

<論 文>

크랙이 있는 異方性 接着構造物의 혼합 모드 解析

洪 昌 善* · 鄭 光 泳**

(1983年 1月 15日 接受)

Mixed Mode Analysis of Bonded Anisotropic Structures with a Crack

C. S. Hong and K. Y. Jeong

Abstract

An adhesively bonded anisotropic structure containing a part-through crack subjected to in-plane mixed mode deformations is investigated. The problem is reduced to a pair of Fredholm integral equations of the second kind by mathematical analysis. By solving these equations numerically stress intensity factors k_1 and k_2 are presented. Two cases are considered with respect to fiber orientations. Case one is to fix the fiber orientations of sound plate bonded to cracked plate with various fiber orientations. The other is to vary fiber orientations for both plates.

As boundary conditions, tension and shear loading respectively, are applied to bonded anisotropic plates to observe mixed mode deformations.

기 호 설 명

a : 크랙길이의 반
 a_{ij} : 응력-스트레인의 컴플라이언스
 A_1, A_2, A_{ij} : 복소상수
 D : 적분영역
 q_1, q_2 : 응력확대 계수식의 핵
 G_a : 접착제의 전단계수
 h_1, h_2, h_a : 평판 1, 2 및 접착층의 두께
 H_{ij}, R_{ij}, S_{ij} : 변위식의 핵
 k_1, k_2 : 응력확대 계수
 p_0, q_0 : 크랙표면의 응력
 $R_c[]$: []의 실수부분

T_x, T_y, T_{xy} : 작용하는 하중
 T_{xj}, T_{yj}, T_{xyj} : 평판 j 에 작용하는 하중
 u_j, v_j : 평판 j 의 변위
 U_{ij}, V_{ij} : 변위
 x, y, x_0, y_0 : 좌표
 X_j, Y_j : 평판 j 의 체력
 z, z_0 : $x+iy, x_0+iy_0$
 z_a : $x+\mu_k y$, 특성좌표
 z_{k0} : $x_0+\mu_k y_0$, 특성좌표
 μ_j : 특성 방정식의 근
 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$: 응력장
 τ_x, τ_y : 접착제의 전단응력
 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$: 스트레인 장
 $\phi_k(z_k)$: 응력함수

* 正會員, 韓國科學技術院(學事部)

** 正會員, 韓國科學技術院(현재 三星重工業)

1. 서론

최근 構造의 輕量化를 위하여 複合材料의 사용이 급증하고 있다. 複合材料를 사용한 構造部品の 結合方法으로 많은 관심을 끌고 있는 것이 접착제를 사용하여 체결하는 이른바 接着結合法이다. 이러한 接着構造物에 균열(crack)이 있는 문제는 학문적으로는 물론 실제적인 응용면에서 매우 중요한 문제라 할 수 있다. 直交異方性 平板에 균열이 있는 接着構造物에 대한 보고가 여러편 있었으며 이에 대한 문헌조사가 참고문헌 [1]에 기술되어 있다.

複合材料는 섬유방향이 좌표축과 일치할 경우에 直交異方性(specially orthotropic)인 特性을 보이며, 좌표축과 일치하지 않을 경우, 즉 임의의 방향을 가지고 구성된 構造物은 異方性(anisotropic or generally orthotropic)인 거동을 보이게 되어 面內上(in-plane)에서 Shear-coupling 현상을 가지게 되어 力學的으로 복잡하고 等分性인 在來材料와는 매우 다른 거동을 보이고 있다.

크랙이 있는 等方性 接着構造物에 대한 해석⁽³⁻⁵⁾을 直交異方性재료에 대하여 확장해석한 보고^(1,2,6)가 있으나 대부분 섬유방향과 좌표축이 일치하는 특수한 경우의 인장만이 가해지는 모우드 I의 보고이다. 실제 구조물에서 섬유방향과 좌표축이 일치하지 않는 경우는 흔히 있는 일이며 또한 크랙이 섬유방향과 수직이 아닌 임의의 각을 가지고 있는 것이 좀 더 일반적인 경우이다. 섬유방향이 좌표축과 일치하지 않는 경우에는 탄성학적 비대칭성으로 인하여 크랙에 수직방향에서 인장을 받고 있는 경우에도 모우드 I의 k_1 뿐만 아니라 k_2 가 함께 나타나는 혼합모우드(mixed mode) 변형을 보이게 된다.

본 논문에서는 Lekhnitskii의 복소변수법⁽⁷⁾을 이용하여 문헌 [1]의 直交異方性 接着構造物에 대한 해석을 異方性재료까지 확장해석 하였다. 그 경계조건도 균열에서 멀리 떨어진 곳에서 수평력만 주는 인장하중 뿐만 아니라 전단하중을 받는 문제로서 여러가지 섬유 방향을 바꾸어 혼합모우드 변형을 해석하여 수치결과로서 응력확대계수 k_1 및 k_2 를 구하였다.

