

<論 文>

모아레法에 의한 벌지 試驗에 관한 研究†

白南柱* · 池蓉柱** · 姜大敏**

(1983年 4月 20日 接受)

Study on Bulge Test by Moiré Method

Nam Ju Paik, Yong Ju Jee and Dae Min Kang

Abstract

This study measures polar compressive thickness strain and radius of curvature of the bulge through Moiré method in bulge test.

Hill's and Alexander's bulge theories, instability conditions derived by Swift's, Hill's, Alexander's and Wang's theories, are also investigated, compared with Moiré experimental results.

In order to review and compare with Hill's and Alexander's bulge theories, the relationships between radius of curvature of the bulge and polar height, between polar compressive thickness strain and polar height, are used.

Mild steel, soft copper and commercial pure aluminum are used in Moiré experiment.

According to this study, Hill's and Alexander's bulge theories, instability conditions derived by Swift's, Hill's, Alexander's and Wang's theories are agreement to Moiré experiment results.

記 號 說 明

- A : 實驗의 常數
- a : 圓弧다이의 半徑
- h : 極 높이
- n : 加工 硬化 指數
- P : 液壓
- r : 變形後의 微小 要素까지의 半徑
- t : 板材의 變形後 두께
- t_0 : 板材의 初期 두께
- σ_ϕ : 子午線 方向의 應力
- σ_θ : 圓周 方向의 應力
- $d\varepsilon$: 相當 増分變形度
- $d\varepsilon_r$: 板두께 方向의 増分變形度

- $d\varepsilon_\phi$: 子午線 方向의 増分變形度
- $d\varepsilon_\theta$: 圓周方向의 増分變形度
- ε_i^* : 極點의 限界두께 變形度
- ε_0^* : 極點의 限界 相當 變形度
- R : 板材의 異方性 係數
- \bar{R} : $\frac{R_0 + 2R_{45} + R_{90}}{4}$
- $\bar{\varepsilon}$: 相當 變形度
- ε_θ : 圓周方向의 變形度
- ε_0 : 極두께 變形度
- ε_ϕ : 子午線 變形度
- θ : 中心軸과 固定端과의 角度
- ρ : 벌지의 曲率 半徑
- σ : 相當 應力
- ϕ : 中心軸과 微小 要素를 지나는 法線方向의 軸과 이루는 角
- i : 入射角
- g : 모델 格子線의 피치

† 1982년도 대한기계학회 추계 학술대회(82.11)에서 발표한 것임.

* 正會員, 釜山大學校 工科大学

** 釜山大學校 工科大学 大學院

- \bar{p} : 基準 格子線의 피치
- n' : 모아레의 次數
- θ_0 : 變形前의 狀態에서 모델 格子線과 基準 格子線 사이의 角
- λ : 미스매취 量
- δ : 두個의 干涉 무늬 사이의 距離
- Y : 초기 항복응력
- H' : 상수

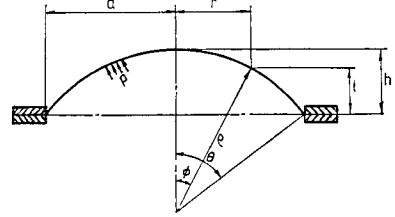


Fig. 1 Geometry of the bulge.

에 따른다.

이와 같은 假定에서 다음 關係를 얻을 수 있다.

(1) 液壓-極높이의 關係式

$$\frac{P}{A} = \frac{4t_0h}{a^2} \cdot \frac{[(2-n)\ln(1+h^2/a^2)]}{(1+h^2/a^2)^{3-n}}$$

(2) 極두께 變形度-極높이의 關係式

$$\epsilon_0 = (2-n)\ln(1+h^2/a^2)$$

(3) 曲率半徑-極높이 關係式

$$\rho = \frac{a^2+h^2}{2h}$$

2.2. Hill의 理論式⁷⁾

假定 : ○ 材料는 Von-Mises 降伏條件을 따른다.

○ 薄板의 두께가 블랭크 半徑에 비해서 매우 작다.

○ 임의의 變形段階에서 圓周方向에 대한 曲率 半徑과 子午線方向에 대한 曲率半徑은 極點에서는 같다.

○ 引張 試驗에서 應力과 變形度 關係는 $\sigma/Y = 1 + H'\epsilon$ 에 따른다.

이 假定에서 다음 關係式을 얻을 수 있다.

