

&lt;論 文&gt;

# 박판의 재인발 가공에서의 한계인발비 및 성형하중의 예측에 관한 연구

박 장 호\*·양 동 열\*

(1982년 12월 27일 접수)

## A Study on the Prediction of Limit Drawing Ratio and Forming Load in Redrawing of Sheet Metal

Jang-Ho Park and Dong-Yol Yang

### Abstract

The study is concerned with the analysis of sheet metal for the prediction of limit drawing ratio and forming load.

The direct redrawing process is analyzed by using an equilibrium approach and strain increment theory both for non-workhardening material and for workhardening material. Computations are carried out numerically for the workhardening case. Limit drawing ratios are predicted for some chosen variables. The forming loads are also computed with respect to punch travel. Then the predicted loads are compared with the experimental results.

For ordinary lubricated conditions, the comparison shows reasonable agreement between the theory and experimental observation. It is also shown that limit drawing ratio can be increased by using a greater die angle and proper lubrication significantly reduces the punch load. Finally numerical results show that material of greater R-value and smaller strain-hardening exponent ( $n$ ) is better for direct redrawing of sheet metal.

---

### 기호설명

---

|           |   |                                     |                                       |
|-----------|---|-------------------------------------|---------------------------------------|
| $F$       | : 성형하중  | $Y$                                 | : 항복응력                                |
| $h$       | : 재인발 시작위치(Fig. 3의 A점)에서 부터의 편차 행정                | $Z$                                 | : 식 (31)에 의해 정의된 계수(Subtangent)       |
| $n$       | : 가공경화 지수   | $\alpha$                            | : 금형반각(Semicone angle)                |
| $r$       | : 판요소의 변형후 반경좌표                                   | $\epsilon_\theta, d\epsilon_\theta$ | : 원주각 방향의 변형도 및 변형도 증분                |
| $r_{can}$ | : 재인발이 완료된 후의 컵반경                                 | $\epsilon_\phi, d\epsilon_\phi$     | : 자오선 방향의 변형도 및 변형도 증분                |
| $r_{cup}$ | : 첫번째 인발되어 마련된 재인발 전의 컵 반경                        | $\epsilon_t, d\epsilon_t$           | : 두께 방향의 변형도 및 변형도 증분                 |
| $R$       | : 자오면 내의 꼭률 반경( $r$ 과 $\phi$ 가 증가하는 방향일 때 양이라 정함) | $\bar{\epsilon}, d\bar{\epsilon}$   | : 유효 변형도(effective strain) 및 유효변형도 증분 |
| $\bar{R}$ | : Lankford계수                                      | $\theta$                            | : 판요소의 변형 후 원주 각좌표                    |
|           |   | $\rho$                              | : 자오면에 수직한 방향의 주 꼭률 반경                |
|           |   | $\bar{\sigma}$                      | : 유효응력(effective stress)              |
|           |   | $\sigma_\theta$                     | : 원주각 방향의 수직응력(normal stress)         |
|           |   | $\sigma_\phi$                       | : 자오선 방향의 수직응력                        |

\* 정회원, 한국과학기술원 생산공학과

- $\sigma_{11}, \tau_1$  : 판 안쪽면의 수직 응력 및 전단 응력  
 $\sigma_{12}, \tau_2$  : 판 바깥면의 수직 응력 및 전단 응력  
 $\phi$  : 판면의 법선과 대칭축과의 교각

## 1. 서 론

박판의 재인발 가공은 인발비가 2.2 이상인 제품을 제작 하자 할 때 필요한 디이프드로오잉의 후속공정으로 작업의 간편성, 제품의 정밀성 및 저렴한 제조 경비 등의 장점 때문에 자동차나 항공기 부품의 대량 생산에 사용되는 등 적용 범위가 넓은 가공 방법이다.

박판의 재인발에 대한 해석은 1952년 Chung과 Swift<sup>1)</sup>가 실험을 통하여 한계 인발비에 영향을 미치는 요인에 대하여 광범위하게 논한 이래 이론 해석은 거의 없다가 1970년 후반에 이르러 Macphee<sup>2)</sup>, Mellor<sup>3)</sup> 등에 해석적인 연구가 발표 되었다.

Macphee<sup>2)</sup>는 두께 변화를 무시하고 마찰이 없는 상태로 가정한 후 전 변형도 이론 (total deformation theory)을 이용하여 편의의 힘을 계산하였으나 금형의 모양에 관계없이 인발비에 의해 편의 하중이 결정되는 단순함을 보이고 있다. Mellor<sup>3)</sup>는 두께 변화를 인발비와 이방성 계수  $\bar{R}$ 의 함수로 가정하고, 전변형도 이론을 이용하여 편의 하중을 계산하여 Macphee의 결과보다 개선된 결과를 얻었으나 여기에서도 금형 형상에 대한 영향은 고려되지 않았다.

본 연구에서는 블랭크 흘러 없는 원추형 금형에서의 직접 재인발을 변형도 증분 이론을 이용하여 이론적으로 해석, 프로그래밍 하였으며 금형의 각도, 재료의 가공경화지수 및 이방성 계수가 한계인발비에 미치는 영향에 대해 고찰하였다. 또한 알루미늄 및 철판의 실험을 통하여 성형하중을 측정, 이론치와 비교하였다.

### 2. 축대칭 박판 성형의 관계식

일반적으로 박판을 해석하는 데에는 다음과 같은 가정을 전제로 한다<sup>4)</sup>.