2. 문제의 해석

본 연구에서 다루고 있는 기본 구조물을 Fig. 1(a)

에 나타내었다. 크랙을 가지고 있는 두께 h_1 인 異方性 平板과 크랙이 없는 두께 h_2 인 異方性 平板이 두께 h_2 인 接着層에 의해 부착되어 있다. 경계조건은 크랙으로부터 상당히 멀리 떨어진 곳에서 단위길이당 수평력 T_x , T_y 가 작용하고 전단력 T_{xy} 가 작용하고 있다. 이 경우의 응력확대계수(stress intensity factor: SIF)를 구하고자 한다. Fig. 1에서 평판 1*의 주 크랙과 평판 1과 接着層사이의 debond의 크기가 같은 것은 크랙이 피로에 의해 성장할 때 크랙첨단과 함께 전파함으로서 가능성이 실험으로 보고된 바 있다⁽⁴⁾. 본 논문에서는 debond의 크기가 크랙의 크기가 같은 경우이며 크기가 다를 때도 Fig. 1과 같은 방법으로 문제를 해석할 수 있다. 본 문제를 해석하기 위한 가정은 다음과 같다.

(1) 平板 1, 2는 선형탄성이고 異方性 성질을 갖는다. (2) 平板의 두께 h_1, h_2 가 in-plane dimension에 비하여 작으므로 평면응력상태로 간주한다. (3) 각 平板에서 두께에 따른 응력변화는 없다. (4) 平板 1, 2에 비하여 接着層의 두께가 작으므로 接着層은 전단스프링으로 가정한다. (5) 각 平板의 굽힘 stiffness는 무시한다.

τ_x, τ_y 를 接着層에 작용하는 전단응력의 x, y 의 성분이고 u_1, u_2, v_1, v_2 를 평판 1, 2에서의 x, y 방향의 평면 변위라 하면 가정 (4)로부터 다음 식이 나온다.

$$u_1 - u_2 = \frac{h_a}{G_a} \tau_x : v_1 - v_2 = \frac{h_a}{G_a} \tau_y \quad (1)$$

각 평판에 작용하는 x, y 방향의 단위 부피당 힘은

$$\begin{aligned} X_1 &= -\frac{\tau_x}{h_1}, & Y_1 &= -\frac{\tau_y}{h_1} \\ X_2 &= \frac{\tau_x}{h_2}, & Y_2 &= \frac{\tau_y}{h_2} \end{aligned} \quad (2)$$

2.1. 크랙표면의 응력결정

Fig. 1(a)의 解는 Fig. 1(b)와 (c)를 중첩함으로써 구할 수 있다. Fig. 1(b)에서 두 평판사이의 변위가 없으므로 결국 두 평판사이의 interface 전단응력이 없게 된다. 따라서 응력결정계수, interface shear stress를 구하는 Fig. 1(b)의 문제는 Fig. 1(c)의 문제와 같게 되고 Fig. 1(b)는 크랙표면에 작용하는 응력을 구하는 데 사용된다. Fig. 1(c)에서 크랙표면에 작용하는 응력 p_0, q_0 는 Fig. 1(b)에서 平板 1이 받는 응

* 이하 平板 1은 크랙이 있는 경우이고 平板 2는 크랙이 없음을 나타낸다.

력과 같다.

T_{xj}, T_{yj}, T_{xyj} 를 크랙에서 멀리 떨어진 곳에서 평판 j 가 받는 단위길이당 수평력과 전단력이라 하면 평형 조건에서

$$T_{x1} + T_{x2} = T_x, \quad T_{y1} + T_{y2} = T_y, \quad T_{xy1} + T_{xy2} = T_{xy} \quad (3)$$

a_{ij} 를 다음식과 같이 정의된 compliance matrix라 하면

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Fig. 1(b)에서 평판 1,2의 변위가 같으므로 다음식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{h_1} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{x1} \\ T_{y1} \\ T_{xy1} \end{Bmatrix} \\ = \frac{1}{h_2} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_{x2} \\ T_{y2} \\ T_{xy2} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

crack surface pressure p_0, q_0 는 (6)식에 의해 나타낼 수 있으며 T_{y1}, T_{xy1} 은 식 (3), (5)에 의해 구한다.

