

<論 文>

온수의 표면방출에 의한 2차원 비정상 난류 열확산의 예측

박 상 우\* · 정 명 균\*\*

(1983년 8월 19일 접수)

Prediction of 2-Dimensional Unsteady Thermal Discharge into a Reservoir

Sang Woo Park and Myung Kyoong Chung

Abstract

Computational four-equation turbulence model is developed and is applied to predict two-dimensional unsteady thermal surface discharge into a reservoir. Turbulent stresses and heat fluxes in the momentum and energy equations are determined from transport equations for the turbulent kinetic energy ( $k$ ), isotropic rate of kinetic energy dissipation ( $\epsilon$ ), mean square temperature variance ( $\bar{\theta}^2$ ), and rate of destruction of the temperature variance ( $\epsilon_\theta$ ).

Computational results by four-equation model are favorably compared with those obtained by an extended two-equation model. Added advantage of the four-equation model is that it yields quantitative information about the ratio between the velocity time scale and the thermal time scale and more detailed information about turbulent structure. Predicted time scale ratio is within experimental observations by others. Although the mean velocity and temperature fields are similarly predicted by both models, it is found that the four-equation model is preferably candidate for prediction of highly buoyant turbulent flows.

1. 서 론

강이나 호수 혹은 해안에 온수를 배출했을 경우, 그 영향이 주위환경에 미치는 효과에 대하여 많은 연구가 진행되고 있다. 본 연구에서는 정지된 수조의 표면을 따라 온수가 방출될 때에 수조내의 2차원 온도분포를 수치적으로 해석하였다. 유동의 기하학적 형상은 Fig.1에 나타내었다. 온도  $T_1$ 인 온수가 일정한 깊이  $H$ 로 표면을 따라 방출되며 수조내의 물은 초기에 일정한 온도  $T_0$ 로 유지되어 있다. 온수는 표면을 따라 흐르면서 난류 확산과 부력에 의하여 혼합현상을 나타내게 된다. McGuirk와 Rodi<sup>1)</sup>는 3차원 온수의 표면방출

에 대하여 수치적 해석을 시도하였다. 그들은 Launder<sup>2)</sup>가 제안한 대수적 레이놀즈 응력모델(algebraic Reynolds stress model)에 부력효과를 나타내어 사용하였다. 이들이 사용한 중요한 가정은 평균 자승온도 요동( $\bar{\theta}^2$ )의 생성율( $\rho_\theta$ )과 감쇄율( $\epsilon_\theta$ )이 같다는 것으로서 이 가정을 이용하여  $\epsilon_\theta$ 을  $\bar{\theta}^2/k$ 와의 비례식으로써 얻어내었다. 이때 비례상수는 실제로는 난류 온도장과 속도장 사이의 특성시간 상수비(time scale ratio;  $R$ )를 나타내며, Launder<sup>2)</sup>와 Hossain과 Rodi<sup>3)</sup>는 이를 0.8로 일정하다고 가정하였다. 그러나 Warhaft와 Lumley<sup>4)</sup>는 온도 구배가 없는 난류장에서 이 값이 0.4에서 1.5까지 변하는 것을 관찰했으며, Beguier<sup>5)</sup> 등은  $R$ 이 0.35와 0.6 사이에서 변하고 있음을 발견하였다<sup>6)</sup>. Launder<sup>7)</sup>는 2-방정식 모델에서는 열적 시간 상수에 대한 정보를 얻을 수 없는 점이 이 모델의 약

\* 한국과학기술원 기계공학과 박사과정

\*\* 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

점이라고 말하고 있다. 본 연구에서는 기존의 2-방정식 모델에  $\bar{\theta}^2$ 와  $\epsilon_{\theta}$ 에 대한 모델 방정식을 첨가함으로써 속도장과는 별도로 자체 본연의 특성 시간을 갖고 있는 열적 난류구조를 정확히 평가하고 따라서 에너지 전달 현상을 보다 실제에 가깝게 예측하고자 한다.

본 연구에서 대상으로 하는 비정상 표면 온배수 문제는 흐름의 복잡성 때문에 4 방정식에서 얻을 수 있는 변수들의 정확성을 비교하기에 충분한 실험자료를 얻을 수가 없었다. 이러한 이유로 본 연구에서는 주로 모델들 사이의 차이를 추적하였으며, 특히 2-방정식 모델의  $\bar{\theta}^2$ 에 대한 국소 평형 가정을 4-방정식 모델 결과와 비교하여 그 타당성을 검토하였다.

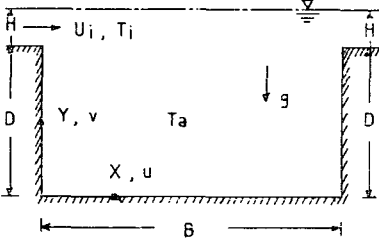


Fig. 1 Definition sketch ( $B/D=2.0$ ,  $H/D=0.25$ )

### 2. 기본방정식

속도와 온도분포에 대한 2차원 평균 유동 방정식은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D(\rho U)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial y} - \rho \bar{uv} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial U}{\partial x} - \rho \bar{u}^2 \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{D(\rho V)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial y} - \rho \bar{v}^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial V}{\partial x} - \rho \bar{uv} \right) - \frac{\partial p}{\partial y} + (\rho_0 - \rho)g \quad (3)$$

$$\frac{D(\rho T)}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial y} - \rho \bar{v}\bar{\theta} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \alpha \frac{\partial T}{\partial x} - \rho \bar{u}\bar{\theta} \right) \quad (4)$$

$$\rho = \rho(T) \quad (5)$$

여기서 식 (1)은 연속방정식을, 식 (2), (3)은 각각  $x$ 와  $y$ 방향의 운동량 방정식을 나타낸다. 식 (4)은 에너지 방정식을 식 (5)는 유체의 상태 방정식을 나타낸다. 방정식 (3)에서 밀도 기준치( $\rho_0$ )는 그 높이의 수평면에서의 평균 밀도 값을 취한다.

