Bull. Korean Math. Soc.
Vol. 20, No. 2, 1983

J. PIAGET의 數學教育觀의 哲學的 背景

(Some Remarks on J. Piaget's Philosophy for the Mathematics Education)

禹 正 晧
(Cheoung Ho, Woo)

I. 序論

일찌기 1959年, 美國의 數學教育 現代化 運動에 커다란 影響을 미친 「Program for College Preparatory Mathematics」란 報告書를 낸 College Entrance Examination Board의 理事長이었던 A.E. Meder는 "Sets, Sinners, and Salvation"[1]이란 標題가 붙은 論說 가운데에서 다음과 같이 쓰고 있다.

"學習에 대하여, 數學 커리큘럼에 대하여, 數學教育에 대하여, 대체적인 批判은 우리가 罪人이라고 하는 것에 완전히 一致하고 있다."

우리들 數學教師가 무엇 때문에 罪가 많은가. 그다지 쓸모도 없는 것 같고 그렇다고 재미있지도 않은 것을 强制的으로 學生들에게 注入시키는 것을 罪라고 意識하지 못하는 教師야말로 救援받기 힘든 罪많은 존재라는 것이다. 이는 단지 Meder 個人만의 고백일 수 없으며, 集合言語의 導入만으로 解決될 수 있는 問題도 아니다.

그런데, 그 후 소위 「새 數學」의 時代를 거치고 난 1976年, Conference Board of the Mathematical Sciences가 美國의 初中高 數學教育의 概觀과 分析을 위촉한 National Advisory Committee on Mathematical Education의 委員長이었던 S. Hill은 다음과 같이 말하고 있는 것이다.

"學校 커리큘럼 가운데, 15年間에 걸쳐 미증유의 恩寵과 優越性을 부여 받았던 時代에 이어서 數學教育은 이제 그 目標도 그다지 명확하지 않고 그 潛在的 有用性에 대해서도 그다지 樂觀할 수 없는 未來에 當面하고 있다."[2]

그러나 우리는 數學教育에 대하여 다음과 같은 哲學을 가지고 있다.[3]

"數學的 思考方法은 우리의 經驗과 觀念을 정돈하고 새로운 思考모델을 고안하는 가장 强力하고 가장 成就度가 높으며 가장 우아한 道具로써 그 때 그 때의 經驗을 초월하여 새로운 探究와 보다 낭은 未來의 形成을 위한 發見手段이 된다. 數學은 技術的 側面을 훨씬 넘어서 現代 世界의 理解와 開發의 바탕이 되며, 精神科學과 自然科學 사이의 유일무이한 文化的 位置를 차지한다. … 數學의 기본적인 諸概念이 갖는 說明力은 처음부터 충분히 이용되어야 한다. 數學教育은 그에 따라 幼稚園부터 大學까지 계속성있게 構想되어야 한다."

또한 우리 時代의 教育思潮는 소위 基本概念과 探究過程이란 말로 表現되는 知識의 構造를 강조하는 學問中心 教育課程의 思潮이다. "종래 教育에서의 問題點은 知識의 表層만을 가르쳤으며, 그 知識의 表層 裏面에 內在해 있는 知識의 構造를 가르치지 않았다는 것이다. 그리하여 종래의 教育에서는 知識의 表層에 있는 "事實의 더미"거나 해당 學者들

1) A.E. Meder, "Sets, Sinners, and Salvation", The Mathematics Teacher, Vol. 52, No. 6, Oct., 1959.

2) S. Hill, "Issues from the NACOME Report" The Mathematics Teacher, Vol. 69, No. 6, Oct., 1976.

3) E. Wittmann, Grundfragen des Mathematikunterrichts, Vieweg, 1978, S. 22.

의 探究結果만을 외우게 했다는 것이다. Bruner는 이와 같은 事態를 敎科의 中間 言語만을 가르쳤다고 하였다. …知識의 構造는 知識의 表層에 있는 斷片的인 토픽이 아니라, 그 裏面에 內在해있는 原理로서, 이 原理는 表層과 부단히 關係를 맺으면서, 동시에 構造의 構成要素인 다른 一般的 原理와 相互關係를 맺고, 그 關係는 變形規則에 지배된다는 것이다."[4)]

Bruner는 이러한 知識의 構造가 學生들의 心理的 構造로 統合되어 참다운 理解와 適用을 가능하게하는 敎授學習方法으로 發見學習을 주장하고 있다.[5)] 이는 古典的 合理主義와 결부된 現代的인 發達理論의 다이나믹한 適用으로, Piaget와 Platon의 理論的 混合物이라고 볼 수 있다.