$$p_0 = \frac{T_{y1}}{h_1}, \quad q_0 = \frac{T_{xy1}}{h_1} \quad (6)$$

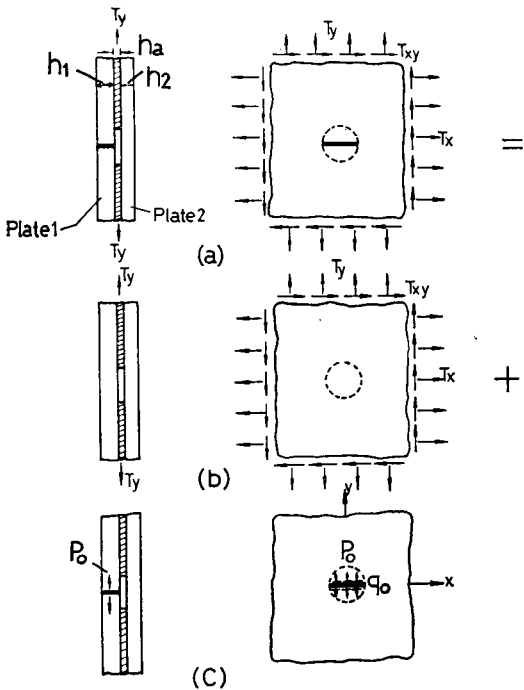


Fig. 1 Superposition technique for an adhesively bonded plate with a debondin crack.

2.2. 크랙이 없는 平板의 변위

Fig. 1(c)의 문제는 Fig. 2의 크랙이 없는 평판의 문제와 Fig. 3의 크랙이 있는 평판의 문제로 나누어 생각한다. 異方性 材料로 만들어진 무한평판에 Fig. 2와 같이 $z_0(x_0, y_0)$ 에서 집중하중 (X_2, Y_2) 가 작용할 때 응력함수는 다음과 같다[7].

$$\begin{aligned} \phi_1(z_1) &= (A_{11}X_2 + A_{12}Y_2) \log(z_1 - z_{10}) \\ \phi_2(z_2) &= (A_{21}X_2 - A_{22}Y_2) \log(z_1 - z_{20}) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ 는 다음 식에 의하여 구해지는 複素數이다.

$$\begin{cases} A_1 + A_2 - \bar{A}_1 - \bar{A}_2 = \frac{Y_2}{2\pi i} \\ \mu_1 A_1 + \mu_2 A_2 - p_1 \bar{A}_1 - p_2 \bar{A}_2 = -\frac{X_2}{2\pi i} \\ \mu_1^2 A_1 + \mu_2^2 A_2 - p_1^2 \bar{A}_1 - p_2^2 \bar{A}_2 = -\frac{a_{16}}{a_{11}} \frac{X_2}{2\pi i} \\ -\frac{a_{12}}{a_{11}} \frac{Y_2}{2\pi i} \\ \frac{1}{\mu_1} A_1 + \frac{1}{\mu_2} A_2 - \frac{1}{p_1} \bar{A}_1 - \frac{1}{p_2} \bar{A}_2 \\ = \frac{a_{12}}{a_{22}} \frac{X_2}{2\pi i} + \frac{a_{26}}{a_{22}} \frac{Y_2}{2\pi i} \end{cases} \quad (8)$$

여기에서

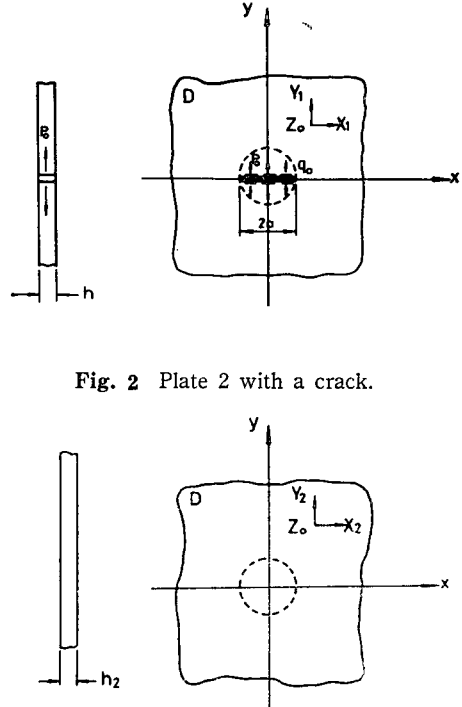


Fig. 2 Plate 2 with a crack.