- (1) 곡률 변경에 비하여 두께가 매우 작기 때문에 굽힘 효과를 무시할 수 있다. 즉, 두께 방향의 응력의 변화를 무시한다.
- (2) 준정적 평형(quasi-static deformation)이라 생각하여 관성력(intertia force) 등을 무시한다.

이상의 가정을 바탕으로 일반적인 평형 방정식과 변형도 적합 조건식을 전개할 수 있다.

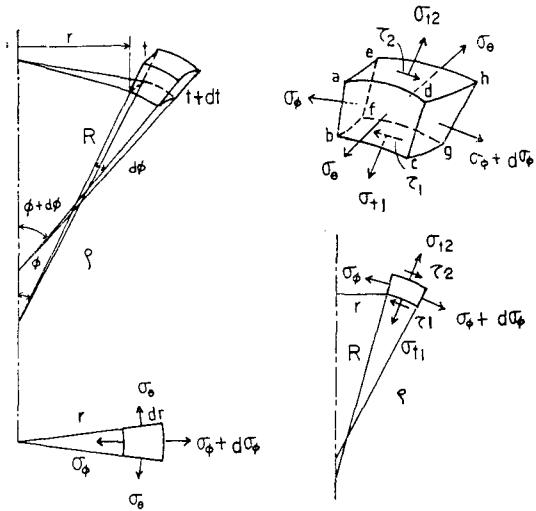


Fig. 1 Free body diagram for equilibrium of an infinitesimal element

#### i) 평형방정식(Equilibrium Equation)

축대칭 박판 성형에서의 미소요소에 대한 자유 물체도는 Fig. 1과 같으며 두께 방향의 힘의 평형을 생각하면

$$\frac{\sigma_{12} - \sigma_{11}}{t} - \frac{\sigma_\theta}{\rho} - \frac{\sigma_\phi}{R} = 0 \quad (1)$$

와 같이 되고 자오선 방향( $\phi$  방향)의 평형방정식은 식(2)와 같으며 원주각 방향( $\theta$  방향)의 평형은 축대칭이므로 자동적으로 만족된다.

$$\frac{d(\sigma_\phi \cdot t)}{dr} + \frac{t \cdot (\sigma_\phi - \sigma_\theta)}{r} - \frac{(\tau_1 - \tau_2)}{\cos\phi} = 0 \quad (2)$$

#### ii) 변형도 적합 조건식(Compatibility Equation)

축대칭 박판 성형에서의 변형하는 모습은 Fig. 2와 같으며 원주각 방향 및 자오선 방향의 변형도는 각자

$$\varepsilon_\theta = l_n \frac{r}{s} \quad (3a)$$

$$\varepsilon_\phi = l_n \frac{dl}{ds} = l_n \left( \frac{dr}{ds} - \frac{1}{\cos\phi} \right) \quad (3b)$$

이 되므로  $s$ 를 소거하면 변형도 적합 조건식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} = \left( 1 - \frac{\exp(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\phi)}{\cos\phi} \right) / r \quad (4)$$

#### iii) 이방성 소성 관계식

Hill<sup>5)</sup>의 이방성 항복 함수로 부터 이방성 계수  $\bar{R}$ 의 개념을 사용하면 Levy-Mises 관계식을 얻을 수 있다.

$$d\varepsilon_1 = \frac{3}{2(2+\bar{R})} \frac{ds}{\sigma} [(1+\bar{R})\sigma_1 - \bar{R}\sigma_2]$$

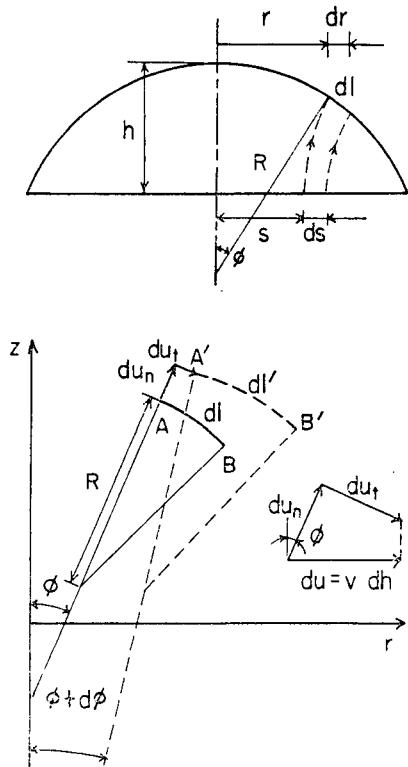


Fig. 2 Estimation of incremental strain in axisymmetric sheet metal forming

$$d\varepsilon_2 = \frac{3}{2(2+\bar{R})} - \frac{d\varepsilon}{\sigma} [(1+\bar{R})\sigma_2 - \bar{R}\sigma_1] \quad (5)$$

$$d\varepsilon_3 = \frac{3}{2(2+\bar{R})} - \frac{d\varepsilon}{\sigma} [-\sigma_1 - \sigma_2]$$

여기에서  $\bar{\sigma}$ 는 유통응력,  $d\varepsilon$ 는 유효변형도 증분을 나타낸다.

$$\bar{\sigma} = \left[ \frac{3}{2(2+R)} \{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + \bar{R}(\sigma_1 - \sigma_2)^2\} \right]^{1/2} \quad (6)$$

$$d\varepsilon = \left[ \frac{2(2+\bar{R})}{3(1+2\bar{R})} \cdot \{2d\varepsilon_2^2 + (1+\bar{R})d\varepsilon_3^2 + 2d\varepsilon_2 d\varepsilon_3\} \right]^{1/2} \quad (7)$$