이러한 敎育思潮에 따르면, 數學敎育은 단순한 數學的 知識, 곧 know-that의 解說과 傳達에 그쳐서는 안되며, 知識의 構造, 곧 數學의 基本的인 槪念體系의 참다운 理解와 應用에 到達할 수 있는 探究過程을 거칠 수 있도록 하는 敎育的 配慮, 곧 know-how의 敎育이 强調되어야 한다. 그런데, 數學敎育에 關與하고 있는 數學者들은 부지불식간에 數學者 自身만을 생각한, 未來의 數學者를 위한 數學敎育을 計劃하고 그 밖의 모든 것을 생리적으로 등한시 하는 態度가 몸에 배어 있다. 數學者들에게 學問中心 敎育課程은 旣成의 소위 '現代的인' 數學的 知識을 단순히 學生들이 接近할 수 있는 言語로 바꾸어 提示하는 것 以上으로 받아들여지기는 힘든 것이다.

이러한 基本前提 때문에 數學的 嚴密性과 論理的 形式體系의 問題가 뇌리에서 떠날 리 없어, 결과적으로 數學者들이 現代數學의 보다 深遠한 理解를 바라며 敎科書에 꾸며낸, 말하자면 「兒童用 現代數學」의 상당한 부분이 學生들에게 理解가 안 된 狀態로 學習指導가 끝나 暗記하게 되거나 疑似 理解狀態로 만족하는 사태가 벌어져 오지 않았나 생각된다. R. Thom은 이러한 狀況을 다음과 같이 表現하고 있다.

"數學敎育이 當面한 진정한 問題는 嚴密性의 問題가 아니라, '意味'의 開發의 問題 곧 數學的 對象의 '生存'의 問題이다."[6)]

數學이 旣成의 論理體系인 産物로 '가르쳐' 지므로 學生들에게 必要하다고 主張되는 活動의 機會는 敎科書에만 나오는 소위 應用問題를 풀이하는 것이거나, 變數에 數値를 적절히 代入하는 式의 '計算'에 불과한 경우가 적지 않았다. 이러한 數學的 知識의 傳達은 現代數學의 理解에도 數學의 應用에도 이르지 못하는 難局에 當面하지 않을 수 없는 것이다. 단지 제시된 數學的 知識을 暗記하여 되도록 오랫동안 잊어버리지 않도록 하는 것이 數學學習이라면, 이는 利益될 것이 없는 부담스러운 짐을 걸머지는 것과 크게 다를바 없을 것이다. 아마도 數學者들도 自身이 學習한 數學의 90% 以上은 결국 잊어버릴 것이며, 잊어버리는 것이 당연할 것이다. 왜냐하면 앞에서 學習한 數學은 보다 높은 數學으로 올라갈 사다리의 役割을 하는 것이며 그것으로 족한 것이기 때문이다. 問題는 學習한 知識이 얼마나 우리의 思考樣式이 될 수 있으며 진정한 數學 內的 外的인 問題의 解決에 意味있게 이용될 수 있느냐 하는 것이라고 생각된다.

이러한 狀況을 무엇보다도 심각하게 받아들여 '數學的 思考敎育'의 問題로 파악한 數學敎育者들이 수없이 많지만, H. Freudenthal은 소위 'applicable mathematics'의 問題로 보아 그 解決을 위해 많은 努力을 할 것을 要求하고 있다.[7)]

---

4) 朴在文, "構造主義 認識論에 비추어 본 브르너의 知識의 構造", 서울大學校 大學院 敎育學博士學位論文, 프린트, pp. 31～35.

5) J.S. Bruner, Toward A Theory of Instruction, W.W. Norton & Company, Inc., 1966.

6) R. Thom, "Modern mathematics: does it exist?", A.G. Howson (ed.), Developments in Mathematical Education, Cambridge at the University Press, 1973, p. 202.

7) H. Freudenthal, Mathematics as an Educational Task, D. Reidel Publishing Company, 1973, pp. 64～98.

以上과 같은 立場에서 볼 때 數學의 學習指導는 數學的 思考活動의 學習指導가 되지않으면 안된다. H. Freudenthal은 活動으로써 數學을 解釋하고 그에 基礎를 둔 指導方法을 再發明 方法이라고 부르고, 이의 具顯을 數學敎育의 主要 問題로 提起하고 있다.[8)]

이는, 다른 表現을 빌리면, 學生들의 直觀·洞察·理解·思考의 源泉을 열어 놓으면서 漸進的인 形式化가 이루어지도록 함으로써 結果的으로 應用可能한 數學의 學習이 이루어지도록 하는 問題, 곧, 發生的 原理의 具顯의 問題이다.