(1) 液壓-極높이의 關係式

$$\frac{P}{Y} = \frac{4ht_0}{a} \left[1 - \frac{1}{4}(3H'-5) \frac{h^2}{a^2} \right]$$

(2) 極높이-極두께 變形率의 關係式

$$\epsilon_0 = 2h^2/a^2 \left[1 - \frac{1}{4}(3H'-1)h^2/a^2 \right]$$

(3) 曲率半徑-極높이의 關係式

$$\frac{a}{\rho} = \frac{2h}{a} \left[1 - \frac{1}{2}(H'+1) \frac{h^2}{a^2} \right]$$

2.3. 不安定 條件式

不安定은 가장 큰 變形度가 발생하는 膜의 極點에서 局部的으로 일어날 것이며 이때의 最大 壓力은 極點의 두께 變形度를 測定함으로써 理論式에 의해 求할 수 있다.

Fig. 1에서 極點의 曲率 半徑을 ρ 라고 하면

1. 序 論

液壓 벌지 試驗은 큰 變形을 받는 狀態에서 應力-變形度 關係를 求할 수 있는 成形性에 관한 試驗法으로서 종래부터 實驗的¹⁻⁶⁾으로나 理論的⁷⁻¹⁸⁾으로 많이 研究되어 왔다. Hill⁷⁾은 Levy-Mises 增分 應力-變形度 關係를 사용하여 線型 加工材料에 대한 解를 誘導했고 Weil과 Newmak⁴⁾, Woo⁸⁾, 그리고 Stroråker⁹⁾는 Hencky 理論에 根據한 여러가지 數值解를 求했다. 최근에는 Iseki et al.¹⁴⁾ (1974), Kobayashi와 Kim¹⁵⁾ (1978), S. Wifi¹⁶⁾(1982), K. Osakaba et al.¹⁷⁾(1982), E. Nakamachi et al.¹⁸⁾(1982)에 의해 膜 理論에 根據를 두고 有限 變形도와 回轉을 考慮한 有限要素法이 研究되었다. 또한 光學的인 實驗方法으로서는 모아레 무늬를 利用하여 山田⁹⁾에 의해서 頂點 근방의 曲率 半徑과 變形도가 測定되었다. 그러나 油壓 벌지 試驗에 모아레法을 應用한 研究가 不充分하고 특히 不安定 狀態下的 研究가 言及되어 있지 않다.

本 研究에서는 모아레 實驗値와 R. Hill⁷⁾과 J.M. Alexander¹¹⁾의 論文에 根據한 理論値를 壓力-變形度, 變形度-極높이, 曲率半徑-極높이 等の 關係에 대해서 檢討하고 不安定 狀態에서의 極限 極두께 變形度 (ϵ_r^*)를 理論的으로 求해서 모아레 實驗値와 서로 比較함으로써 板材의 成形性을 豫測하고자 한다.

2. 理論 式

2.1. Alexander의 理論式¹¹⁾

假定 : ○ 材料는 等方性이고 Tresca 降伏條件을 따른다.

○ 薄板의 두께가 블랭크 半徑에 비해서 매우 작다.

○ 임의의 變形段階에서 벌지 形狀이 球形이다.

○ 引張 試驗에서 應力과 變形度 關係는 $\sigma = A\epsilon^n$

$$P=2t\sigma\phi/\rho \quad (1)$$

相當 變形度의 増分과 相當 應力은

$$\sigma=(\sigma_0^2-\bar{\alpha}\sigma_0\sigma_\phi+\sigma_\phi^2)^{1/2} \quad (2)$$

$$d\varepsilon=\bar{\beta}(\alpha\varepsilon_0^2+\bar{\alpha}d\varepsilon_0d\varepsilon_\phi+d\varepsilon_0^2)^{1/2} \quad (3)$$

$$\bar{\alpha}=\frac{2\bar{R}}{1+\bar{R}}, \quad \bar{\beta}=\frac{1+\bar{R}}{1+2\bar{R}^{1/2}}$$

應力-變形度 關係式은

$$\sigma=\bar{F}(Jd\varepsilon)^n \quad (4)$$

式 (1)을 全 微分하면

$$dP/P=dt/t+d\sigma_0/\sigma_0-d\rho/\rho \quad (5)$$

不安定에서는 $dP=0$

$$dt/t+d\sigma_0/\sigma_0-d\rho/\rho=0 \quad (6)$$

式 (4)로 부터

$$d\sigma/\sigma=nd\varepsilon/(Jd\varepsilon) \quad (7)$$

式 (3)의 體積 不變 條件으로 부터

$$dt/t=-(2/1+\bar{R})^{1/2}d\varepsilon \quad (8)$$

式 (7), (8)을 (6)에 代入하면 아래와 같은 式이 된다.

$$\left(\frac{2}{1+\bar{R}}\right)^{1/2}-\frac{n}{(Jd\varepsilon)}=-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{d\rho}{d\varepsilon} \quad (9)$$

여기서 $\bar{R}=1$ 일 때 等方性이 된다.