또한 가공 경화성 재료의 유효응력-유효변형도 관계식은 다음 식으로 나타내어 진다.

$$\bar{\sigma} = A(B + \varepsilon)^n \quad (8)$$

### 3. 재인발의 이론 해석

블랭크 훌어 없는 원추형 금형의 직접재인발 공정에

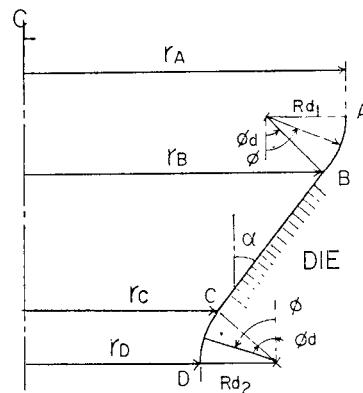


Fig. 3 Die geometry

서의 금형의 기하학적 형상을 Fig. 3에 표시하였으며 입구 부분, 원추부분, 출구부분에서의 구간별 이론 해석에 다음과 같은 가정을 하기로 한다.

- (1) 변형중 재료의 성질 즉, 이방성 계수  $\bar{R}$ 과 가공 경화지수  $n$ 은 변화하지 않는다.
- (2) Coulomb 마찰이 작용한다.
- (3) 두께방향의 응력은 매우 작으므로 항복 조건식에는 고려하지 않는다.
- (4) 1차 인발에서 구한 접의 두께는 일정하다. 각 구간에서의 평형 방정식은 다음과 같다.

#### i) 입구곡면 부분

입구부분에서의 곡률 반경을  $R_{d_1}$ 이라 하고 금형 각도를  $\alpha$ 라 하면  $\phi$ 는  $\pi/2$ 부터  $\pi/2 - \alpha$ 까지 변화하여

$$\frac{1}{R} = \cos\phi \frac{d\phi}{dr} = \frac{1}{R_{d_1}} \quad (9)$$

와 같은 관계가 성립하고 또한 다음과 같은 경계조건을 갖는다. (하침자 1은 내측, 2는 외측을 가리킴)

$$\sigma_{t_2} = -p, \sigma_{t_1} = 0, \tau_2 = \mu p, \tau_1 = 0$$

따라서 평형 방정식 (1)과 (2)에 대입한 후 두식을 결합하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d(\sigma_\theta \cdot t)}{dr} = \frac{t(\sigma_\theta - \sigma_\phi)}{r} + \mu t \left( \sigma_\theta \frac{\tan\phi}{r} + \sigma_\phi \frac{1}{R_{d_1} \cos\phi} \right) \quad (10)$$

여기서,  $r = r_A + R_{d_1}(\sin\phi - 1)$

#### ii) 원추형 부분

원추형 부분에서는 자오선 방향의 각도  $\phi$ 가 변화하지 않고 금형의 곡률 반경  $R = \infty$ 이므로 평형방정식 (1)과 (2)에 대입한 후 두식을 결합하면 다음식을 얻을 수 있다.

$$\frac{d(\sigma_\theta \cdot t)}{dr} = \frac{t(\sigma_\theta - \sigma_\phi)}{r} + \mu \sigma_{st} \frac{\tan\phi_d}{r} \quad (11)$$

여기서  $\phi_d = \frac{\pi}{2} - \alpha$

### iii). 출구 곡면 부분

출구 부분에서의 꼭대기를 반경을  $R_{d_2}$  라 하면,

$$\frac{1}{R} = \cos\phi \frac{d\phi}{dr} = -\frac{1}{R_{d_2}} \quad (12)$$

와 같은 관계가 있고 또한 다음과 같은 조건을 생각할 수 있다. (하침자 1은 내측, 2는 외측을 가리킴)

$$\sigma_{t_2} = -p, \sigma_{t_1} = 0, \tau_2 = \mu p, \tau_1 = 0$$

따라서 평형 방정식으로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d(\sigma_\theta \cdot t)}{dr} &= \frac{t(\sigma_\theta - \sigma_\phi)}{r} + \mu t \left( \sigma_\theta \cdot \frac{\tan\phi}{r} \right. \\ &\quad \left. - \sigma_\phi \cdot \frac{1}{R_{d_2} \cos\phi} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $r = r_d + R_{d_2}(1 - \sin\phi)$

### 3.1. 성형 하중

#### (1) 강-완전소성체(rigid-perfectly plastic material)

일반적으로 재료가 강-완전 소성체일 경우 응력을 항복 응력  $Y$  와의 비로 표시하여 무차원화 시킬 수 있다.