Fig. 3 Plate 1 without a crack.

$$\begin{aligned} A_1 &= A_{11}X_2 + A_{12}Y_2 \\ A_2 &= A_{21}X_2 - A_{22}Y_2 \end{aligned} \quad (9)$$

또한 μ_1, μ_2 는 식 (10)으로 나타내는 특성방정식의 근 중에서 허수부분이 양인것을 취한다⁽⁷⁾.

$$\begin{aligned} a_{11}\mu_j^4 - 2a_{16}\mu_j^3 + (2a_{12} + a_{66})\mu_j^2 \\ - 2a_{26}\mu_j + a_{22} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

異方性 平板에서의 변위를 응력함수로 나타내면

$$\begin{aligned} u &= 2R_e[\dot{p}_1\phi_1(z_1) + \dot{p}_2\phi_2(z_2)] \\ v &= 2R_e[q_1\phi_1(z_1) + q_2\phi_2(z_2)] \end{aligned} \quad (11)$$

여기서

$$\begin{aligned} \dot{p}_j &= a_{11}\mu_j^2 + a_{12} - a_{16}\mu_j \\ q_j &= (a_{12}\mu_j^2 + a_{22} - a_{26}\mu_j) / \mu_j \end{aligned} \quad (12)$$

體力(X_2, Y_2)가 영역 D 에서 정의된 z 의 연속함수라고 가정하면 $z(x, y)$ 에서의 변위는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_2(x, y) &= \iint_D [R_{11}(x, y; x_0, y_0)X_2(x_0, y_0) + R_{12} \\ &\quad (x, y; x_0, y_0)Y_2(x_0, y_0)] dx_0 dy_0 \\ v_2(x, y) &= \iint_D [R_{21}(x, y; x_0, y_0)X_2(x_0, y_0) + R_{22} \\ &\quad (x, y; x_0, y_0)Y_2(x_0, y_0)] dx_0 dy_0 \end{aligned} \quad (13)$$

핵(kernel) $R_{ij}(i, j=1, 2)$ 는 식 (11)에서 주어지는 Green function이다.

2.3. 크랙이 있는 平板의 변위

평판 1에서의 변위는 crack surface pressure \dot{p}_0, q_0 에 의한 것과 판 표면에 작용하는 體力에 의한 것이 있다. 異方性 平板에 crack surface pressure \dot{p}_0, q_0 가 작용할 때의 변위 U_{11}, V_{11} 은 다음과 같다⁽⁹⁾.

$$\begin{aligned} U_{11} &= R_e \left[\frac{1}{(\mu_2 - \mu_1)} \{ \dot{p}_1(\mu_2 \dot{p}_0 + q_0)(\sqrt{z_1^2 - a^2} - z_1) \right. \\ &\quad \left. - \dot{p}_2(\mu_1 \dot{p}_0 + q_0)(\sqrt{z_2^2 - a^2} - z_2) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} V_{11} &= R_e \left[\frac{1}{(\mu_2 - \mu_1)} \{ q_1(\mu_2 \dot{p}_0 + q_0)(\sqrt{z_1^2 - a^2} - z_1) \right. \\ &\quad \left. - q_2(\mu_1 \dot{p}_0 + q_0)(\sqrt{z_2^2 - a^2} - z_2) \right] \end{aligned}$$

크랙을 제외한 임의의 점에 집중하중이 작용할 때 平板 1에서의 응력함수는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \phi_1(z_1) &= A_1 \log(z_1 - z_{10}) - \frac{1}{2\pi(\mu_2 - \mu_1)} \\ &\quad \{ (\mu_2 - \mu_1)A_1 J(z_1, z_{10}) + (\mu_2 - \mu_1)\bar{A}_1 J(\bar{z}_{10}) \\ &\quad + (\mu_2 - \mu_2)\bar{A}_2 J(z_1, \bar{z}_{10}) \} \\ \phi_2(z_2) &= A_2 \log(z_2 - z_{20}) - \frac{1}{2\pi(\mu_1 - \mu_2)} \\ &\quad \{ (\mu_1 - \mu_2) \{ (\mu_1 - \mu_2)A_2 J(z_2, z_{20}) + (\mu_1 - \mu_2) \\ &\quad \bar{A}_2 J(z_2, \bar{z}_{20}) + (\mu_1 - \mu_1)\bar{A}_1 J(z_2, \bar{z}_{20}) \} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서

$$\begin{aligned} J(z, z_0) &= \pi \{ \log(z, z_0 - a^2 + \sqrt{z^2 - a^2} \sqrt{z_0^2 - a^2}) \\ &\quad - \log(z + \sqrt{z^2 - a^2}) \} \end{aligned} \quad (16)$$

$$A_1 = A_{11}X_1 + A_{12}Y_1 \quad (17)$$

$$A_2 = A_{21}X_1 - A_{22}Y_1$$

집중하중(X_1, Y_1)이 영역 D 에서 z_0 의 연속함수라고 가정하면 平板 1에서 體力에 의한 변위는 (18)식과 같다.