Hill에 의한 等方性 薄板에 대한 極點의 두께 方向의 變形度 式은 아래와 같다.

$$\varepsilon_i^*=-\frac{4}{11}(1+2n) \quad (10)$$

Swift는 平面 應力下에의 塑性 變形度에 대한 不安定 條件式을 만들었다. 이 條件式을 液壓 벌지에 적용시키면

$$\varepsilon_i^*=-\frac{1}{2}\left[\frac{33}{10}+n-\left(\frac{729}{100}-\frac{3}{5}n+n^2\right)^{1/2}\right] \quad (11)$$

J. Chakrabarty와 J.M. Alexander에 의하면

$$\varepsilon_i^*=-\frac{2(2-n)(1+2n)}{11-4n} \quad (12)$$

그리고 N.M. Wang과 M.R. Shammamy에 의해 限界 相當 變形度(ε_0^*)를 아래와 같이 나타내었다.

$$\varepsilon_0^*=[1+n(1+2\bar{R})]\frac{(1+\bar{R})^{1/2}}{\sqrt{2}(1+2\bar{R})} \quad (13)$$

2.4. 모아레法에 의한 曲率半徑¹⁹⁾ 및 變形度²⁰⁾

모아레法에 의한 曲率半徑은 다음 式에서 求한다¹⁹⁾.

$$\rho=\frac{\tan i(x^2+y^2)}{(2n'-1)\bar{\beta}}+\frac{(2n'-1)\bar{\beta}}{4\tan i} \quad (14)$$

여기서 $\sqrt{x^2+y^2}$ 은 모아레 무늬의 半徑이다.

모아레法에 의한 變形度 計算式은 다음과 같다²⁰⁾.

$$\left. \begin{aligned} e_x &= 1 - (1 + \bar{\lambda}) \cos \theta_0 + g / \delta_{xx} \\ e_y &= 1 - (1 + \bar{\lambda}) \cos \theta_0 + g / \delta_{yy} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

모아레 무늬가 座標軸에 대하여 45° 부근에 나타나

도록 모델 격자와 基準格子 사이의 角度 θ_0 를 設定하면

$$\delta_{xx}=\delta_{yy}=\sqrt{2}\delta$$

3. 實驗方法 및 實驗結果

3.1. 實驗方法

모아레 實驗順序는 다음과 같다.

- (1) 試片의 鍊磨 및 脫脂
- (2) 試片의 乾燥
- (3) 試片에 현상액을 塗布(回轉塗布乾燥器)
- (4) 乾燥
- (5) 試片위에 基準格子 附着(眞空燒付裝置)
- (6) 현상
- (7) 染色
- (8) 格子의 合格 有無를 判定하기 위하여 形狀機에서 格子 檢討
- (9) 試驗機에서 變形을 준다.
- (10) 카메라앞에 變形된 試片을 設置한다.
- (11) 基準格子線과 모델格子線으로서 適當한 ミス매취와 ミス어라인먼트를 利用하여 모아레 무늬를 찾는다.
- (12) 카메라를 利用하여 모아레 무늬를 찍는다.
- (13) 필름을 현상한다.
- (14) 測定한다.

實驗材料는 두께가 0.8mm인 軟鋼, 市販되는 純粹 알루미늄, 純鋼等을 진공 소부 裝置를 利用하여 試片에 格子를 입혀 破斷까지의 極點이를 段階的으로 나누어 測定했다.

사용한 格子線은 200lines/in ($\bar{\beta}=127\text{mm}$)이고 入射角 (i)은 30° 로 해서 모아레 實驗을 했다.

曲率 半徑은 $n'=1, 2, 3, 4$ 의 모아레 徑 d_1, d_2, d_3, d_4 를 測定하여

$$\rho_1=1.136d_1^2+0.055, \quad \rho_2=0.378d_2^2+0.165$$

$$\rho_3=0.227d_3^2+0.275, \quad \rho_4=0.16d_4^2+0.385$$

에서 求한 값의 平均값으로 計算하고 不安定下에서의 曲率 半徑은 不安定下에서 나타나는 모아레 무늬의 面積에 該當하는 相當圓의 相當 모아레 直徑을 求하여 測定하였다.