##### i) Tresca 조건식을 따를 경우

이때의 항복 조건식은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_\phi/Y - \sigma_\theta/Y = \bar{\sigma}_\phi - \bar{\sigma}_\theta = 1 \quad (14)$$

여기서 평의상  $\bar{\sigma}_\phi, \bar{\sigma}_\theta$ 는 각각  $\sigma_\phi/Y$  와  $\sigma_\theta/Y$ 로 정의되었다. 식 (14)와 식 (5)를 입구 부분의 평형 방정식 (10)과 결합하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\sigma}_\phi}{d\phi} &= \frac{R_{d_2} \cos\phi}{r_A + R_{d_1}(\sin\phi - 1)} \left\{ -\bar{\sigma}_\phi \frac{1 - 2\bar{\sigma}_\phi}{\bar{\sigma}_\phi - (1 + \bar{R})} \right. \\ &\quad \left. - (1 + \mu \tan\phi) \right\} + \sigma_\phi \cdot \mu \cdot \frac{r_A + R_{d_1}(2 \sin\phi - 1)}{r_A + R_{d_1}(\sin\phi - 1)} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)를 Fig. 3 의 A 점에서 주어진 경계조건

$$\bar{\sigma}_\phi = 0 \text{ at } \phi = \pi/2$$

을 사용하여 적분하면 직선 부분과의 경계  $B(\phi = \phi_d)$ 에서의 응력  $\bar{\sigma}_{\phi_B}$ 를 얻을 수 있다. 마찬가지로 직선 부분에 대하여 적분하면

$$\begin{aligned} \frac{r_c}{r_b} &= \left( \frac{D_c}{D_b} \right)^{\frac{1}{2c}} \exp \left[ -\frac{b + 2(\bar{R} + 1)c}{c \cdot \sqrt{\Delta}} \right] \\ &\quad \left\{ \arctan \frac{b + 2c\bar{\sigma}_{\phi_c}}{\sqrt{\Delta}} - \arctan \frac{b + 2c\bar{\sigma}_{\phi_B}}{\sqrt{\Delta}} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{여기서 } a = (1 + \bar{R})(1 + \mu \tan\phi_d)$$

$$b = -2 - (2 + \bar{R}) \cdot \mu \cdot \tan\phi_d$$

$$c = 2 + \mu \tan\phi_d$$

$$D = a + b + \bar{\sigma}_\phi + c\bar{\sigma}_\phi^2$$

$$\Delta = 4ac - b^2$$

식 (16)이 되고 식 (16)의 결과를 경계조건으로 하여 출구부분에서의 미분 방정식

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\sigma}_\phi}{d\phi} &= \frac{R_{d_2} \cos\phi}{r_d + R_{d_2}(1 - \sin\phi)} \left\{ \sigma_\phi \frac{1 - 2\bar{\sigma}_\phi}{\bar{\sigma}_\phi - (1 + \bar{R})} \right. \\ &\quad \left. + (1 + \mu \tan\phi) \right\} + \bar{\sigma}_\phi \cdot \mu \cdot \frac{r_d + R_{d_2}(1 - 2 \sin\phi)}{r_d + R_{d_2}(1 - \sin\phi)} \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)을 적분하면 출구에서의 응력  $\bar{\sigma}_{\phi_B}$ 를 구할 수 있다.

##### ii) Von-Mises 조건식을 따를 경우

Von-Mises 항복 조건식을 배개 변수  $\alpha$ 를 사용하여 다음과 같이 무차원화 시킬 수 있다.

$$\bar{\sigma}_\phi = \sigma_\phi/Y = \sqrt{\frac{1 + \bar{R}}{1 + 2\bar{R}}} \sin(\alpha + \alpha_d) \quad (18a)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = \sigma_\theta/Y = \sqrt{\frac{1 + \bar{R}}{1 + 2\bar{R}}} \sin(\alpha - \alpha_d) \quad (18b)$$

$$\text{여기서, } \alpha_d = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2(1 + \bar{R})}}$$

식 (18)과 식 (5)을 입구부분의 평형 방정식 (10)과 결합하면

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{d\phi} &= \frac{1}{\cos(\alpha + \alpha_d)} \left[ \frac{R_{d_2} \cos\phi}{r_A + R_{d_1}(\sin\phi - 1)} \sin(\alpha + \alpha_d) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sin(\alpha + \alpha_d) + \sin(\alpha - \alpha_d)}{(\bar{R} + 1)\sin(\alpha - \alpha_d) - \bar{R}\sin(\alpha + \alpha_d)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{R_{d_2} \cos\phi}{r_A + R_{d_1}(\sin\phi - 1)} (\sin(\alpha - \alpha_d) - \sin(\alpha + \alpha_d)) \right. \\ &\quad \left. + \mu \cdot \{ \sin(\alpha - \alpha_d) \frac{R_{d_2} \sin\phi}{r_A + R_{d_1}(\sin\phi - 1)} \right. \\ &\quad \left. + \sin(\alpha + \alpha_d) \} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

식 (19)가 되고 식 (19)를 경계조건  $\alpha = -\alpha_d$  at  $\phi = \frac{\pi}{2}$ 을 사용하여 적분하면 B 점에서의 값  $\alpha_B$ 를 얻을 수 있다. 마찬가지로 직선 부분에 대하여 적분하면,

$$\begin{aligned} \frac{r}{r_b} &= \left( \frac{M}{M_B} \right)^{\frac{\pi}{2(1 + \bar{R}) \cdot \mu \cdot \tan\phi_d}} \cdot \exp \left[ \frac{1}{-(1 + \bar{R}) \cdot \mu \cdot \tan\phi_d} \right. \\ &\quad \left. \{ \sqrt{1 + 2\bar{R}}(\alpha - \alpha_B) \} \right] - \frac{2(1 + 2\bar{R}) - \bar{R}^2 \cdot \mu \cdot \tan\phi_d}{\sqrt{\Delta}} \cdot Z \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{여기서 } a = c = \sqrt{1 + 2\bar{R}}(2 + \mu \tan\phi_d)$$

$$b = -(1 + \bar{R}) \cdot \mu \cdot \tan\phi_d$$

$$\Delta = ac - b^2$$

$$M = a \cdot \cos^2 \alpha + 2bc \cos \alpha \cdot \sin \alpha + c \sin^2 \alpha$$

$$M_B = a \cos^2 \alpha_B + 2bc \cos \alpha_B \cdot \sin \alpha_B + c \sin^2 \alpha_B$$

$$Z = \arctan \frac{c \cdot \tan \alpha + b}{\sqrt{\Delta}} - \arctan \frac{c \cdot \tan \alpha_B + b}{\sqrt{\Delta}}$$