$$\begin{aligned} U_{12}(x, y) &= \iint_D [H_{11}(x, y; x_0, y_0)X_1(x_0, y_0) \\ &\quad + H_{12}(x, y; x_0, y_0)Y_1(x_0, y_0)] dx_0 dy_0 \\ V_{12}(x, y) &= \iint_D [H_{21}(x, y; x_0, y_0)X_1(x_0, y_0) \\ &\quad + H_{22}(x, y; x_0, y_0)Y_1(x_0, y_0)] dx_0 dy_0 \end{aligned} \quad (18)$$

핵 H_{ij} 는 (15)식을 식(11)에 대입하여 얻어지는 Green function이다. 平板 1에서의 전체변위는 (14)식과 (18)식으로부터 얻을 수 있다.

$$u_1 = U_{11}(x, y) + U_{12}(x, y) \quad (19)$$

$$v_1 = V_{11}(x, y) + V_{12}(x, y)$$

식(13), (19)를 식(1)에 대입하여 다음과 같이 τ_x, τ_y 에 관한 적분방정식이 얻어지게 된다.

$$\begin{aligned} U_{11}(x, y) &= \frac{h_a}{G_a} \tau_x(x, y) + \iint_D [S_{11}(x, y; x_0, y_0)\tau_x \\ &\quad (x_0, y_0) + S_{12}(x, y; x_0, y_0)\tau_y(x_0, y_0)] dx_0 dy_0 \\ V_{11}(x, y) &= \frac{h_a}{G_a} \tau_y(x, y) + \iint_D [S_{21}(x, y; x_0, y_0)\tau_x \\ &\quad (x_0, y_0) + S_{22}(x, y; x_0, y_0)\tau_y(x_0, y_0)] dx_0 dy_0 \end{aligned} \quad (20)$$

여기서

$$S_{ij} = \frac{H_{ij}}{h_1} + \frac{R_{ij}}{h_2} \quad (i, j=1, 2) \quad (21)$$

2.4. 응력확대계수(SIF)

평면응력 혹은 평면변형상태에서 異方性 材料에 대한 응력확대계수는 다음과 같다⁽¹⁰⁾.

$$k_1 + \frac{k_2}{\mu_2} = -2\sqrt{2} \left(\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2} \right) \lim_{z_1 \rightarrow a} (z_1 - a)^{\frac{1}{2}} \phi_1'(z_1) \quad (22)$$

여기서 $\phi_1(z_1)$ 은 平板 1에 작용하는 體力에 의한 응력함수를 나타내며 식(15)에서 구한 $\phi_1(z_1)$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} k_1 + \frac{k_2}{\mu_2} &= \frac{1}{\mu_2 \sqrt{a}} \{ (\mu_2 - \mu_1)A_1 J_0(z_{10}) - (\mu_2 - \mu_1) \\ &\quad \bar{A}_1 J_0(\bar{z}_{10}) - (\mu_2 - \mu_2)\bar{A}_2 J_0(\bar{z}_{20}) \} \end{aligned} \quad (23)$$

여기서

$$J_0(z_0) = \frac{a - z_0 + \sqrt{z_0^2 - a^2}}{a - z_0} \quad (24)$$

본 문제에서의 응력확대계수는 식(23)에 의해 주어질 것에 crack surface pressure \dot{p}_0, q_0 를 더하여 다음과 같이 나타낸다.

$$k_1 + \frac{k_2}{\mu_2} = p_0 \sqrt{a} + \frac{q_0 \sqrt{a}}{\mu_2} + \iint_D [q_1(x_0, y_0) X_1(x_0, y_0) + q_2(x_0, y_0) Y_1(x_0, y)] dx_0 dy_0 \quad (25)$$

핵 q_1, q_2 는 식(23)에 의해 정해지는 Green function 이다.

2. 5. 적분방정식의 수치해석

식(25)로 나타내어진 적분방정식은 Fredholm 형태이고 문헌 [1]과 같은 일반적인 수치해법을 이용하여 풀 수 있다. 즉 적분영역 D 를 작은요소로 나누어 미지의 전단응력 τ_x, τ_y 가 각 요소마다 일정하다고 가정하면 이 적분방정식을 대수방정식으로 바꾸어 놓을 수 있으므로, 이 대수방정식을 풀어 각 요소에서의 전단응력 τ_x, τ_y 를 구하게 된다. 적분방정식에서 핵은 logarithmic singularity 를 가지므로 이것은 따로 분리하여 계산한다. 적분영역 D 의 경계는 무한대까지 가게 되나 수치해석을 하기 위해 영역 D 의 한계가 있어야 함으로 응력확대계수에 큰 영향을 주지 않는 부분은 적분영역에서 제외했으며 debonding 이 일어난 부분도 적분영역에서 제외하게 된다.