液壓 벌지 試驗은 다이 直徑은 $2r_2=50\text{mm}$ 이고 다이 形狀 半徑 R_d 는 4.5mm인 Torsee hydraulic bulge testing M/C(type HB-100) 裝置에서 實驗했다.

實驗에 사용된 試片은 市販되는 壓延板으로 두께 0.8mm인 薄板을 프레스를 利用하여 $150\text{mm}\phi$ 인 圓板으로 加工한 後 이것을 샌드 페이퍼와 酸化크롬을 利

Table 1 Average tensile properties of metals used

	Heat-Treatment	Y. P (kg/mm ²)	T. S (kg/mm ²)	E	\bar{R}	K	\bar{n}
Mild steel (SPC-1)	as-received	23.1	30.8	35.1(%)	1.37	58.8	0.23
Cu	as-received	20.97	22.5	19.5(%)	1.4	30.5	0.08
Al	as-received	11.07	12.51	3.5(%)	0.53	14.833	0.024

用하여 鏡面으로 만든 試片을 使用했다.

引張試驗은 液壓으로 作動되는 最大容量 25tons 인 萬能材料試驗機를 使用했다.

Cross head 速度는 軟鋼, 純銅, 알루미늄等을 1mm/min 으로 하고 荷重 500kg 下에서 extension meter 를 附着하여 室溫에서 行했다.

이 實驗에 使用된 試片의 形狀 및 치수는 ASTM 標準 試片 規格에 準했다.

$\frac{\epsilon_w}{\epsilon_t}$ 인 R 값은 軟鋼과 純銅은 15% 伸張 位置에서 荷重을 제거한 後 試片의 두께나 幅의 變化를 測定하여 求했으며⁵⁾ 알루미늄은 試片을 破斷시킨 後 破斷部가 均一하게 變形된 部分에서 測定하여 $R = \ln(w_0/w) / [\ln(l/l_0) - \ln(w_0/w)]$ 에서 求했다²¹⁾.

(w_0 : 試驗前 試片의 幅)

(w : 試驗後 試片의 幅)

(l_0 : 試驗前 試片의 標點距離)

(l : 試驗後 試片의 標點距離)

그리고 加工 硬化 指數 n 은 眞應力-眞變形度 曲線의 近似式인 $\sigma = k \cdot \epsilon^n$ 에서 誘導되는 $\ln \sigma$ 의 對數 그래프上的 기울기로부터 求했다.

위의 같은 方法으로 求한 材料의 機械的 性質을 Table 1에 表示했다.

Table 1에 整理한 모든 값들은 試片의 壓延方向을 考慮한 아래 式에 의해서 求했다.

$$\bar{A} = \frac{1}{4}(A_0 + 2A_{45} + A_{90})$$

3.2. 實驗結果 및 考察

모아레 實驗値와 앞에서 言及된 理論値를 比較, 分析해 보면 다음과 같다.

Figs. 2, 3, 4는 各各 軟鋼, 純銅, 市販되는 純粹알루미늄의 極두께 變形도와 液壓과의 關係를 表示하고 있다.

여기서 極두께 變形도는 모아레 實驗値에 Alexander 理論式¹¹⁾보다 Hill의 理論式⁷⁾이 더 一致하고 대체적으로 壓力이 커질수록 理論式은 모아레 實驗値와 差가 크다.

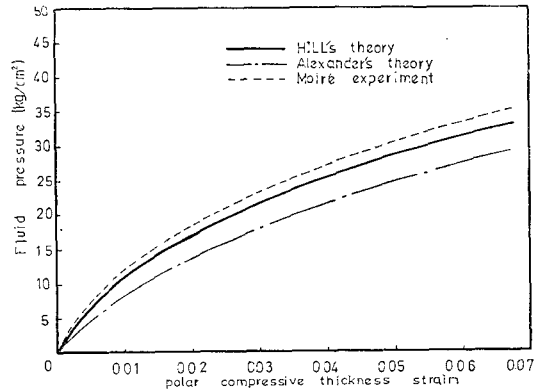


Fig. 2 Variation of fluid pressure with polar compressive thickness strain for mild steel