식 (20)이 되고 식 (20)의 결과를 경계조건으로 하여 출구부분에서의 미분 방정식을 적분하면 D 점에서의

응력을 구할 수 있다. 또한 재인발에 필요한 하중  $F$ 는 다음 식으로 얻을 수 있다.

$$F = 2\pi r_D \cdot t_D \cdot \sigma_{\phi D} \quad (21)$$

#### (2) 가공경화성 재료(workhardening material)

금형 입구의 반경  $r_A$ 와 출구점  $D$ 에서의 반경  $r_D$ 의 차를  $n$  등분하여 입구점부터  $i=0, 1, 2, \dots, n$ 이라 하면 인접한 점 사이의 반경 차이  $\Delta r$ 는 다음 식으로 표시된다.

$$\Delta r = r_{i+1} - r_i = (r_A - r_D)/n \quad (22)$$

따라서 임의의 점  $i$ 에서의 원주방향 변형도 증분은  $(d\varepsilon_\theta)_i = (\Delta r/r)_i$   $(23)$

식 (23)으로 표시되어 응력-변형도 증분 관계식 (5)로부터 두께 방향 변형도 증분을 얻을 수 있다.

$$(d\varepsilon_t)_i = \left( \frac{dt}{t} \right)_i = (d\varepsilon_\theta)_i \times \left\{ \frac{(-\sigma_\phi - \sigma_\theta)}{(\bar{R}+1)\sigma^\theta - \bar{R}\sigma_\phi} \right\}_i \quad (24)$$

식 (23)과 식 (24)로 부터 구한 변형도 증분을 유효 변형도 증분 정의식 (7)에 대입하여  $(d\varepsilon)_i$ 를 구하고 아래와 같이 적분하면 임의의 점에서의 유효변형도를 구할 수 있으며

$$(\varepsilon)_i = \sum_{k=0}^i (d\varepsilon)_k \quad (25)$$

식 (25)로부터 구한 유효 변형도를 식 (8)에 대입하여 유효능력을 구할 수 있다.

#### 응력 성분은 경계조건

$$\sigma_\phi = 0 \text{ at } r = r_A$$

을 사용하여 Runge-Kutta 방법에 의해 순차적으로 적분하면 임의의 점에서의  $(\sigma_\phi \cdot t)_{i+1}$ 를 구할 수 있다.

한편

$$(\sigma)_i = (t)_i \times (1 + d\varepsilon_i) \quad (26)$$

이므로  $(\sigma_\phi)_{i+1}$  및  $(\sigma_\theta)_{i+1}$ 를 얻을 수 있다.

$$(\sigma_\phi)_{i+1} = \frac{(\sigma_\phi)_i + 1}{(t)_{i+1}} \quad (27a)$$

$$(\sigma_\theta)_{i+1} = \left( \frac{\bar{R}\sigma_\phi + \sqrt{E}}{\bar{R}+1} \right)_{i+1} \quad (27b)$$

여기서,

$$E = \left\{ \frac{2(2+\bar{R})(\bar{R}+1)}{3} (\bar{\sigma})^2 - (2\bar{R}+1) \cdot (\sigma_\phi)^2 \right\}_{i+1}$$

이상과 같은 방법으로 위의 과정을 되풀이하면 모든 점에서의 응력과 두께를 구할 수 있으며 작업에 필요한 성형 하중은 출구점  $D$ 에서의 응력과 두께로 부터 식 (28)과 같이 계산할 수 있다.

$$F = 2\pi r_D \cdot t_D \cdot \sigma_{\phi D} \quad (28)$$

이상과 같은 수치해석 과정을 유동선도(flow chart)로 정리하면 Fig. 4 와 같다. 원의 반복 계산과정의 수

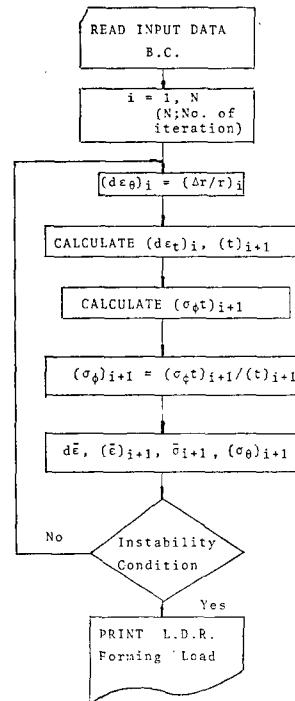


Fig. 4 Flow chart for numerical analysis

럼도는 금형 각도가 작을수록 좋은데 금형 반사이비교적 큰  $45^\circ$ 의 경우에 모든 경우에 10회 이내의 반복 횟수에서 충분한 수렴도를 보이고 있다.