Fig. 4 에 적분영역을 나타내었는데 크랙 주위에서 접착층의 전단응력이 최대이므로 크랙주위에는 작은 요소를 사용하였다.

수치계산을 위한 전산프로그램 과정을 부록에 보인

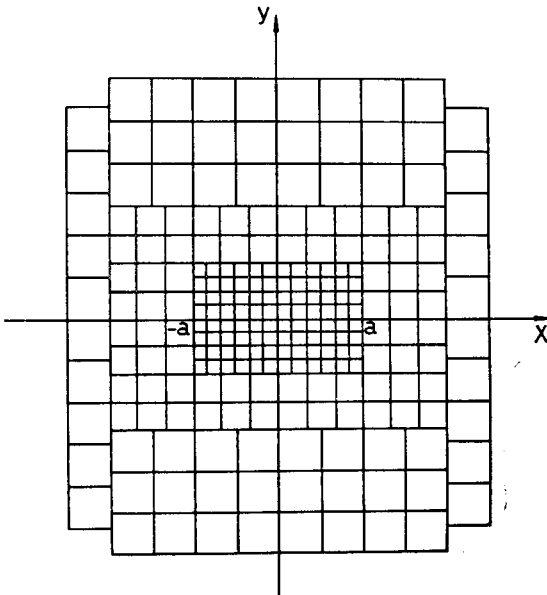


Fig. 4 Subdivision of bonding area D for numerical analysis.

바와 같이 구조물에 사용된 평판의 재료상수, 두께 등 입력데이터를 넣어 특성방정식의 해인 복소변수의 근을 구하고 크랙표면의 압력을 구한다. 변위방정식의 핵을 구하면 접착층의 전단응력이 적분방정식(20)을 대수방정식으로 처리하여 풀어 얻어진다. 응력확대계수는 전단응력을 식(2)와 식(25)에서 구하며 실수부분에서 k_1 을 허수부분으로부터 k_2 를 결정한다. 혼합모우드가 아닌 경우, 즉 탄성학적 및 기하학적 대칭인 경우⁽¹⁾에는 k_1 만이 존재한다.

3. 수치예 및 검토

수치예로서 무한대에서 y 방향 수평력 T , 만 작용할 경우와 전단력 T_x , 만 작용하는 경우로 나누어 각각에 대하여 크랙첨단에서의 응력확대계수를 구하였다.

平板 1, 2의 재료는 複合材料중에서 Boron/Epoxy 를 사용하였으며 접착제로는 Epoxy 를 선택하여 문헌 [1]의 결과와 비교할 수 있도록 하였다. 수치예에 사용된 재료의 성질 및 두께를 Table 1 에 보였다.

Table 1 Material properties for orthotropic plates.

Adherends (Plate 1 and Plate 2) Boron-epoxy	Adhesive Epoxy
$E_{1x} = E_{2x}$ $= 3.5 \times 10^6$ psi $E_{1y} = E_{2y}$ $= 3.24 \times 10^7$ psi $\nu_{yx} = 1.23$ $G_{xy} = 1.23 \times 10^6$ psi $h_1 = h_2 = 0.09$ in.	$G_a = 1.65 \times 10^5$ psi $h_a = 0.004$ in.

본 논문에서 섬유방향에 따른 응력확대계수의 변화를 관찰하기 위하여 크랙이 없는 平板 2의 섬유방향을 y 축에 평행하게 일치시키고 크랙이 있는 平板 1의 섬유방향을 0° 에서 90° 까지 변화시킨 경우와 平板 1과 平板 2의 섬유방향이 동시에 변하는 경우로 따로 조사하였다. Fig. 5와 6은 인장하중을 받는 혼합모우드 변형의 k_1 과 k_2 를 보이고 있으며 Fig. 7과 8은 전단하중을 받는 경우의 k_1 과 k_2 를 보이고 있다.

크랙이 있는 平板 1의 섬유방향이 변화할 경우에 0° 에서 약 45° 까지는 k_1 이 거의 일정하며 그 이후 큰 증가추세를 볼 수 있으며 90° 인 경우는 平板 1과 平板 2가 섬유방향이 같고 크랙과 수직방향에 인장하중이 가해지는 경우이다. 이 결과는 문헌 [1]과 같은 특

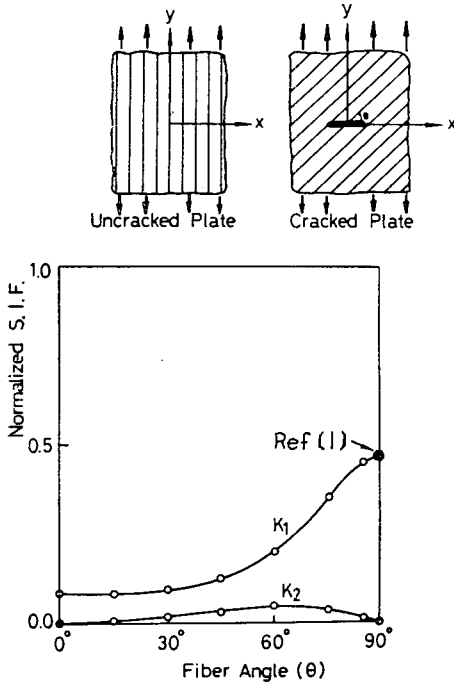


Fig. 5 Normalized stress intensity factor for various fiber orientations of cracked plate under tension loading.

