

# 인덕턴스의 國家 標準 確立을 위한 막스웰 - 윈 브릿지 研究 開發

## (Development of Maxwell - Wien Bridge System for Establishment of Inductance Primary Standards)

李 來 德\* 都 在 弘\* 金 昌 錫\*

(Rae Duk Lee, Jae Hong Doh and Chang Suk Kim)

### 要 約

一般的인 交流 브릿지를 이용하여 인덕턴스를 0.1% 이상의 精確度로 測定한다는 것은 대단히 어려운 일이다. 따라서 인덕턴스의 標準을 設定하고 이에 대한 標準 供給을 가능케하기 위해서 막스웰-윈 브릿지 시스템을 開發하였다.

브릿지 시스템의 性能을 分析한 결과, 현재  $\pm 200$ ppm의 精確度로 인덕턴스의 測定이 可能케 되었다.

### Abstract

It is very difficult to measure inductance more accurately than 0.1% by the general AC bridges.

A Maxwell-Wien bridge system has been developed for establishment and propagation of the national inductance standards.

In results of its capability analysis, the accuracy of this bridge system was obtained up to  $\pm 200$  ppm for the present.

### I. 序 論

인덕턴스는 여러 電氣 單位중 交流 측정분야의 중요한 單位로서 일반 商品化된 交流 브릿지 방법으로는  $\pm 0.1\%$  이상의 精確度로 測定한다는 것은 극히 어려운 일이다. 따라서 보다 높은 精確度의 인덕턴스 測定方法으로 막스웰-윈 브릿지가 근래 선진 각국의 標準機關에서 特色있게 개발되어 活用되고 있다.<sup>(1)</sup>

韓國標準研究所 電氣標準研究室에서도 인덕턴스 터미네이션 시스템 (막스웰-윈 브릿지)를 國內 최초로 開發함으로써 인덕턴스의 國家 標準을 確立 및 維持 普及시킬 수 있게 되었다.

### II. 막스웰-윈 브릿지

#### 1. 基本理論

막스웰-윈 브릿지(이하 M-W 브릿지)는 프로덕트 암 브릿지의 일종으로서 殘留 성분에 의한 測定 誤差를 최소화하기 위하여 와그너 접지회로를 필요로 하며, 순 回路素子를 철저히 遮蔽시킨다는 것이 일반적인 브릿지와 다른 점이다.

M-W 브릿지의 基本 回路는 그림 1과 같다. 各 回路素子들이 순수한 성분으로 구성되어 있다고 가정하고 各 임피던스에 의한 브릿지 平衡方程式으로부터 허수항을 정리하면

$$L_x = C P S \tag{1}$$

가 된다. 즉 被測定 직렬 등가 인덕턴스는 두개의 固定抵抗과 電氣 容量의 積으로서 구해진다. 그러나

\*正會員, 韓國標準研究所  
(Korea Standards Research Institute)  
接受日字: 1983年 4月 29日

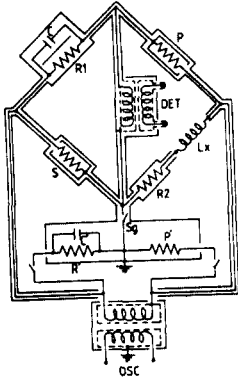


그림 1. 맥스웰-윈 브릿지 회로  
Fig. 1. Maxwell-Wien bridge circuit.