Piaget 理論은 과거 20餘年間에 걸쳐서 數學敎育에 실로 지대한 影響을 끼쳐왔다. 오늘날 Piaget 理論은 數學敎育에 관한 理論 속에 깊이 浸透되어 있어 그의 理論에 대해서 상당한 知識이 없이는 數學敎育理論을 理解할 수가 없을 정도이다. 그 理由는 數學敎育을 생각하는 이에게 무엇보다도 큰 關心事인 數學的思考의 發生的 根源을 밝히려고 하였으며 그에 따른 數學敎育, 다시 말하면 心理 發生的 數學敎育을 거론하였는 바, 이것이 위에서 言及한 學問中心·活動中心의 敎育思潮와 調和를 이루었기 때문이다.

지금까지 H. Aebli, A. Fricke, R.W. Copeland, G. Steiner, E. Wittmann, R.R. Skemp, Z.P. Dienes 등에 의해 Piaget 理論의 數學敎育的 硏究가 상당한 程度로 이루어져 왔다. 그러나 Centre International D'épistemologie Génétique를 中心으로 한 集團思考와 방대한 硏究 結果를 集約한 소위 'Piaget 理論'은 他에 그 類例를 찾아볼 수 없는 包括的인 것인 바, 지금까지 이루어진 Piaget 理論의 數學敎育的 接近은 Piaget 理論의 限定된 部分의 斷片的인 應用에 不過하며, Piaget의 發生的 數學認識論 및 心理學의 中心原理와 硏究結果를 反映한 보다 철저한 硏究가 要望되고 있다. 本稿는 그 理論的 基礎에 관한 硏究의 一環으로 1969年에 出版된 Psychologie et pédagogie에 실린 'La didactique des mathématiques'[9)]와, 1972年 ICMI의 第2次 數學敎育國際會議에 寄稿한 論文 'Comments on mathematical education'[10)]에 나타난 數學敎育에 대한 Piaget 自身의 見解를 그의 數學認識論의 分析的 考察을 통해 詳細化하고, 그 實際的 具顯方案을 提示해 본 것이다.

Ⅱ. Piaget의 數學敎育觀의 認識論的 根據

Piaget에게 있어서 數學敎育原理는 數學認識論에서 비롯된다. 그는 Platonism, apriorism, nominalism 등 諸數學認識論을 批判하면서 소위 '操作的 構成主義(constructivisme opératoire)'라고 하는 數學認識論을 주장하고 있는 바, 그 要旨는 다음과 같다.[11)]

「論理·數學的 槪念은 生物學的 有機體의 構造를 出發點으로 하여, 感覺·運動的 schèmes을 거쳐, 行動과 操作의 一般的 調整으로부터 '反映的 抽象化(abstraction refléchissante)'에 의해 構成된 '操作(operations)'이다.」

操作이란 內面化된 可逆的인 行動이다. 非可逆的인 行動은 構造化됨으로써 비로소 可逆的이고 操作的이 됨으로 操作의 構成과 더불어 操作的 構造가 存在하게 된다. Piaget에 따르면 안다는 것은 操作하는 것이며, 知能은 行動의 調整으로부터 나타나는 漸進的인 均衡化의 産物인 操作體系이며, 모든 數學도 操作體系이다.

"그런데 兒童의 自生的인 算術操作과 幾何操作, 그리고 특히 그러한 操作의 構成에 必要한 前提 條件이 되는 論理的 操作의 心理的 發達의 根源을 거슬러 올라가려고 시도하

8) H. Freudenthal, "Major Problems of Mathematics Eduction", Educational Studies in Mathematics, 12 (1981), pp. 133~150.

9) J. Piaget, Psychologie et pédagogie, Denoël, 1969, pp. 68~77.

10) A.G. Howson (ed.), Developments in Mathematical Education, Cambridge University Press, 1973, pp. 73~87.

11) E.W. Beth et J. Piaget, Épistemologie mathématique et psychologie, Presses Universitaires de France, 1961.

면 내 段階에서 첫째, 全體의 組織, 즉 그 밖에서는 그 構成要素가 아무런 意味를 갖지 않거나 存在하지조차 않는 그러한 體系의 組織을 향한 基本的인 어떤 傾向性이 있으며, 둘째, 代數的 構造, 順序構造, 位相的 構造의 性質과 바로 對應하는 세 가지 性質에 따라 이들 集合體系가 分類됨을 發見하게 된다."[12]고 Piaget는 主張하고 있다.

例를 들어, 代數的 構造의 典型인 群의 心理的 發生에 대해 생각해 보자. 일찌기 H. Poincaré는 어린 兒童의 움직임 가운데에서 groupe des déplacements를 이야기 하였다.[13] 兒童들에게 콤파스를 주면 흔히 自己對稱인 그림을 '本能的으로' 그려가며 아름답다고 생각한다. 古代人의 遺蹟이나 遺物에서 對稱은 중요한 役割을 하였으며 이는 現代에도 마찬가지이다.