본 연구에서는 부력효과가 매우 중요한 역할을 하므

로 온도에 따른 밀도변화를 정확히 제공할 필요가 있다. 여기서는 아래와 같은 보정 다항 방정식을 사용하기로 한다<sup>8)</sup>.

$$\begin{aligned} \rho(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}) = & (999.84 + 16.95T - 7.99 \\ & \times 10^{-3}T^2 - 46.17 \times 10^{-6}T^3 + 105.56 \\ & \times 10^{-9}T^4 - 280.54 \times 10^{-12}T^5 / (1 \\ & + 16.88 \times 10^{-3}T) ; T(^{\circ}\text{C}) \end{aligned} \quad (6)$$

초기 시각에 수조안의 물은 일정온도 하에서 정지되어 있으며, 윗 표면은 대칭 경계면이고, 벽들은 일정온도로 유지되어 있다고 가정한다.

### 3. 난류모델

식 (1)부터 식 (5)까지를 풀어서 온도와 속도분포를 알기 위해서는 레이놀즈 응력  $\bar{uv}$ ,  $\bar{u}^2$ ,  $\bar{v}^2$ 와 난류 열유속  $\bar{v}\bar{\theta}$ ,  $\bar{u}\bar{\theta}$ 을 난류 모델을 사용하여 결정하여야 한다. 본 연구의 관심사는 난류 유동에 있어서의 부력의 영향이다. 따라서 적절한 난류 모델을 얻기 위해서 우선 레이놀즈 응력과 난류 열유속에 대한 엄밀한 방정식으로부터 부력효과를 나타내는 항들을 조사하여야 한다. 피클렛수와 레이놀즈수가 큰 유동에 대한 레이놀즈 응력과 난류 열유속의 엄밀한 전달방정식은 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \frac{D\bar{u}_i\bar{u}_j}{Dt} = & - \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i\bar{u}_j\bar{u}_i) - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \bar{u}_i\bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i\bar{p}}{\partial x_j} \right) \\ & \text{Diff}(\bar{u}_i\bar{u}_j) \\ & - \bar{u}_i\bar{u}_i \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \bar{u}_j\bar{u}_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \beta(g_i\bar{u}_j\bar{\theta}) \\ & \text{p}_{ij} : \text{production} \\ & + g_j\bar{u}_i\bar{\theta} + \frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \\ & \pi_{ij} : \text{pressure strain} \\ & - 2\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \\ & \epsilon_{ij} : \text{viscous dissipation} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\bar{u}_i\bar{\theta}}{Dt} = & - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \bar{u}_i\bar{u}_i\bar{\theta} + \frac{1}{\rho} \delta_{ii}\bar{p}\bar{\theta} \right) - \bar{u}_i\bar{u}_i \frac{\partial T}{\partial x_i} \\ & \text{Diff}(\bar{u}_i\bar{\theta}) \\ & - \bar{u}_i\bar{\theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_i} - \beta g_i\bar{\theta}^2 + \frac{1}{\rho} p \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \\ & + (\lambda + \nu) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial x_i} \\ & \epsilon_{i\theta} : \text{destruction of } \bar{u}_i\bar{\theta} \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7)의 우변에서 처음 두항인 확산 전달항과 여섯째 항인 압력 변형항 그리고 마지막으로 감소항들은 모델 가정을 필요로 한다.

레이놀즈수가 큰 유동에서는 작은 크기의 난류 감쇄 운동을 등방성이 있다고 볼 수 있으므로 식 (7)의 감소 항은 흔히 아래와 같이 근사되어 왔다.

$$\varepsilon_{ij} \equiv 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij}$$

여기서  $\varepsilon$ 은 난류 운동 에너지의 등방 감쇄율을 나타낸다.

Launder<sup>2)</sup>는 두 가지의 현상이 압력 변형항에 기여하고 있다고 가정하였다. 그 하나는 요동 속도들 사이의 상호작용에 의한 현상이고 다른 하나는 평균 유동장과 요동속도들 사이의 작용에 의한 현상이다.

$$\begin{aligned} \pi_{ij} &\equiv \frac{p}{\rho} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ &= -C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \\ &\quad - C_2 \left( P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $P$ 는 난류운동 에너지 방정식 (18)의 생성항을 나타낸다. 레이놀즈수가 큰 등방성 난류 유동에서는 식 (8)의 점성감쇄항을 무시할 수 있으므로 식 (8)의 압력온도 구배항과 확산 전달항에 대한 모델만이 요구된다. 압력 변형항의 경우와 같이 압력온도 구배항도 난류에 의한 부분과 평균 유동장에 의한 부분으로 나누어 모델을 세울 수 있다<sup>9)</sup>.

$$\frac{1}{\rho} p \frac{\partial \theta}{\partial x_i} = -C_{1\theta} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} + C_{2\theta} \overline{u_i \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (10)$$

식 (7)과 (8)의 확산 확산전달항들은 위에서 언급한 평형 가정에 의하여 무시하게 되므로 이들에 대한 모델을 세울 필요가 없다.

모델 (9)(10)에서 필요한 실험 상수들은 Launder<sup>2)</sup>에 따라서  $C_1=2.0$ ,  $C_2=0.6$ ,  $C_{1\theta}=3.2$  그리고  $C_{2\theta}=0.5$ 로 한다. 일반적인 2차원 유동에서는 세 성분의 레이놀즈 응력과 두 성분의 난류 열유속이 존재한다. 이들에 대한 모델 편미분-방정식은 부력의 효과가 대단히 적은 경우에 대하여 제안되어 왔으나 공학적 계산을 하는데는 비경제적으로 계산이 복잡하여 부력이 큰 경우에는 정확성이 없다<sup>10)</sup>. 본 연구에서는 레이놀즈 응력과 난류 열유속 방정식에 국소 평형 조건 즉 생성과 소멸은 국소적으로 평형을 이루며 따라서 난류 확산과 대류항은 서로 상쇄된다는 가정을 사용함으로써 레이놀즈 응력과 난류 열유속을 간단한 대수적인 연산만으로 구할 수 있는 모델방법을 채택하기로 한다.

Rodi<sup>11)</sup>는 레이놀즈 응력의 전달항이 난류 운동에너지의 전달항과 비례한다는 가정을 제안함으로써 비평형 상태하에서 식 (7)의 대류항과 난류 확산의 차이를 다음과 같이 근사시키고 있다.