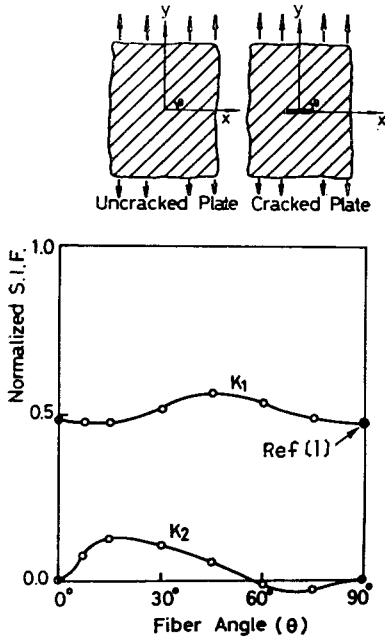


Fig. 6 Normalized stress intensity factor for various fiber orientations of both plates under tension loading.

수한 인장모우드 k_1 만 존재하는 것으로 잘 일치함을 볼 수 있다[Fig. 5]. Fig. 6에 보인 것은 접착된 두 평板이 함께 섬유방향이 바뀌는 경우로서 인장하중을 받을 경우 k_1 이 k_2 보다 현저히 큰 값을 보이며 섬유방향이 60°에서 부터 음(-)의 값을 보이는 것은 전단모우드의 방향이 바뀔을 뜻하는 것이다.

Fig. 7은 평板 1의 섬유방향만 변화하는 경우에 전단하중이 작용하는 경우로서 k_2 값이 k_1 보다 60°미만에서는 큰 값을 보이고 있으나 60° 이후에 k_1 값이 k_2 보다 더 큰 값을 보이는 것은 주목할 만한 현상이다. Fig. 8은 두 평板의 섬유방향이 함께 변하는 경우에 전단하중이 가해지는 경우로서 섬유방향의 전 구간에 걸쳐 k_2 값이 현저히 큰 상태를 보이고 있으며 45° 이후 접선으로 표시된 k_1 값은 응력이 압축으로 나타나는 것을 의미한다.

전술한 네가지 경우는 모두 구조물의 탄성학적 비례칭성으로 인하여 크랙에 수직인 인장하중을 받아도 k_1 과 k_2 가 공존하는 혼합모우드 변형을 보이고 있으며, 또한 전단하중만을 받아도 k_2 뿐만 아니라 k_1 도 존재하는 혼합모우드 변형의 예이다. 경계하중을 인장하중과 전단하중이 함께 작용하는 복합하중의 응력확대계

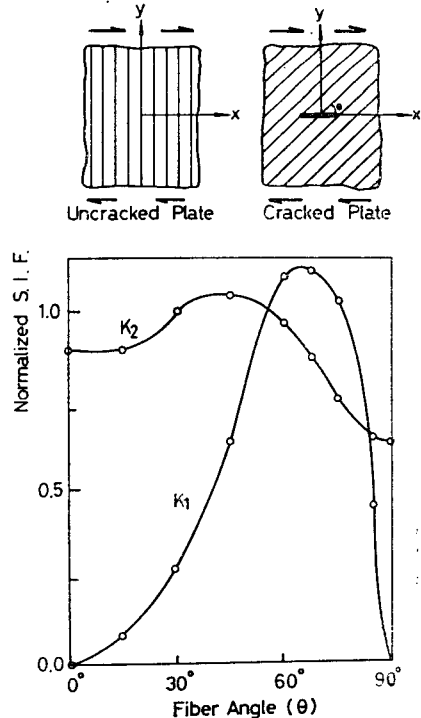


Fig. 7 Normalized stress intensity factor for various fiber orientations of cracked plate under shear loading.