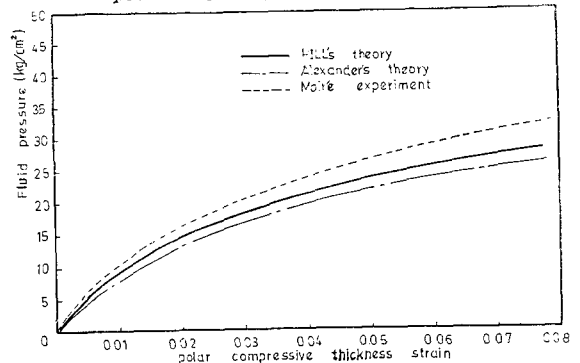


Fig. 3 Variation of fluid pressure with polar compressive thickness strain for soft copper

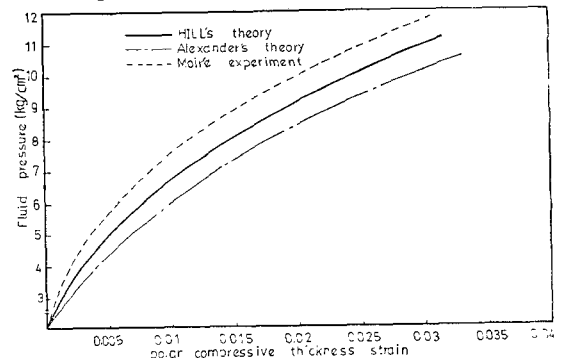


Fig. 4 Variation of fluid pressure with polar compressive thickness strain for commercial aluminum.

그리고 理論値와 모아레 實驗値는 液壓이 클수록 極 두께 變形率이 크다는 것을 알 수 있다.

Figs. 5, 6, 7 은 各各 純銅 軟鋼 市販되는 純粹 알루미늄의 極 높이와 曲率 半徑과의 관계를 表示한다.

여기서 理論値와 모아레 實驗値는 極 높이가 크면 클

수록 曲率 半徑이 작아진다는 것을 알 수 있다.

모아레 實驗値에 대체적으로 Hill의 理論式보다 Alexander의 理論式이 더 一致한다.

Figs. 8, 9, 10 등은 各各 市販되는 純粹 알루미늄 軟鋼 純銅 등의 極 높이와 極 두께 變形度와의 관계를 表示하고 있다. 理論値와 모아레 實驗値는 極 높이가 커

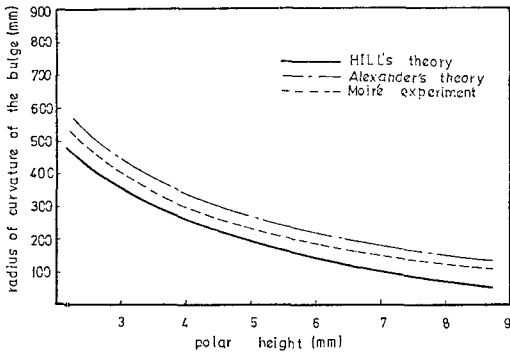


Fig. 5 Variation of radius of curvature of the bulge with polar height for soft copper

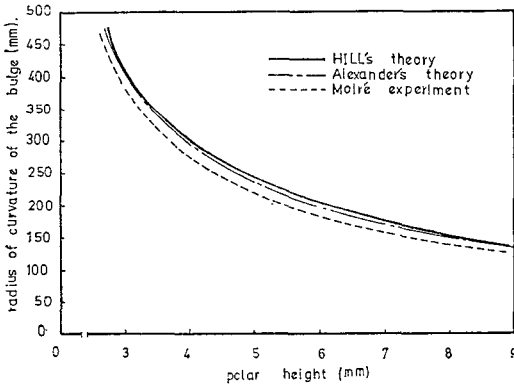


Fig. 6 Variation of radius of curvature of the bulge with polar height for mild steel

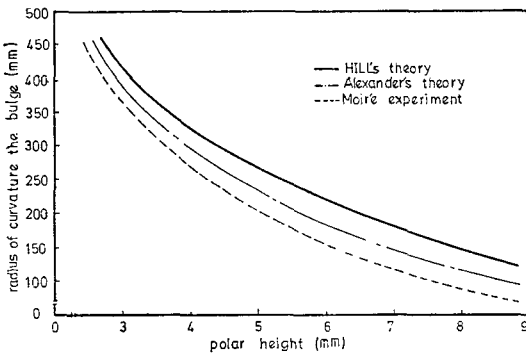


Fig. 7 Variation of radius of curvature of the bulge with polar height for commercial pure aluminum