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} - D_{iff}(\overline{u_i u_j}) &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \left[ \frac{Dk}{Dt} - D_{iff}(k) \right] \\ &= \frac{\overline{u_i u_j}}{k} (P - \varepsilon) \end{aligned} \quad (11)$$

이 가정은  $\overline{u_i u_j}$ 에 비하여  $\overline{u_i u_j}/k$ 의 시간, 공간에 대한 변화가 작을 때 잘 맞는 가정이다<sup>11)</sup>.

Gibson과 Launder<sup>9)</sup>는 난류 열유속의 전달항에 대하여 식 (11)과 유사하게 속도와 온도 요동이 함께 난류 열유속에 작용하므로 식 (8)에 대하여 다음과 같이 가정하였다.

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i \theta}}{Dt} - D_{iff}(\overline{u_i \theta}) &= \frac{\overline{u_i \theta}}{2k} (P - \varepsilon) \\ &\quad + \frac{\overline{u_i \theta}}{2\bar{\theta}^2} (P_\theta - \varepsilon_\theta) \end{aligned} \quad (12)$$

모델 방정식 (12)을 보다 단순화시키기 위해서  $\bar{\theta}^2$  방정식 (21)에 국소평형조건을 사용하면  $P_\theta \equiv \left( -\overline{u_j \theta} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \varepsilon_\theta$ 이 되므로 식 (12)에서 마지막 항은 무시될 수 있다. 방정식 (8)의 마지막 항인  $\varepsilon_{i\theta}$ 는 난류 유동장에서 일반적으로 소멸에 기여하는 에디(eddy)들은 대단히 작은 등방성 에디라는 Kolmogoroff의 국소 등방성 가정을  $\varepsilon_{i\theta}$ 에도 확대 적용시키면 등방성 벡터는 영 벡터 밖에 존재하지 않으므로 결과적으로  $\varepsilon_{i\theta} \approx 0$ 으로서 무시하기도 한다.

지금까지 언급한 모델들을 식 (7) 및 (8)에 적용하면 다음과 같이  $\overline{u_i u_j}$ 와  $\overline{u_j \theta}$ 를 대수식으로 표현 할 수 있다.

$$\overline{u^2} = \frac{\eta\varepsilon - 2r\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y}}{1 + 2r \frac{k}{\varepsilon}} \quad (13)$$

$$\overline{v^2} = \eta k + 2r \frac{k}{\varepsilon} \beta g \overline{v\theta} \quad (14)$$

$$\overline{uv} = r \frac{k}{\varepsilon} \left( \overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y} - \beta g \overline{u\theta} \right) \quad (15)$$

$$\overline{u\theta} = \frac{(C_{2\theta} - 1)\overline{v\theta} + r \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial y} \overline{v^2}}{r\beta g \frac{k^2}{\varepsilon^2} \frac{\partial T}{\partial y} + C_{1\theta}} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial y} \quad (16)$$

$$\overline{v\theta} = \frac{\beta g(1 - C_{2\theta})\overline{\theta^2} - \eta k \frac{\partial T}{\partial y}}{\left( 2r\beta g \frac{k^2}{\varepsilon^2} \frac{\partial T}{\partial y} + C_{1\theta} \right) \cdot \frac{\varepsilon}{k}} \quad (17)$$

여기서  $r \equiv \frac{1 - C_2}{C_1}$ ,  $\eta \equiv \frac{2}{3}(1 - r)$

이 결과식에서  $k$ 와  $\varepsilon$  그리고  $\bar{\theta}^2$ 가 미지의 변수로 나

타난다. 이 변수들의 경량적인 정보를 얻어내는 방법에 따라 2-방정식 모델과 4-방정식 모델로 나누어진다<sup>6)</sup>.

아래에 그 각각의 방법에 대하여 간단히 설명하였다.

### 3.1. 2-방정식 모델

레이놀즈수가 큰 유동에 대한 난류 운동에너지와 그 감쇄율 방정식은 다음과 같다<sup>12)</sup>.

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) - \underbrace{\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{P : \text{production}} - \beta g_i \overline{u_i \theta} - \epsilon \quad (18)$$

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} P - C_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (19)$$

여기서 실험상수는 Launder와 Spalding<sup>12)</sup>에 따라  $C_{1\epsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\epsilon} = 1.92$ ,  $\sigma_k = 1.0$  그리고  $\sigma_\epsilon = 1.3$ 으로 한다.

$\bar{\theta}^2$ 에 대한 모델은  $\bar{\theta}^2$ 의 전달 방정식에 국소 평형 가정을 사용하여 얻어낼 수 있다. 즉,  $\bar{\theta}^2$ 의 생성( $P_\theta$ )과 감쇄율( $\epsilon_\theta$ )을 갖게 하고, 특성시간비( $R$ )를 일정하다고 가정할 경우 다음과 같은 모델을 얻었다.

$$\bar{\theta}^2 = -2R \frac{k}{\epsilon} \overline{u_i \theta} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (20)$$

Patankar와 Spalding<sup>13)</sup>은  $R$ 의 값을 0.5로 한 반면, Gibson과 Launder<sup>14)</sup>는  $R$ 을 0.8로 하여 부력효과가 있는 자유전단 유동을 비교적 정확히 계산하였다. 본 연구에서는  $R=0.8$ 을 사용하였다.

### 3.2. 4-방정식 모델

$\bar{\theta}^2$ 와  $\bar{\theta}^2$ 의 감쇄율( $\epsilon_\theta$ )에 대한 모델 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{D\bar{\theta}^2}{Dt} = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j \bar{\theta}^2}) - 2\overline{u_j \theta} \frac{\partial T}{\partial x_j} - 2\epsilon_\theta \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon_\theta}{Dt} = & -\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\epsilon_\theta u_j}) - 2.0 \frac{\epsilon_\theta^2}{\bar{\theta}^2} \\ & - 1.96 \overline{u_j \theta} \frac{\epsilon_\theta}{\bar{\theta}^2} \frac{\partial T}{\partial x_j} - 0.8 \frac{\epsilon \epsilon_\theta}{k} \\ & + c_\theta P \frac{\epsilon_\theta}{k} \end{aligned} \quad (22)$$