### 3.2. 한계 인발비

한계 인발비를 구하는 데에는 작업 한계에 대한 판별식이 필요하며 따라서 불안정 가능성에 대한 검토가 선행되어야 한다. 재인발이 진행되는 동안의 응력 분포를 살펴보면 금형 입구에서는 자오선 방향의 응력은 없고 원주 방향의 응력은 최대이며 금형 출구 쪽에 가까울수록 자오선 방향의 응력은 증가하고 원주 방향의 응력은 감소하여 결국 단축인장에 의한 불안정의 가능성을 생각할 수 있으며 이때의 조건식은 다음과 같다.

$$d\bar{\sigma}/d\bar{\varepsilon} = \bar{\sigma}/1 \quad (29)$$

따라서 식 (8)을 표시되는 가공 경화성 재료의 불안정 조건식은 불안정이 시작될 때의 변형도와 응력을 각각  $\varepsilon_i$ ,  $\bar{\sigma}_i$ 라고 표기하면 다음과 같이 된다.

$$\varepsilon_i = n - B \quad (30a)$$

$$\bar{\sigma}_i = An^n \quad (30b)$$

또 다른 가능성은 변형이 끝난 2차 케이스에서이며 양축 인장 상태이다. Moore 와 Wallace<sup>6)</sup>의 불안정 조건식은 다음과 같다.

$$d\bar{\sigma}/d\varepsilon = \bar{\sigma}/Z$$

여기서

$$Z = \left( \frac{2(2+\bar{R})(1+\bar{R})}{3(1+2\bar{R})} \right)^{1/2}$$

따라서 식 (8)로 표시되는 가공 경화성 재료의 불안정 조건에서의 유효변형도 및 임계 하중은 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\varepsilon_i = \left( \frac{2(2+\bar{R})(1+\bar{R})}{3(2+2\bar{R})} \right)^{1/2} n - B \quad (31)$$

$$F_c = \pi d t_0 A(n) \cdot (z)^{n+1} \text{Exp}(B/z - n) \quad (32)$$

또한 강-완전 소성체 재료의 경우에는 원추 방향의 응력이 영이 될 때 즉, 자오선 방향의 응력이 최대가 될 때가 한계점이다.

#### 4. 실험

재인발에 사용될 캡의 가공은 직경 120mm이고 두께 0.8mm인 원형 박판 소재로 직경 80mm의 편치를 사용하여 디아프드로오잉(인발비 1.5)하였으며 캡의 두께가 비교적 균일하도록 알루미늄 소재의 경우 240kg, 철판 소재의 경우에 1,200kg의 블랭크 훌더 힘을 사용시켜 제작하였다. 또한 편치의 라운드(round)는  $R4$  편치와 금형의 간격은 1.2mm로 하였다.

시편은 0.8mm 두께의 냉간 압연된 철판과 알루미늄을 사용하였으며, 알루미늄은  $430^{\circ}\text{C}$ 에서 1시간 가열한 후  $230^{\circ}\text{C}$ 까지 로狞시키고  $230^{\circ}\text{C}$ 에서 6시간 저속 시킨 다음 공냉시켜 완전 폴립 처리를 행하였다. 재료의 성질은 Table 1과 같다.

재인발 시험에 사용된 금형은 각각  $15^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$ 로 입구 및 출구축 round는 꼭두반경 5mm로 하였고 직경 60mm의 편치를 사용하여 인발비 1.333으로 제작되었다. 윤활유로는 피마자유를 사용하였다. 지금까지 일반 소성가공에 있어서 여러 가지 마찰 측정법들이 제안되었고, 박판형의 경우에도 몇 가지의 방법이 제시되었으나 성형 중에 금형과 소성가공되고 있는 박판사이의 마찰계수에 대한 측정법은 Littlewood와 Wallace가 제안한 벨트식 방법이다<sup>8)</sup>. 이 방법은 박판성형의 여러

(31)

가지 공정에 응용할 수 있고 성형도중 비교적 정확하고 일정한 값을 구할 수 있는 신뢰성 있는 방법으로 알려져 있어서 이 방법을 채택 하였다. 원리는 원통형 금형의 원주부를 실제 실험에 사용하는 재료와 같은 조건으로 가공하고 실제 실험에 사용할 박판소재를 그대로 이용하는 긴 박판 스트립을 원주방향으로 감아 양단에 인장력을 일으키면 인장력의 차이는 마찰력에 대해 예민하여  $\mu = \frac{1}{\theta} I_n \frac{T_2}{T_1} (\theta \text{는 감음각})$ 와 같이 마찰계수를 구할 수 있게 된다. 피마자유에 대해 마찰 실험을 한 결과  $\mu$ 는 0.295 정도로 변형 중 거의 일정한 값이 나왔다. 마찰시험 결과가 Fig. 7에 나와 있고 Fig. 8에 제작되어 실험한 마찰실험장치가 보여지고 있다.