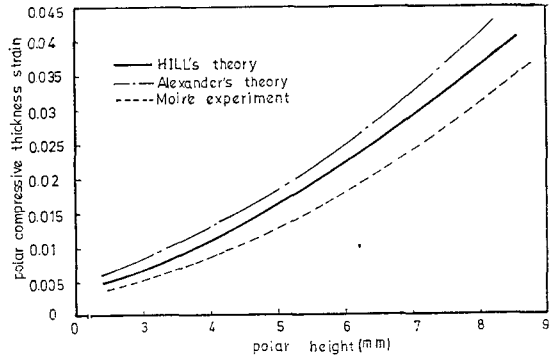


Fig. 8 Variation of polar compressive thickness strain with polar height for commercial pure aluminum

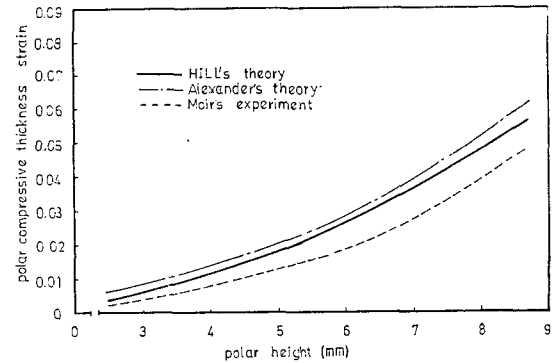


Fig. 9 Variation of polar compressive thickness strain with polar height for mild steel

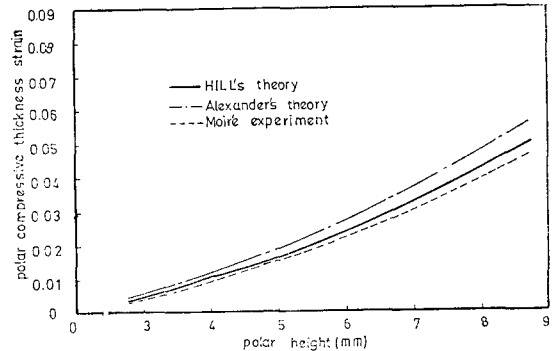


Fig. 10 Variation of polar compressive thickness strain with polar height for soft copper

Table 2 Comparison of Moiré experimental value with theoretical value for ϵ_1^*

	Swift		Hill		J.M Alexander		Wang		Moiré experiment	Numerical value(eq. 9)	
Mild steel	0.42	-16 (%)	0.53	+6 (%)	0.51	2 (%)	0.54	8 (%)	0.50	0.41	-18 (%)
Copper	0.32	-27 (%)	0.42	-4.5 (%)	0.40	-9.1 (%)	0.38	-13.6 (%)	0.44	0.33	-25 (%)
Al	0.31	-13.9 (%)	0.38	5.5 (%)	0.38	5.5 (%)	0.45	25 (%)	0.36	0.32	-11.1 (%)

질수록 極度에 變形度가 커진다는 사실을 알 수 있다. Hill의 理論式이 Alexander의 理論式보다 모아레 實驗值에 더 잘 一致한다.

Table 2는 不安定 狀態에서의 ϵ_1^* (限界, 極度에 變形度)와 모아레 實驗值를 比較한 것이다.

本 모아레 實驗值는 Wang, Swift의 理論值와 약간 큰 誤差가 생기지만 Hill, Alexander의 理論值와는 대체로 10%보다 적은 誤差內에 있다.

그러나 Wang¹⁰⁾, Swift의 理論值도 $\pm 25\%$ 以內的 誤差 범위內에 存在한다.

$n=0$ 이면 Alexander와 Hill 理論은 一致하게 된다.

그리고 맨끝 項의 數值 結果值들은 不安定 條件式으로 부터 유도된 結論式 (9)에 W.P. Roop¹¹⁾에 의해서 假定된 關係式 $\epsilon_1 = \frac{a^2}{4\rho^2}$ 를 代入하여 數值計算을 한 結果들이고 이때 $\bar{R}=1.0$ 일 때 等方性이 된다.

여기서 ϵ_1 은 極點에서의 子午線 方向의 對數 變形度를 나타낸다.

Figs. 11, 12, 13 등은 軟鋼, 純銅, 알루미늄材質에 대한 數值 結果들을 그래프화 한 것이다.