위 식에서 확산 전달항에 대한 모델은 단순 구배확산 모델을 적용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$-\overline{u_j \bar{\theta}^2} = \frac{\nu_t}{\sigma_\theta} \frac{\partial \bar{\theta}^2}{\partial x_j} \quad (23)$$

$$-\overline{\epsilon_\theta u_j} = \frac{\nu_t}{\sigma_{\epsilon_\theta}} \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} \quad (24)$$

여기서 사용된 모델상수  $\sigma_\theta$ 와  $\sigma_{\epsilon_\theta}$ 는  $\sigma_k$ 와  $\sigma_\epsilon$ 에서 유추하여 각각 1.0의 값을 주었다.  $\sigma_\theta$ 와  $\sigma_{\epsilon_\theta}$ 에 대해서는 간단한 기하학적 형상에 대한 실험결과와 비교하여

정확한 값을 얻을 필요성이 남아 있다.  $\epsilon_\theta$ -방정식의 처음 세항은 Newman, Launder 그리고 Lumley<sup>15)</sup>의 결과를 이용하였고, 마지막 항은 Launder<sup>7)</sup>의 제안을 사용하였다. 이때 모델상수  $C_\theta$ 는 국소평형 상태의  $\epsilon_\theta$ -방정식에서 유추하였으며, 0.85로 계산하였다.

## 4. 경계조건과 수치해석

수치해석을 위해서는 입구와 벽에서의 모든 변수에 대한 초기 조건과 경계조건이 필요하다. 본 연구에서는 입구의 속도와 온도분포를 일정하다고 가정하고, 난류 성분들에 대하여는 아래와 같은 식들을 사용하였다<sup>16,17)</sup>.

$$k_0 = 0.005 U_0^2 \quad (25)$$

$$\epsilon_0 = C_D k_0^{3/2} / (0.03H) \quad (C_D = 0.09) \quad (26)$$

$$\bar{\theta}_0^2 = 0.05 (T_0 - T_a)^2 \quad (27)$$

$$\epsilon_{\theta 0} = \bar{\theta}_0^2 \cdot \epsilon_0 / (2k \cdot R) \quad (R = 0.8) \quad (28)$$

여기서 하첨자 0는 입구조건을 나타내며  $T_a$ 는 수조 내의 초기 수온을 표시한다. 윗쪽 자유 경계면과 출구의 경계조건을 모든 성분들의 단면에 수직인 방향의 구배가 영이라고 하는 가정을 사용하였다. 벽면 근처의 속도 성분에 대하여는 벽면과 벽으로부터 첫번째 계산점 사이의 전단응력이 일정하다는 가정을 사용하고, 벽 전단응력을 고려하여 계산하였다. 벽으로부터 첫번째 계산점( $p$ )의 위치는 계산에 앞서 임의로 벽면에 매우 가깝게 정함으로써 계산중 고정되어 있으나 벽면의 마찰속도의 변화로 인해서 벽면 마찰속도에 의한 무차원 거리  $y^+$ 는 시간과 장소에 따라 변하므로  $y^+ = 11.5$ 를 기준으로 하여 다음과 같이 벽 전단응력을 계산한다.

$$\begin{aligned} \tau_w = & \kappa C_D^{1/4} \rho U_p k_p^{1/2} / I_n (E \rho \delta^{1/2} C_D^{1/4} / \mu) \\ & (y^+ \geq 11.5) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \tau_w = & \mu U_p / \delta \quad (y^+ \leq 11.5) \\ & (\kappa = 0.4, E = 9.0) \end{aligned} \quad (30)$$

난류 운동에너지( $k$ )와 그 감쇄율( $\epsilon$ )의 벽면에 의한 영향은 Pun과 Spalding<sup>16)</sup>의 벽면 함수를 사용하였다. 본 연구의 기하학적 형태에서 알 수 있듯이 벽면 주위의 유동은 대단히 작으므로 벽면 효과가 난류 성분에 주는 영향이 매우 작다고 볼 수 있다. 즉 벽면의 온도 구배나 속도 구배가 윗 부분의 혼합 영역에 비하여 매우 작기 때문에 일반적인 벽면 함수의 사용으로도 계산결과에 미치는 영향을 무시할 수 있다. 특별히  $\bar{\theta}^2$ 와  $\epsilon_\theta$ 의 벽면 근처에서의 값은 Sung과 Chung<sup>6)</sup>의 모델로부터 온도 구배를 무시할 수 있다고 가정하여 영의

값을 취하였다. 여기서 계산해야 될 방정식들은  $x$ -방향과  $y$ -방향의 2차원 타원형 꼴의 편미분 방정식들이다. 이 방정식들은 Pun과 Spalding<sup>16)</sup>의 일반적 2차원 유동을 계산할 수 있는 program(CHAMPION)을 변형하여 계산하였다. 유한 차분 방정식은 Patankar<sup>18)</sup>의 power-law scheme을 사용하였다. Power-law scheme을 사용할 경우 종전까지 일반적으로 사용되던 up-wind scheme의 수치적 확산에 의한 오차를 크게 줄일 수 있다는 장점이 있다. 계산과정은 Spalding<sup>13)</sup>의 simple algorithm을 채택하였다. 계산 node는 모두  $20 \times 15$ 로 하였으며 계산 시간은 4-방정식 모델의 경우 CDC-6600 컴퓨터를 사용하여 표면 방류한 순간부터 20초간의 유동상태를 시뮬레이션 하는데에 약 5분 정도 소요되었다.