소성흐름의 모양을 보기 위하여 반경 0.1 inch의 서로 접하는 원이 그리팅되어 있는 스텐슬(Stencil)을 사용하여 포토그리딩(photogridding)하였다. 재인발 성

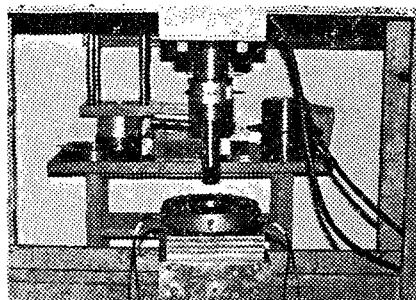


Fig. 5 Experimental setup for redrawing

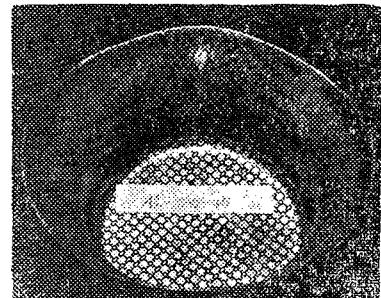


Fig. 6 Example of photogridded specimen taken out during the redrawing process

Table 1 Material properties of sheet specimens

| Material<br>constants   | Yield stress<br>(kg/mm <sup>2</sup> ) | ultimate tensile<br>strength<br>(kg/mm <sup>2</sup> ) | $A$<br>(kg/mm <sup>2</sup> ) | $B$    | $n$   | $R$  |
|-------------------------|---------------------------------------|---|------------------------------|--------|-------|------|
| Cold rolled steel sheet | 24.2                                  | 32.5  | 58.8                         | 0.0092 | 0.247 | 1.29 |
| Al sheet                | 5.4                                   | 8.5   | 15.2                         | 0.0084 | 0.236 | 0.64 |

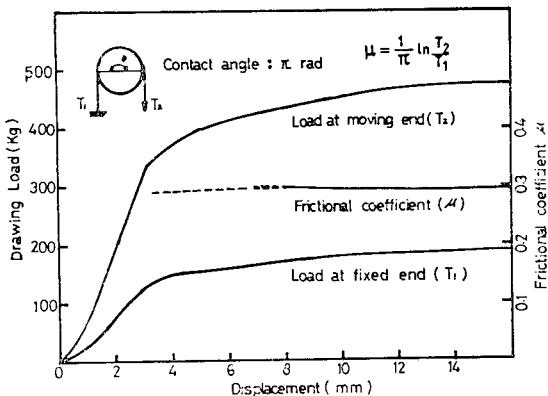


Fig. 7 Determination of frictional coefficient for castor oil ( $\mu=0.295$ )

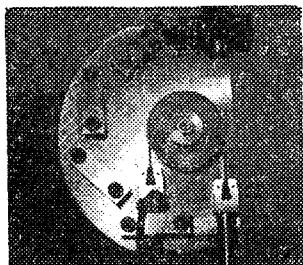


Fig. 8 Picture of measuring instrument for frictional coefficient

형에 사용된 실험장치 및 시편의 모습을 Fig. 5 와 Fig. 6에 각각 보였다.

## 5. 결과 및 토론

$30^\circ$  및  $45^\circ$  금형에서 편치 행정에 따른 성형하중의 변화를 Fig. 9 와 Fig. 10에 보여주고 있다. 높이의 무차원화 값이 0.3 이내에서는 비정상 상태이므로 정상 상태의 이론치와 실험치가 많은 차이를 보여주고 있다. 피마자유를 움직일 때 마찰시험에서 구한 마찰 계수  $\mu=0.295$ 에 대한 이론치는 정상상태에서의 편치 하중 실험치와 비교할 때  $45^\circ$  금형에서는 비교적 잘 일치하고 있으나  $30^\circ$  금형의 경우는 열마간 차이가 있다. 초기의 여러 가정들을 검토하여 개선하면 보다 나은 해를 구할 수 있다고 사료된다.

Fig. 11는 실험에서 최대 편치 하중을 금형 각도에 따라 나타낸 것으로 금형 각도가 작을수록 하중이 증가함을 알 수 있다. 그러나 실제로 있어서 금형 각도가  $45^\circ$ 의 경우 주름현상(wrinkling)이 발견되어 이보다 큰 각도의 금형에서는 본 연구의 가정을 만족하지 않으며

블랭크 홀더가 필요함을 알 수 있다. Fig. 12는 Lankford 계수( $R$  값)와 가공경화 지수의 영향을 나타낸 것으로 단축인장 불안정 조건에서 구한 한계 인발비와 양축 인장 불안정 조건에서 구한 한계 인발비가 1.52에서 교차하여 choking-limit 가 존재함을 보여주고 있으

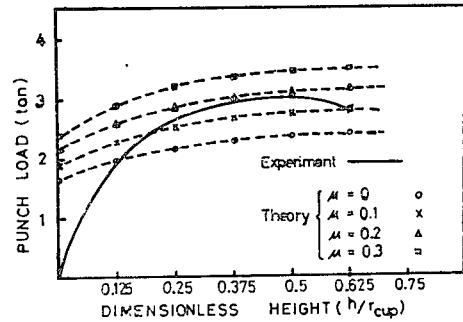


Fig. 9 Forming load curve drawn with respect to punch travel for  $30^\circ$  die(semi-cone angle): steel sheet

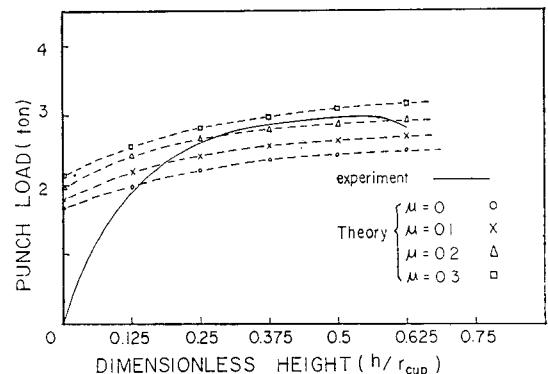


Fig. 10 Forming load curve drawn with respect to punch travel for  $45^\circ$  die(semi-cone angle): steel sheet