實線들은 異方性을 考慮했고 鎖線은 等方性인 경우

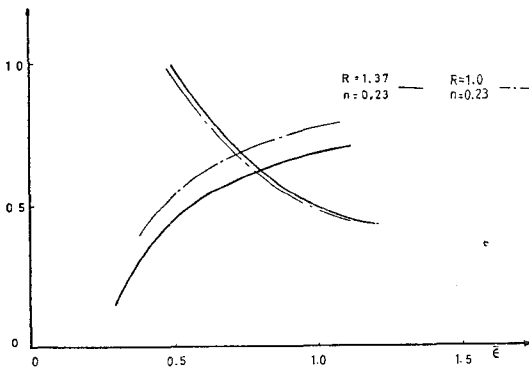


Fig. 11 Graphical solution of Instability equation using Roop's relation between radius and strain for mild steel

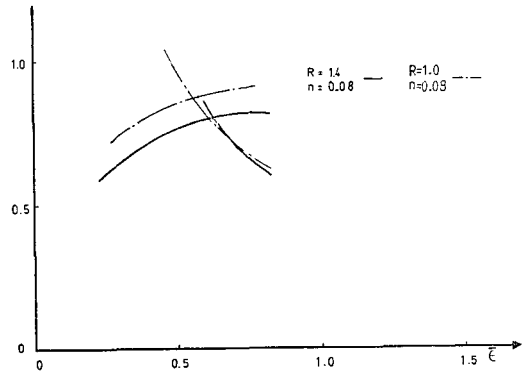


Fig. 12 Graphical solution of Instability equation using Roop's relation between radius and strain for soft copper

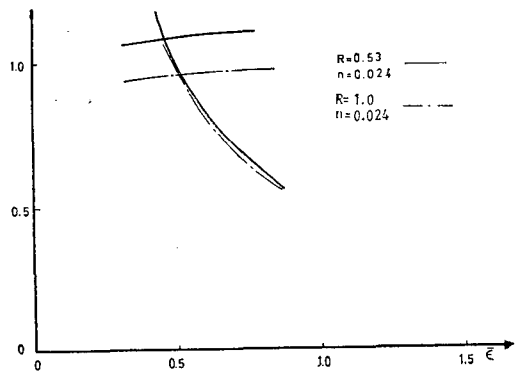


Fig. 13 Graphical solution of Instability equation using Roop's relation between radius and strain for commercial pure aluminum.

를 나타낸다.

세로 座標軸은 ϵ 를 나타내고 가로 座標軸은 一定 常數값들을 나타낸다.

交叉點은 不安定 狀態에서의 限界 極상당 變形度를 의미한다.

Fig. 14는 等方性 材質($\bar{R}=1.0$)에 있어서 加工 硬

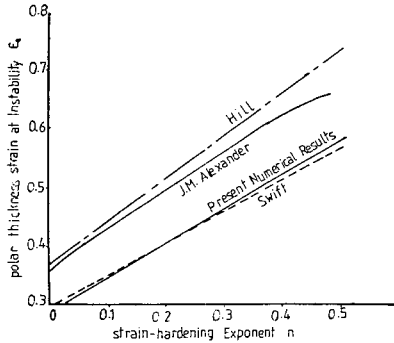


Fig. 14 Comparison of present theoretical results with other for polar thickness strain(absolute) at instability, with isotropic($\bar{r}=1.0$)

化指數들의變化에 따른不安定狀態에서極두께變形度에 대한理論的인結果值들과現在の計算值들을比較檢討하였다.

一般的으로引張試驗에서測定되는加工硬化指數(\bar{r})값은金屬의延성과成形성에관계가 깊다.加工硬化指數(\bar{r})값이 크면延伸率이크며成形성이 좋다는 것으로 생각된다²²⁾.

Swift의理論値와現在の計算値結果들이 거의一致함을 볼 수 있다.

그러므로現在の數值計算은極두께變形度を求하는데利用될 수 있다.

Fig. 15는軟鋼에 대해서極높이가7mm일 때의모아레寫眞이다.

이모아레寫眞을觀察해 보면圓으로 된모아레무늬가曲線으로 된모아레무늬가 나타나 있음을 알 수 있다.

여기서圓으로 된모아레무늬의直徑을測定함으로써頂點부근의曲率半徑을測定할 수 있다.頂點부근은平面一變形度變形을 받는다고假定하면變形度は頂點부근의모아레무늬間격을測定함으로써求할 수 있다.

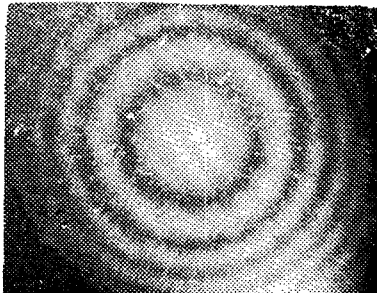


Fig. 15 Mild steel $h=7mm$

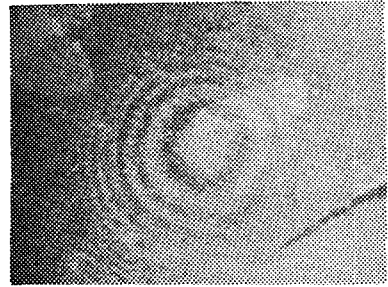


Fig. 16 Mild steel at the instability condition

同心圓모아레무늬의直徑은極높이(h)가增加할수록 작아진다.