5. 계산결과 및 검토

입구속도와 온도, 그리고 입구의 깊이를 기준으로 한 리차드슨수와 레이놀즈수가 각각 0.08과 1500인 경우에 대하여 두 가지 난류 모델을 적용하여 보았다. 이들 모델 계산의 비교를 분명히 하기 위하여 온수가 유출되기 시작한 후 20초 후, 수조의 중심에서  $y$ -방향을 따른 성분 분포를 나타내었다. Fig. 2(a)에서 2-방정식 모델의  $\bar{\theta}^2$  값이 4-방정식 모델 결과보다 거의 3배 가량 큼을 알 수 있다. 2-방정식 모델에서는  $\bar{\theta}^2$ 의 생성율이 감쇄율과 일치한다는 가정과 시간 상수비가

0.8로 일정하다는 가정을 사용하였다. 그러나 4-방정식의 결과인 Fig. 3의 평균 온도 상승 요동의 균형곡선으로부터 위의 가정이 온도 구배가 큰 영역에서는 합당치 않음을 알 수 있다. 또한 Fig. 4에서 알 수 있듯이  $R$ 이 실제로는 일정한 값을 갖지 않고 시간과 장소에 따라 0.3~1.3 사이에서 변하는 것을 알 수 있다. Fig. 2(b)는 2-방정식 모델의 평균 온도 상승 감쇄율( $\epsilon_\theta$ )과 식 (16)의 유한 차분법으로 계산한 4-방정식 모델의 결과를 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이 국소평형 가정에 의하여 예측한 감쇄율이 4-방정식에서 계산한 값보다 50%나 적으므로 결과적으로 Fig. 2(a)와 같이 2-방정식에서는 대단히 큰  $\bar{\theta}^2$  값을 주고 있다. Fig. 2(c)는 수직 난류 열전달량( $\bar{v}\theta$ )을 나타내고 있다. 이것은 평균 온도분포에 직접적으로 관련된 양으로써, 계산결과는 온도 구배가 큰 곳에서 4-방정식 모델의 결과가 2-방정식 모델보다 두배 정도 크게 나타났다.  $\bar{v}\theta$ 의 값이 크다는 것은 수직방향의 난류 열전달이 강하게 일어난다는 것을 의미하며, 위의 결과로부터 4-방정식 모델이 2-방정식 모델보다 빨리 열확산이 일어날 것으로 예측하고 있다. 이러한  $\bar{v}\theta$  값의 차이는 주로  $\bar{\theta}^2$ 의 차이에서 기인됨을 알 수 있다. 난류 운동 에너지(Fig. 5(a))는 두 모델 결과가 거의 일치하고 있다.  $x$ -방향 운동량 방정식에서 레이놀즈 전단 응력( $\bar{uv}$ )은 중요한 역할을 하고 있다. 그러나 Fig. 5(c)는  $\bar{uv}$ 의 값이 두 모델간에 큰 차이가 없음을 보여주고 있다. 이 결과로부터 열적 시간-상수는 속도 확산 과정에 거

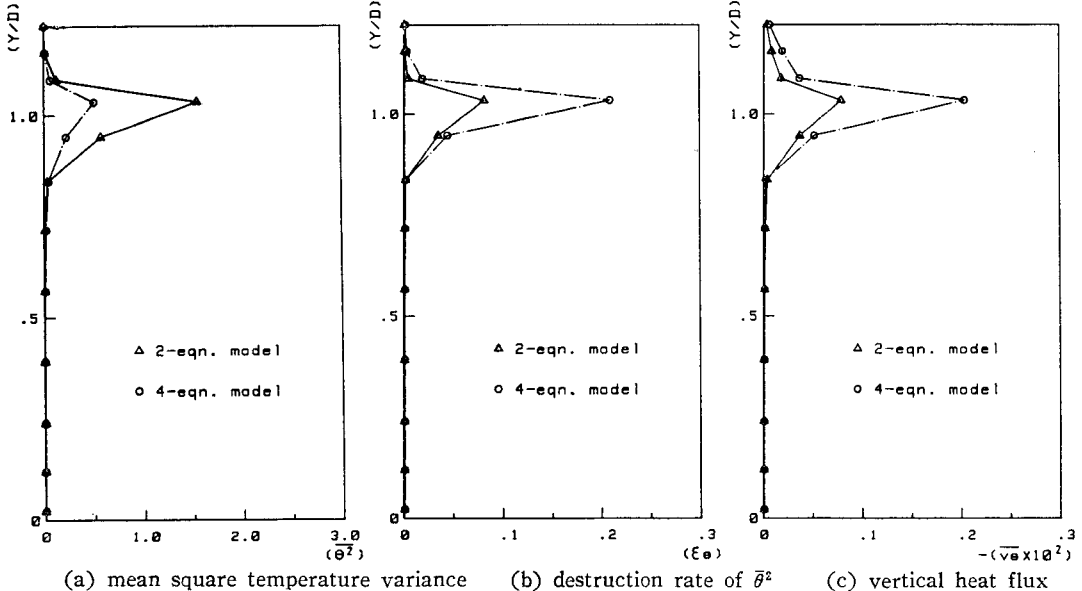


Fig. 2 Turbulent thermal property profiles ( $T=20$  sec,  $X/B=0.5$ )

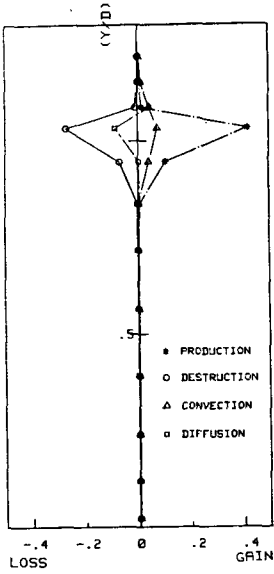


Fig. 3 Mean square temperature variance balance profiles ( $T=20$  sec,  $X/B=0.5$ , 4-Eqn. model)