실제적으로는 각 회로素子들에 여러 가지 殘留成分들이 포함되어 있기 때문에 이들에 대한 補償項을 고려해야 한다.<sup>[2]</sup>

2. 殘留 성분에 의한 影響

브릿지의 각 素子에 대한 殘留成分을 그림 2와 같은 等價回로로 나타내고 각 변에 대한 임피던스를 구하여 平衡方程式에 대입하면

$$(1 + \omega^2 r_c^2 C^2) [R_1(L_x + l_2) + (r_x + R_2)l_1 - Sl_p - Pl_s] = C [R_1PS + \omega(R_1Pl_s + R_1Sl_p + PSl_1) \omega r_c C - \omega^2(R_1l_pl_s + Pl_1l_s + Sl_1l_p) - \omega^3l_1l_pl_s \omega r_c C] \quad (2)$$

으로 표시되는데, 간소화시키기 위하여  $\omega r_c C = D_c$ ,  $l/R = \tau_r$ ,  $l_p/R_p = \tau_p$ ,  $l_s/R_s = \tau_s$ 와 같이 素子들의 時定數 및 損失係數를 써서 정리하면 다음과 같다.

$$L_x = CPS(1 + K) - (r_x + R_2)\tau_r + \frac{PS}{R_1}(\tau_p + \tau_s) - l_2 \quad (3)$$

여기서

$$K = -\omega^2(\tau_p\tau_s + \tau_r\tau_p + \tau_r\tau_s) - D_c^2 + \omega(\tau_p + \tau_s + \tau_r)D_c - \omega^3\tau_p\tau_s\tau_rD_c \quad (4)$$

즉 식(3)에서 제 1항의 K와 제 2항이후는 모두 殘留 성분에 의해 고려되어야 할 補償項들이다.

3. 漂遊容量에 의한 影響

인덕터의 단자와 케이스내에 존재하는 漂遊容量도 測定值에 크게 영향을 미치는 원인이 된다.

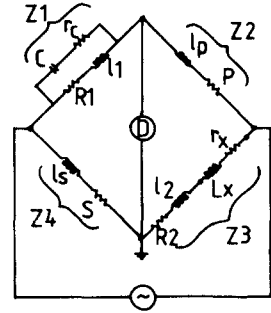


그림 2. 殘留成分을 포함한 M-W 브릿지 회로  
Fig. 2. Maxwell-Wien bridge circuit showing the residuals.

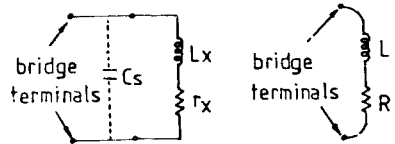


그림 3. 被測定 인덕터의 等價回로  
Fig. 3. Equivalent circuit of unknown inductor.

被測定 인덕터의 等價回로는 그림 3(a)와 같이 볼 수 있으나, 실제로는 이들 성분들이 구별되어 測定되지 않고 (b)와 같이 실효 인덕터스로 測定되어 진다. 그림 3(a), (b)의 임피던스를 각각 구하여 정리하면

$$L_x \approx L(1 - \omega^2 L_x C_s + \frac{r_x^2 C_s}{L_x} + \omega^2 r_x^2 C_s^2) \quad (5)$$

이 된다. 즉 괄호내의 1이외의 항은 漂遊容量  $C_s$ 에 의해 고려되어야 할 補償項들이다.

4. 殘留成分 영향 제거를 위한 置換法

동일한 표시값을 가진 標準인덕터(첨자 N)와 被測定인덕터(첨자 T)에 대하여 (3), (5)식을 적용시키면

$$L_T = CPS \left( 1 - \omega^2 L_T C_s + \frac{R_T^2 C_s}{L_T} \right) (1 + K) - (r_x + R_2)\tau_r + \frac{PS}{R_1}(\tau_p + \tau_s) - l_2 \quad (6)$$

$$L_N = C_N PS \left( 1 - \omega^2 L_N C_{sN} + \frac{R_N^2 C_{sN}}{L_N} \right) (1 + K) - (r_{xN} + R_{2N})\tau_r + \frac{PS}{R_1}(\tau_p + \tau_s) - l_{2N} \quad (7)$$