Fig. 16은軟鋼에對하여不安定狀態에서의모아레무늬인데 이때의曲率半徑은이모아레무늬의相當圓에該當하는相當直徑을測定하여求했다.

4. 結 論

軟鋼, 알루미늄, 純銅等の金屬薄板을使用하여모아레實驗을한結果 다음과 같은結論을 얻었다.

- (1) 曲率半徑에 대한理論値와모아레實驗値를比較한結果 Hill의理論式보다 Alexander理論式이모아레實驗値에 더 잘 일치한다.
- (2) 極두께變形度에 대한理論値는모아레實驗値에比較한結果 Alexander理論式보다 Hill의理論式이모아레實驗値에 잘一致함을 알 수 있다.
- (3) Hill과 Alexander의理論式은軟鋼, 알루미늄, 純銅等の材料에 대해서는成形성이 좋은 즉加工硬化指數(\bar{r})값이 높은材料일수록 더욱더實驗値에 잘一致한다.
- (4) Table 2에서 보는 바와 같이 Hill, Swift, Alexander, Wang 등의不安全條件式은벌지試驗에서의不安定狀態下極限變形度を求하는데 알맞는方法임을 알 수 있다.

參 考 文 獻

- 1) W.F. Brawn and George Sachs, Trans. ASME., Vol. 70, pp.241, 1948.
- 2) A. Gleyzal, J. Appl. Mech., Trans. ASME., Vol. 70, pp.288, 1948
- 3) W.F. Brawn and F.C. Thompson, Trans. ASME., Vol.71, pp.575~585, 1949.
- 4) N.A. Weil and N.M. Newmark, J. Appl. Mech.,

- Dec, pp. 533, 1955.
- 5) P.B. Mellor, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol.5, pp.41~56, 1956.
 - 6) A.N. Bramley and P.B. Mellor, *Int. J. Mech. Tool Des. Res.*, Vol.5, pp.43~55.
 - 7) R. Hill, *Philosophical Magazine 7th Series*, Vol. 41, pp.1133~1142, 1950.
 - 8) D.M. Woo, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.6, pp.303~317, 1964.
 - 9) Bertil Storakers, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.8, pp. 619~628, 1966.
 - 10) N.M. Wang and M.R. Shammamy, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.17, pp.43~16, 1969.
 - 11) J. Chakrabarty and J.M. Alexander, *Journal of Strain Analysis*, Vol.5, pp.155, 1970.
 - 12) H.M. Shang, T.C. Hsu, *Journal of Engineering for Industry August 1979*, Vol.101, pp.341~347
 - 13) M.F. ILAHI, A. Parmar, P.B. Mellor *Int. J. Mech. Sci.* Vol. 23, pp.221~227.
 - 14) H. Iseki, T. Jimma and T. Murota, *Bull. JSME* 17, 1240(1974).
 - 15) S. Kobayashi and J.H. Kim, *proc. Symp. on Mechanics of Sheet Metal Forming*, 341 (D.P. Koistinen and N.M. Wang, Eds.), Plenum Press, New York (1978)
 - 16) Abdalla S. Wifi, Giza, Egypt, *Int. J. Mech. Sci.* Vol.24, No.7, pp.393~406(1982)
 - 17) K. Osakada and J. Nakano, K. Mori, *Int. J. Mech. Sci.* Vol.24, No.8, pp.459~468, (1982)
 - 18) E. Nakamachi, S. Takezono, R. Sowerby. *Journal of Applied Mechanics*, September 1982, Vol.49, pp.501~506
 - 19) 山田, 花井, 曲本, 第十八回 塑性 加工 聯合 講演會(昭和 四二年十一月十九日) 東京
 - 20) 山田, 花井, 曲本, *金屬材料*, 159, 7-5(1967)
 - 21) W.A. Backofen, W.F. Hosford and J.J. Burke, *Trans. ASME.*, Vol.55, pp.264, 1962.
 - 22) Nozomu Kawai, Manabu Gotoh and Yasushi Klrosaki. *Bulletin of the JSME*. Vol.18, No.120, June, 1975