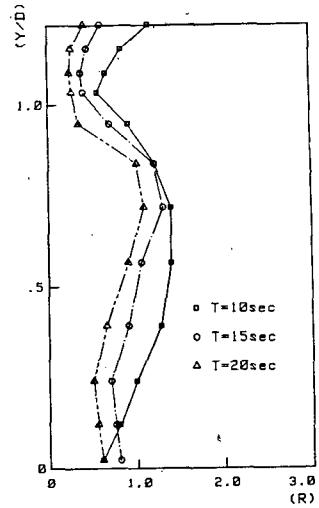
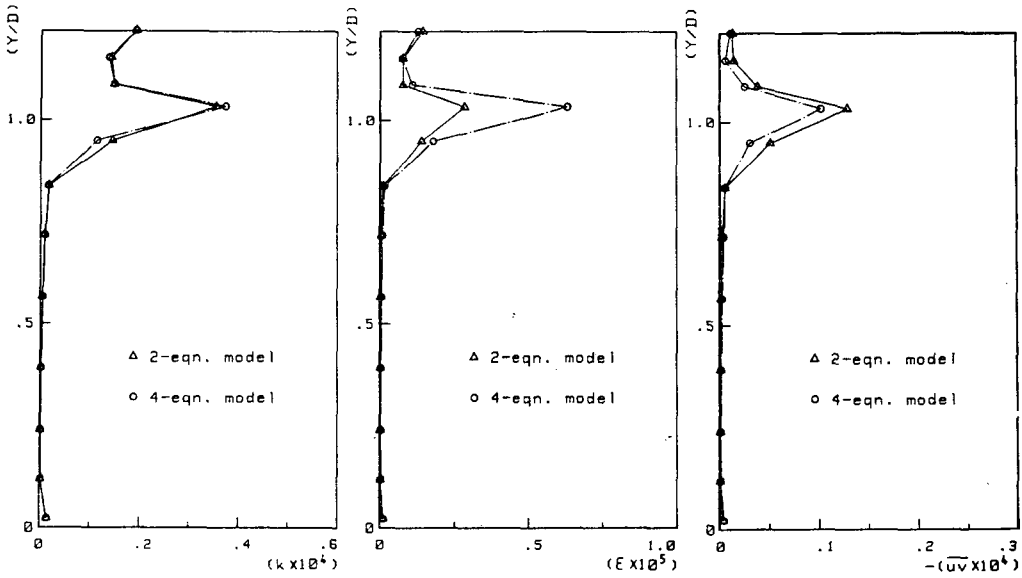


Fig. 4 Time scale ratio profile ( $X/B=0.5$ )



(a) turbulent kinetic energy (b) dissipation rate of  $k$  (c) Reynolds shear stress

Fig. 5 Turbulent velocity property profiles ( $T=20$  sec,  $X/B=0.5$ )

의 영향을 주지 않음을 알 수 있다. Fig. 6의 난류 운동 에너지의 균형곡선에서  $k$ 의 생성율이 감쇄율보다 거의 두배 정도 크음을 알 수 있다. 여기서 우리는 속도 구배가 큰 영역에서는 국소 평형에 대한 일반적인 가정이 합당치 않음을 알 수 있다. 이와 같은 이유로, 모델의 정확성을 높이기 위해서 비평형 난류모델을 사

용할 필요가 있다고 본다. Fig. 7은 수직방향의 난류 강도( $\bar{v}^2$ )를 나타내고 있다. 이것 역시 난류 운동에너지와 마찬가지로 두 모델이 모든 영역에서 거의 같은 정도의 분포를 주고 있으나 부력의 효과가  $\bar{v}^2$ 에 보다 더 크게 반영되기 때문에  $k$  분포에서 보다는  $\bar{v}^2$  분포에서 약간더 큰 차이를 나타내고 있다. Fig. 8(a)는 두

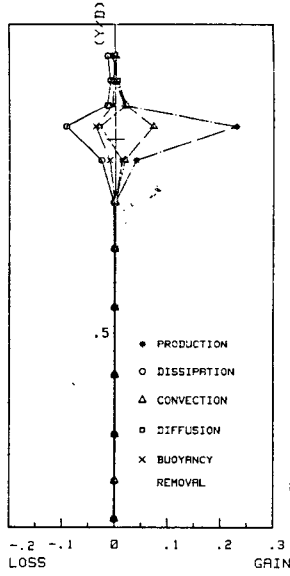


Fig. 6 Turbulent kinetic energy balance profiles ( $T=20$  sec,  $X/B=0.5$ , 4-Eqn. model)

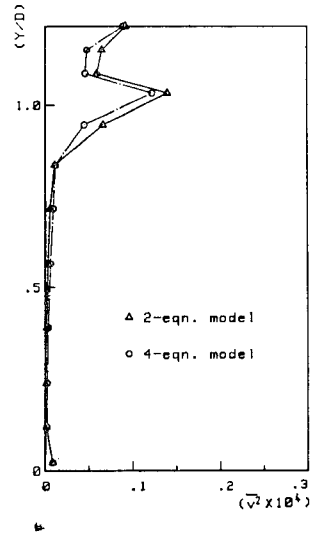
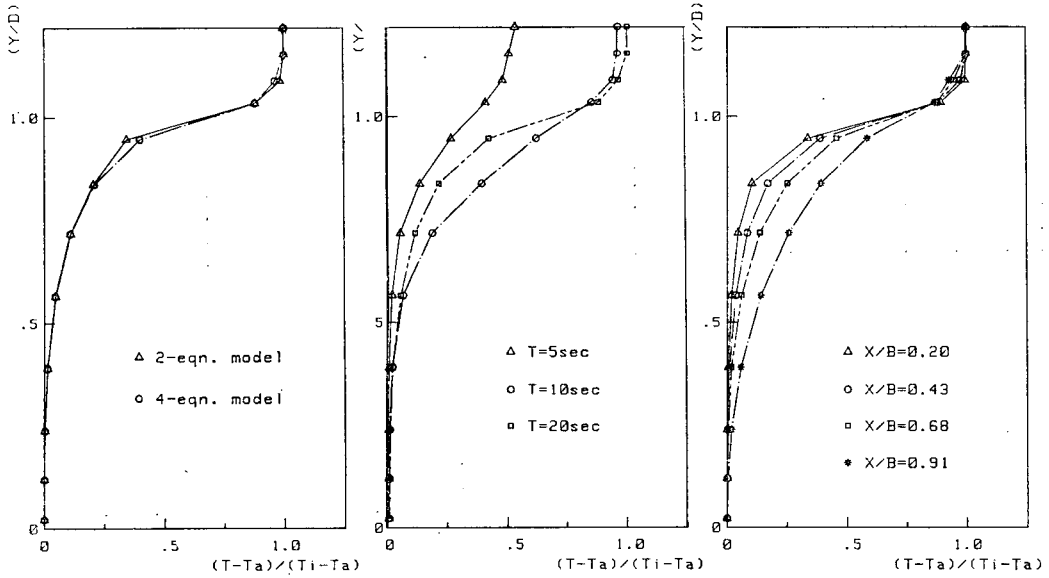


Fig. 7 Vertical Reynolds stress profiles ( $T=20$  sec,  $X/B=0.5$ )