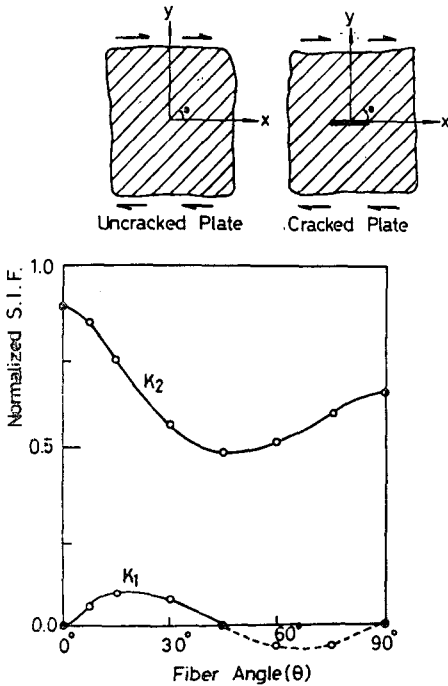


Fig. 8 Normalized stress intensity factor for various fiber orientations of both plate under shear loading.

수도 본 연구에서 사용한 전산프로그램으로 풀 수 있으나 본 논문에서는 응력확대계수를 무차원화 시킨 값으로 비교하고 있기 때문에 제외하였다. 복합하중을 받는 경우에는 응력확대계수 k_1 과 k_2 값을 구할 수 있으나 본 논문에서 발표하는 무차원화 시킨 값은 구하기 어렵기 때문에 별개의 문제로 취급하여야 한다.

4. 결 론

본 연구에서 얻은 결과로 부터 다음과 같은 결론을 요약할 수 있다.

異方性 接着構造物에 부분적인 균열이 있을 때 인장하중과 전단하중이 가해질 경우의 응력확대계수를 복소변수법을 이용한 Fredholm 적분방정식을 대수방정식으로 변환시켜 수치결과를 얻을 수 있다.

크랙이 있는 平板의 섬유방향만 변화할 경우의 응력확대계수는 인장하중이 가해질 때는 k_1 과 k_2 가 존재하는 혼합모우드 변형을 보이고 있으며, 접착된 두개의 平板이 모두 섬유방향에 같이 변할 때는 역시 혼합모우드이나 k_1 값이 더 지배적이다.

크랙이 있는 平板의 섬유방향만 변화할 경우의 전단하중 경계조건에서는 혼합모우드 변형을 보이는 경우 이나 k_2 값보다 k_1 값이 큰 섬유방향의 영역이 존재한다. 반면에 접착된 平板이 모두 같은 섬유방향을 가질 경우에는 k_2 값이 지배하는 혼합모우드 형태로서 k_1 값은 매우 적음을 알 수 있다.

본 연구에서는 Boron/Epoxy의 平板과 Epoxy의 접착제를 수치적으로 사용하였으며 인장하중과 전단하중을 따로이 받는 경우를 취급하였으나 다른 異方性 平板 및 복합하중을 받는 혼합모우드 문제도 풀 수 있는 전산프로그램을 개발하였다.

참 고 문 헌

1. H.S. Ro and C.S. Hong, "Stress Intensity Factors in Adhesive Bonded Orthotropic Structures," *Trans. of KSME*, Vol. 5, No. 3, pp. 217-222, Aug. 1981.
2. C.S. Hong and H.S. Ro, "Stress Intensity Factors for Cracked Adhesively Bonded Orthotropic Plates," *Int. Journal of Fracture*, Vol. 17, No. 6, pp. 181-184, Dec. 1981.
3. F. Erdogan and K. Arin, "A Sandwich Plate with a Part-through and a Debonding Crack," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 4, 1972, pp. 449-458.
4. M.M. Ratwani, "Analysis of Cracked Adhesively Bonded Laminated Structures," *AIAA* Vol. 17, No. 9, 1979, pp. 988-994.
5. M.M. Ratwani, "Characterization of Fatigue Crack Growth in Bonded Structure-Analysis of Cracked Bonded Structure," *AFFDL-TR-31*, Vol. II, July 1977.
6. William. L. Ko, "An Orthotropic Plate Containing a Part-through Crack Under Mixed Mode Deformation," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 10, 1980, pp. 15-23.
7. S.G. Lekhnitskii, *Theory of Elasticity of Anisotropic Elastic Body*, Holden-Day, Inc., 1963.

8. G.C. Sih and H. Liebowitz, *Mathematical Theories of Brittle Fracture; An Advanced Treatise*, Vol. II, Academic Press, New York, 1968.
9. K.Y. Jeong, "Analysis of Adhesively Bonded Anisotropic Structure with a Cracked Plate," M.S. Thesis, KAIST, 1981.
10. G.C. Sih, P.C. Paris and G.R. Irwin, "On Cracks in Rectilinearly Anisotropic Bodies," *Int. Journal of Fracture Mechanics*, Vol. 1, 1965, pp. 189–203.

Appendix

Flow chart of program