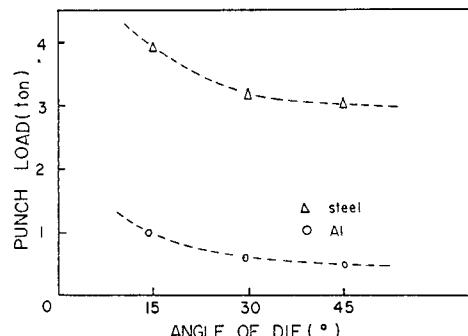


Fig. 11 Effect of die angle on the maximum punch load (experiment)

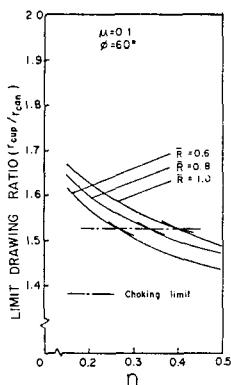


Fig. 12 Effect of  $R$  value and workhardening coefficient,  $n$ , on limit drawing ratio

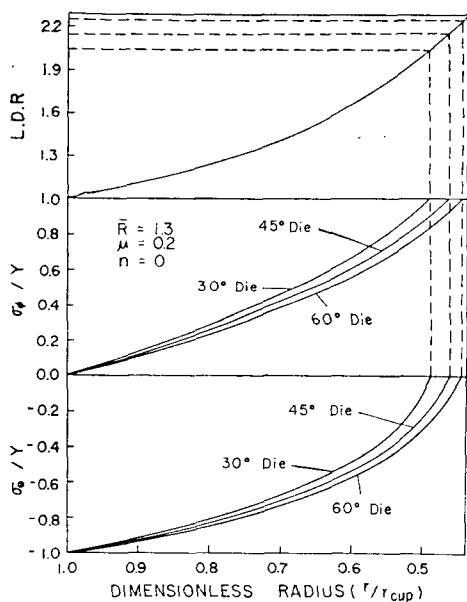


Fig. 13 Stress distribution of deforming metal in redrawing of cups

며, 가공 경화지수가 커질수록 한계인발비가 감소함을 알 수 있다. 이는 디이프 드로오잉과 정반대의 경향<sup>7</sup>으로 기존 실험결과와 일치한다<sup>3)</sup>. 또한 이방성계수  $R$ 이 증가할수록 한계 인발비가 증가함을 알 수 있으며 이는 알려진 바와 일치한다.

Fig. 13은 강-완전 소성강판을 재인발시켰을 때 응력분포를 항복강도  $Y$ 에 대해 무차원화시켜 변형영역 반경을 초기 반경으로 나눈 무차원 값에 대해서 그린 것이다. Fig. 13에서 윗부분의 L.D.R.은 각 금형의 한계 인발비와 이에 해당한 캠 내경의 무차원 값을 표시한 것이다.

## 6. 결 론

- 1) 알미늄과 강철박판을 1차 디이프 드로오잉한 재료를 재인발 할 때의 응력과 변형도를 계산하여 이로부터 한계인발비를 구하였다. 또한 인발하중의 예측은 실험치와 비교할 때 정상상태에서 마찰시험에서 구한 마찰계수 0.295로 셨을 때  $30^\circ$  및  $45^\circ$  금형의 경우 비교적 양호한 예측치를 준다.
- 2) 반원추각이 큰 금형을 사용 할수록 인발비를 크게 할 수 있으나  $45^\circ$ 인 경우에는 주름현상이 생기므로 불뱅크 훌더 없는 재인발에서는  $40^\circ\sim45^\circ$  금형을 사용하면 인발비를 크게 할 수 있다.
- 3) 이방성 계수가 큰 재료일수록 인발비를 크게 할 수 있으며 가공경화지수가 작은 재료가 재인발에 적합하다.

## 참 고 문 헌

1. S.Y. Chung and H.W. Swift, "An experimental investigation into the redrawing of cylindrical shells," *Trans. ASM.*, Vol. 45, 1952, p. 31.
2. J. Macphee, "An engineering analysis of the redrawing process," *Sheet Metal Industries*, Vol. 10, 1976, pp. 427-440; Vol. 11, 1977, pp. 75-81.
3. P.B. Mellor, "Deep-drawing and redrawing of thin sheet materials," *Sheet Metal Industries*, Vol. 11, 1977, pp. 1180-1188.
4. S. Fukui, .H Yuri and K. Koshida, "Analysis for deep-drawing of cylindrical shell based on total strain theory and some formability tests," *Aeronautical Research Institute Report*, University of Tokyo, Report No. 332, Vol. 24, No. 3, 1958.
5. R. Hill, "The mathematical theory of plasticity," Oxford University Press, London, 1950.
6. G.G. Moore and J.F. Wallace, "The effect of anisotropy on instability in sheet metal forming," *J. of the Inst. of Metals*, Vol. 93, pp. 33-38, 1964-1965.
7. M.G. El-Sebaie and P.B. Mellor, "Plastic instability conditions in the deep-drawing of a circular blank of sheet metal," *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 14, pp. 535-556, 1972.
8. Y. Yamada et. al., "On the measurement of frictional coefficient in metal forming," *J. of the Japan Society for Technology of Plasticity*, Vol. 9, No. 87, pp. 252-280, 1968.