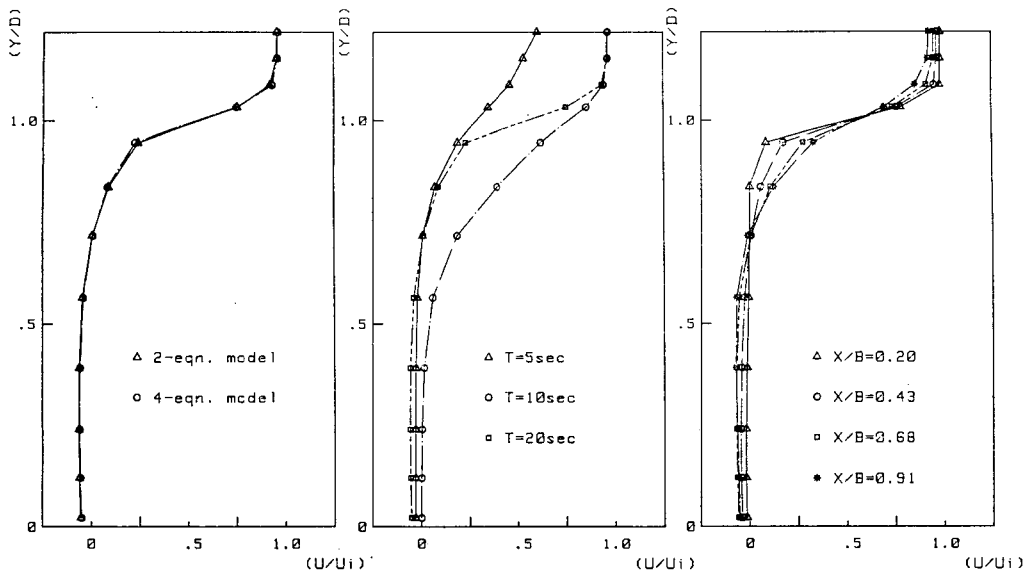


(a) model comparisons (b) ( $T=20$  sec, 4-Eqn. model) (c) ( $X/B=0.5$ , 4-Eqn. model)

Fig. 8 Mean temperature profiles

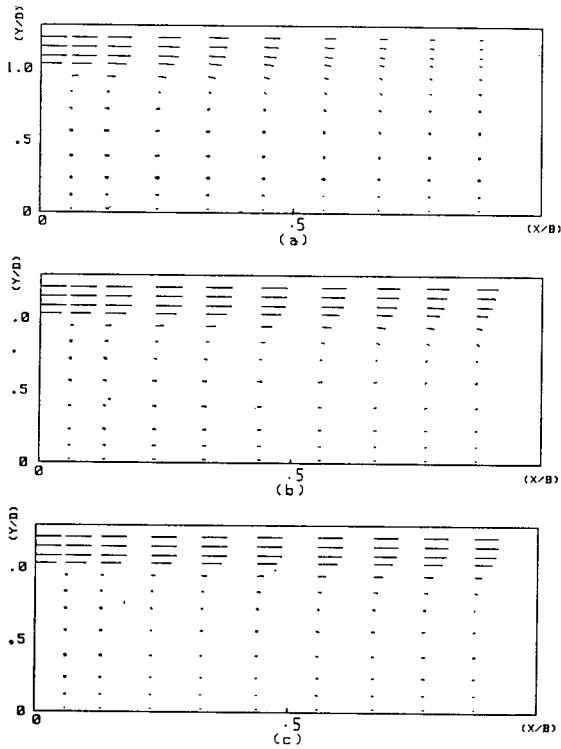
모델에 의해 계산된 평균 온도분포를 비교하고 있다. 두 모델이 모두  $Y/D=1.0$  부근에서 최대온도 구배를 나타내고 있다. 그러나 4-방정식 모델이 열확산이 좀 더 빨리 일어나는 것을 예측하고 있음을 알 수 있다. 이 결과는 열적 시간상수를 고려한 4-방정식 모델의 열확산이 2-방정식 모델보다 더 빠를 것이라는 처음의 예측과 일치하고 있다. Fig. 8(b)는 4-방정식 모델에

의한 평균 온도분포를 시간에 따라 나타낸 것이다. 온수가 방출된 10초 후 부터, 강한 초기 부력효과에 의하여 온도 구배가 커지고 있다. Fig. 8(c)는 4-방정식 모델의 평균 온도분포를 시각 20초에 대하여  $x$ -방향에 따른 분포를 나타내고 있다. 입구로부터 멀어질 수록 열확산이 많이 일어나고 있다. 이러한 열확산은 난류확산에 의해서 뿐만 아니라, 큰 와류유동에 의해서



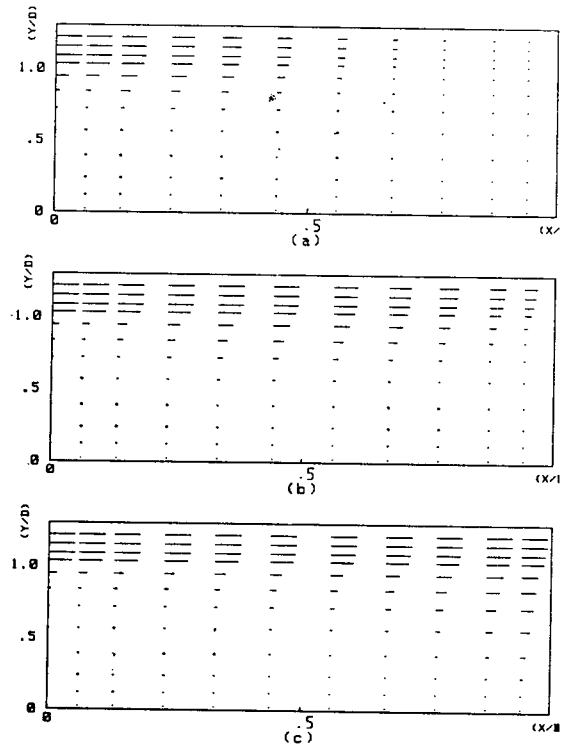
(a) model comparisons      (b) ( $T=20$  sec, 4-Eqn. model)      (c) ( $X/B=0.5$ , 4-Eqn. model)