이 된다. K는 낮은 주파수에서 거의 무시할 수 있을 만큼 작기 때문에 常數로 취급하고 (6), (7)식의 차이를

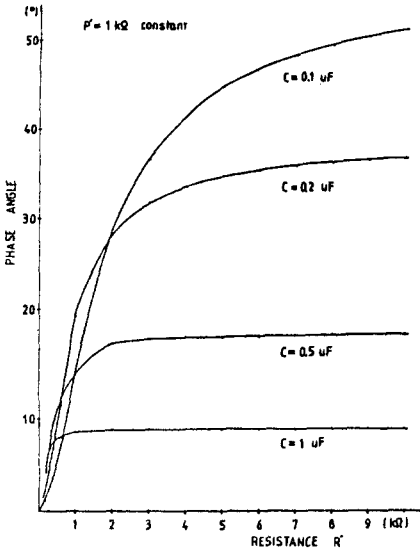


그림 7. 抵抗에 따른 位相角  
Fig. 7. Phase angle vs. resistance differences.

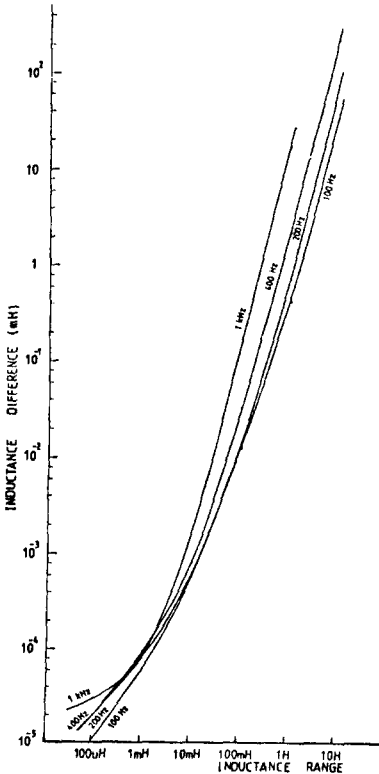


그림 8. 인덕턴스 크기와 와그너 효과  
Fig. 8. Inductance ranges vs. Wagner effect.

IV. 인덕턴스 測定方法和 誤差 分析

1. 補償值 결정방법

測定 過程에서의 系統 誤差를 유도 및 補償해 주기 위해서 표시값이 같은 두개의 인덕터 L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>를 series-aiding (X<sub>1</sub>) 및 series-opposing (X<sub>2</sub>)으로 연결하여 인덕턴스를 測定 하면

$$X_1 = L_1 + L_2 + 2M + \epsilon' \quad (9)$$

$$X_2 = L_1 + L_2 - 2M + \epsilon' \quad (10)$$

이 된다. 여기서  $\epsilon'$ 은 測定 誤差를 의미하며 X<sub>1</sub> 및 X<sub>2</sub>의 測定過程은 각각 동일한 條件에서 같은 크기의 誤差 影響이 미친다고 볼 수 있으므로 (9), (10)식에서

$$L_1 + L_2 = (X_1 + X_2) / 2 - \epsilon' \quad (11)$$

이 된다. 한편 앞에서의 測定條件을 동일하게 維持시킴으로써 被測定 인덕터 각각을 개별 測定하면

$$L_{X1} = L_1 + \epsilon \quad (12)$$

$$L_{X2} = L_2 + \epsilon \quad (13)$$

으로 표현할 수 있는데 測定 過程에서의 條件 變化를 최소로 하였고 때문에 結合 인덕턴스 測定時의 誤差  $\epsilon'$ 와 自己 인덕턴스 測定值의 誤差  $\epsilon$ 는 동일하게 취급할 수 있다. 식 (11), (12), (13)으로부터 誤差의 크기는

$$\epsilon = (L_{X1} + L_{X2}) - (X_1 + X_2) / 2 \quad (14)$$

으로 구할 수 있으므로 이를 이용하여 測定 過程에서의 系統 誤差를 實驗의으로 구하여 補償할 수 있게 된다.

