vibrations of Rectangular and other Orthotropic Plates”, ASCE, Vol.97, No. EM2, Apr. 1971.
- [5] Yoshida, K., “Bending Analysis of Plate Structures by Strip Method”, JSNAJ, Vol.132, Oct. 1972.
- [6] Yoshida, K., “Analysis of Plate Structures by Strip Method”, JSNAJ, Vol.130, Nov. 1971.
- [7] Ohtsubo, H., “Modified F.S.M. Analysis of Stiffened Plate Bending and Buckling Problems”, JSNAJ, Vol.134, Nov. 1973.
- [8] Yoshida, K., “Buckling Analysis of Plate Structures by Strip Method”, JSNAJ, Vol. 131, Nov. 1971.
- [9] Yim, S.J. and Park, B.W., “Analysis of Stiffened Plate by F.S.M.”, JSNAK, Vol.16, No.3, Aug. 1979.
- [10] 高岡宣善, “構造部材のれじり解析” 共立出版 株式會社, 1974.
- [11] Oden, J.T., “Mechanics of Elastic Structures”, Mc-H. 1967.
- [12] Murray, D.W. and Rajasekaran, S., “Technique for Formulating Beam Equation”, ASCE, Vol. 101, No. EM5, 1975.
- [13] Shih-Yung Chang, “Analysis of Eccentrically Stiffened Plates”, Ph.D. Dissertation, University of Missouri, Columbia, U.S.A., 1973.
- [14] Mebean, Robert Parker, “Analysis of Stiffened Plates by Finite Element Method”, Ph.D. Dissertation, Stanford University, U.S.A., 1968.