Fig. 9 Mean velocity profiles



(a)  $T=5$  sec, (b)  $T=10$  sec, (c)  $T=20$  sec

Fig. 10 Mean velocity distributions



(a)  $T=5$  sec, (b)  $T=10$  sec, (c)  $T=20$  sec

Fig. 11 Mean temperature distributions



도 일어나고 있다. 두 모델에 대한 동일 장소와 시각에서의 평균 속도분포를 Fig. 9(a)에 나타내었다. 그림에서 보는 바와 같이 평균 속도분포는 거의 일치하고 있다. Fig. 9(b)는 4-방정식 모델의 평균 속도분포를 시간에 따라 나타낸 것이다. 여기서도 강한 부력효과에 의해서 속도구배가 증가한다는 것을 알 수 있다. Fig. 9(c)는 시간 20 초일 때의 수조내의 평균 속도분포를 나타낸 것이다. 수조내에 큰 와류가 형성되고 있음을 볼 수 있으며, 혼합영역의 운동량이 확산되고 있음을 알 수 있다. Fig. 10 과 11 은 각각 시간에 따른 속도 벡터와 온도분포를 도식적으로 나타내고 있다. Fig. 10 에서는 초기순간에 상당히 강하게 와류가 형성되면서 수조내의 물과 섞임을 알 수 있으며 시간이 경과함에 따라 마치 2차원 대칭 제트와 같은 속도분포를 가짐을 알 수 있다. Fig. 11 에서도 마찬가지로 온도분포가 2차원 제트유동과 유사한 형태로 전개되고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

일반적으로 4-방정식 모델의 계산결과는 평균속도와 온도분포에 있어서 2-방정식 모델과 거의 일치하고 있다. 그러나 열적 난류성분에 있어서는 큰 차이를 나타내고 있다. 4-방정식 모델의 열확산이 2-방정식 모델보다 빨리 진행되고 있음은 열적 시간 상수를 변수로서 취급한 4-방정식 모델이 이를 상수로 가정한 2-방정식 모델보다 열확산이 클 것이라고 하는 처음의 예측과 일치한다. 평균온도 분포에서 나타나는 이러한 차이는 직접적으로는 4-방정식 모델의 수직 열전달량 ( $\overline{w\theta}$ )이 2-방정식 모델보다 크다는 점에 기인한다. 평균 자승온도( $\overline{\theta^2}$ ) 균형곡선에서, 2-방정식 모델에서 가정한 열적 극소평형조건( $P_o = \epsilon_o$ )이 온도구배가 큰 영역에서는  $\overline{\theta^2}$ 의 값을 과장되게 하는 요인이 됨을 알 수 있다. 또한 4-방정식 모델이 운동량 확산에 대해서는 2-방정식 모델과 거의 같은 결과를 주고 있음은 본 연구에서 대상으로 한 유동장에서는 4-방정식 모델이 속도장에 별로 영향을 주지 않음을 보여준다.

참 고 문 헌

(1) J.J. McGuirk and W. Rodi, Mathematical Modelling of Three-dimensional Heated Surface Jets, J. Fluid Mech. Vol. 95, pp. 609-633, 1979.  
 (2) B.E. Launder, On the Effects of a Gravitational

Field on the Turbulent Transport of Heat and Momentum, J. Fluid Mech. Vol. 67, pp. 569-581, 1975.  
 (3) M.S. Hossain and W. Rodi, Influence of Buoyancy on the Turbulence Intensities in Horizontal and Vertical Jets, in: Heat Transfer and Turbulent Buoyant Convection, Ed. D.B. Spalding and N. Afgan, Hemisphere Pub. Co. 1977.  
 (4) Z. Warhaft and J.L. Lumley, An Experimental Study of the Decay of Temperature Fluctuations in Grid-generated Turbulence, J. Fluid Mech. Vol. 88, pp. 659-684, 1978.  
 (5) C. Begier, I. Dekeyser and B.E. Launder, Ratio of Scalar and Velocity Dissipation Time Scales in Shear Flow Turbulence, Phys. Fluids, Vol. 21, pp. 307-310, 1978.  
 (6) H.J. Sung and M.K. Chung, Development of Four Equation Turbulence Model for Prediction of Mixed Convective Heat Transfer on a Flat Plate, Trans. KSME, Vol. 7, pp. 193-203, 1983.  
 (7) B.E. Launder, Heat and Mass Transport, in: Topics in Applied Physics, Vol. 12, Springer-Verlag, 1976.  
 (8) R.C. Weast and M.S. Astle, CRC Handbook of Heat Transfer, McGraw-Hill Co. 1973.  
 (9) M.M. Gibson and B.E. Launder, On the Calculation of Horizontal Turbulent Free Shear Flows under Gravitational Influence, J. Heat Transfer, Trans. ASME, Vol. 98, pp. 81-87, 1976.  
 (10) B.E. Launder and D.S.A. Samaraweera, Application of a Second-moment Turbulence Closure to Heat and Mass Transport in Thin Shear Flow-I. Two-dimensional Transport, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 22, pp. 1631-1643, 1979.  
 (11) W. Rodi, A New Algebraic Relation for Calculating the Reynolds Stresses, ZAMM 56, pp. 219-221, 1976.  
 (12) B.E. Launder and D.B. Spalding, The Numerical Computation of Turbulent Flow, Comp. Mech. in Appl. Mech. and Eng. Vol. 3, pp. 269-289, 1974.  
 (13) S.V. Patankar and D.B. Spalding, A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows.

- Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 15, pp. 1787-1806, 1972.
- (14) M.M. Gibson and B.E. Launder, Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer, J. Fluid Mech. Vol. 86, pp. 491-511, 1978.
- (15) G.R. Newman, B.E. Launder and J.L. Lumley, Modelling the Behaviour of Homogeneous Scalar Turbulence, J. Fluid Mech. Vol. 111, pp. 217-232, 1981.
- (16) W.M. Pun and D.S. Spalding, A general Computer Program for Two-dimensional Elliptic Flows, HTS/76/2, Imperial College of Science and Technology, 1977.
- (17) C.J. Chen and C.H. Chen, On Prediction and Unified Correlation for Decay of Vertical Buoyant Jets, J. Heat Transfer, TRANTS. ASME, Vol. 101, pp. 532-537, 1979.
- (18) S.V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Mechanics, Hemisphere Pub. Co. 1980.