2. 誤差 分析

M-W 브릿지에 의한 실제적인 測定結果의 total uncertainty (U)를 결정하기 위해 systematic uncertainty (U<sub>s</sub>)와 random uncertainty (U<sub>r</sub>)로 나누어 檢討하였다.

U<sub>s</sub>는 사용된 標準器 (C. P. S)의 檢校正 成績書상의 uncertainty, 安定度 및 溫度係數와 被測定 인덕터의 溫度係數 및 安定度 등을 統計的으로 취급하여 산출한 결과 약 ±170ppm이었다. 그리고 室内 環境條件의 變化, 사용된 回路素子들의 본래의 不安定性, 測定者의 熟練度 등에 의해 나타나는 U<sub>r</sub>은 同一 條件에서 여러번 反復 測定한 결과들에 대한 標準偏差로서 산출한 결과 약 ±100ppm이었다. 결국 M-W 브릿지의 total uncertainty (U) <sup>5)</sup>는 약 ±200ppm으로 추정되었다.

구하면

$$L_T = L_N + (C - C_N) PS [ 1 - \omega^2 (L_T + L_N) C_S + K ] - \omega^2 L_T L_N (C_S - C_{SN}) + (R_T^2 - R_N^2) C_S - (L_2 - L_{2N}) \quad (8)$$

이 되는 데 이 식은 인덕턴스 測定을 위한 各 回路素子들의 不確定度가 측정치에 미치는 영향을 置換法에 의해 最大한 제거시킬 수 있음을 보여 준다.

### III. 브릿지 構成

#### 1. 메인 브릿지

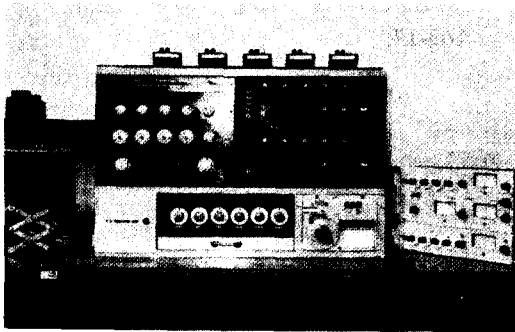


그림 4. 맥스웰-윈 브릿지 장치  
Fig. 4. Maxwell-Wien bridge system.

그림 4와 같은 M-W 브릿지 장치 구성을 위해 主要 回路素子들은 모두 금속 상자속에 철저히 遮蔽시켰으며, 특히 PS 抵抗은 二重 遮蔽상자내에서 교체 가능토록 設計 製作하였다. 전원으로부터 유입되는 雜音信號와 브릿지 회로에서 디렉터로 들어가는 雜音信號 등을 除去하기 위하여 아이스레이션 트랜스퍼머를 電源側 및 檢出器側에 사용하였으며, 네트 커런트에 의한 誤差를 最小화시키기 위해 크기가 50×19×32mm 이고 초투자율(initial specific permeability)이 2,800인 고리모양 웨라이트 코아위에 코엑셀 케이블을 12회 감은 코엑서를 메인 브릿지와 디렉터 사이에 삽입시켰다.<sup>13)</sup>

#### 2. 와그너 接地回路

交流 브릿지 回路에서는 各 回路素子와 接地面 또는 브릿지 素子間에 漂遊容量이 존재하여 測定 誤差의 원인이 된다.<sup>[4]</sup> 이러한 誤差를 最小화하기 위해 그림 5와 같은 와그너 接地回路를 제작 활용하였다.

그 성능을 分析 검토한 결과 電氣容量 C'의 변화에 따른 位相角 φ의 조절범위는 그림 6과 같이 0°~tan<sup>-1</sup> R'/2P'√P'+R' 이 되었고, 抵抗 R'의 변화에 따른

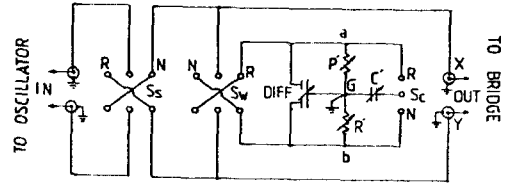


그림 5. 와그너 접지회로  
Fig. 5. Wagner network.

位相角 φ의 조절범위는 그림 7과 같이 0°~tan<sup>-1</sup> 1/ωCP'이 되었다. 단 그림 6, 7은 P'이 1kΩ인 경우를 그린 것이다. 이 결과는 理論的인 回路分析 結果와 일치하고 있으며 漂遊容量 제거를 목적으로 이용되는 와그너 接地回路의 성능으로써 充分하다.

製作 完了된 M-W 브릿지를 이용하여 各 range 별 로 인덕턴스를 測定할 때, 와그너 발란스 및 메인 발란스가 동시에 이루어졌을 때의 인덕턴스 값과 와그너

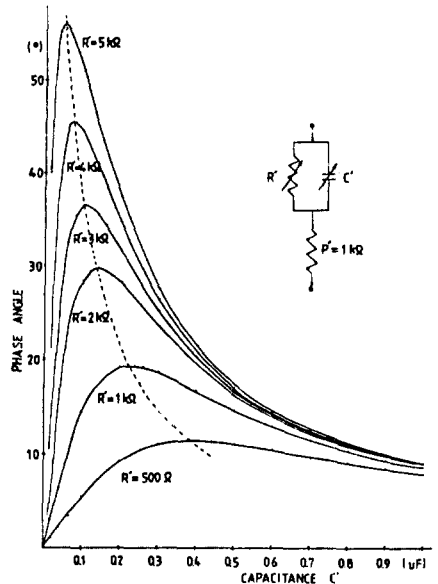


그림 6. 電氣容量에 따른 位相角  
Fig. 6. Phase angle vs. capacitance differences.

接地回路를 사용하지 않았을 때의 인덕턴스 값과의 差(ΔL)를 周波數에 따라 그래프를 그리면 그림 8과 같다. 즉 큰 값의 인덕턴스 測定일수록 와그너 效果는 크게 나타나고 있다. 따라서 본 브릿지를 이용하여 높은 精確度로 인덕턴스를 測定하기 위해서, 1mH 이상의 測定에서는 와그너 接地回路를 이용하였다.

### V. 結 論

인덕턴스의 國家 標準이 確立되지 못하여 標準體系 維持에 곤란을 받아 왔던 國內 實情에서 M-W 브릿지가 開發되어 약  $\pm 200$  ppm까지 測定 可能케됨은 國家 標準 確立은 물론 인피턴스 전반에 대한 計測 能力 向上에 큰 역할을 하게 되었다. 앞으로 固定抵抗(P.S)을 交流 標準抵抗으로 교체 개선하고, 標準 室內條件을 개선하며, 標準機器의 國際 比較를 통한 보완 및 分析 過程을 거쳐 國際 最高 水準인  $\pm 100$ ppm으로 向上시킬 수 있을 것이다.

### 參 考 文 獻

[1] T.L. Zapf, "Calibration of inductance

standards in the Maxwell-Wien bridge circuit", *J. Res. NBS*, vol. 65C, no. 3, pp. 183-188, 1961.

- [2] 星野登良男 外 2, "變成器ブリッジと誘導器の測定", 電氣試驗所 集報, 第26卷, 第1號, pp. 14~18, 1961.
- [3] D.N. Homan, "Applications of coaxial chokes to AC bridge circuit", *J. Res. NBS*, vol. 72C, no. 2, 1968.
- [4] M.B. Stout, *Basic Electrical Measurements*: Prentice-Hall, New Delhi, pp. 266-268, 1973.
- [5] V.K. Batra, *Error Analysis in Precision Measurements*. NPL, New Delhi, pp. 163-172.