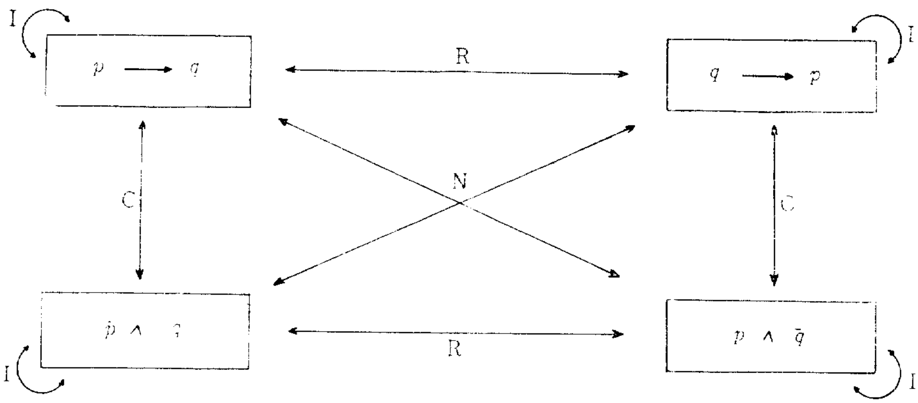
自然科學에서는 그리이스 時代 以來로 對稱性을 自然現象을 說明하는 하나의 原理로 認識하고 사용해 왔으며, 對稱性에 關한 Pierre Curie의 法則은 現代 量子論의 가장 重要한 原理가 되어 있다.

數學의 '아름다움'은 그것이 幾何學的인 것이건 代數學的인 것이건 對稱性과 關係되는 것이 많다.

"群이 重要한 것은 그것이 어떤 構造로부터 그 構造의 自己同型 體系로써 나타나기 때문이다."[14]

1870年 C. Jordan이 Traité des substitutions란 著書 가운데에서 群論을 形式化하기 以前에 約 半世紀 동안 數學者들은 거의 本能的으로 群의 觀念을 무의식적으로 數學研究에 사용하였다.[15] 오늘날 數學에서 群은 매우 基本的인 道具的 概念의 하나가 되어 있다. 한 例로 F. Klein의 Erlanger Programm에 따르면 群은 幾何를 分類하는 手段이 된다.

어떤 構造의 自己同型群이란 群論의 '魂'은, 그러면, 人間 모두가 共有하고 있는 아주 一般的인 行動樣式이며 思考樣式이요, 나아가 數學者들의 探究的 思考樣式이며 그 根源은 自然가운데 있는 것인가?



12) J. Piaget, "Mathematical Structures and the Operational Structures of the Intellect", W.E. Lamon (ed.), Learning and the Nature of Mathematics, Science Research Associates, Inc., 1972, p.121.

13) E.W. Beth et J. Piaget, op. cit., p.170.

14) H. Freudenthal, "What groups mean in mathematics and what they should mean in mathematical education", A.G. Howson, op. cit., p.109.

15) Ibid., p.107.

Piaget 는 소위 形式的 操作期의 人間의 思考樣式이 群을 이룸을 主張하고 있다.[16] 11, 12歲가 되면 대부분의 人間은 어떤 因果的 狀況에 당면하면 다음과 같은 自問을 한다. 「p 이면 q 인가, p 이면서 q 가 아닌 경우가 있는가, 反對로 q 이면 p 인가, q 이면서 p 가 아닌 경우가 있는가.」이러한 思考間의 위의 圖解와 같은 變換 I, N, R, C 를 생각해 보자.

이 때 變換은 合成이 可能하며 다음과 같은 表를 만족하므로, 變換의 集合 $\{I, N, R, C\}$ 는 다름 아닌 Klein 의 四元群을 이룬다.

I	N	R	C
N	I	C	R
R	C	I	N
C	R	N	I

특히, Piaget 는 變換 N 과 R 을 思考의 可逆性(réversibilité)이라고 하여 思考變換의 結合性質(associativité)과 함께 操作的 思考樣式의 決定的 特徵으로 보고 있다. 곧 可逆性과 結合性質은 調整되고 均衡化된 可動的이고 柔軟한 思考操作의 주된 메카니즘으로 把握되고 있는 것이다.

"一般的으로 말해, '群'이란 知的行動의 基本的인 特性, 곧 行動의 調整可能性과 되돌림 可能性 및 迂廻可能性의 象徵的 飜譯이다."[17]

그런데 Piaget 에 따르면 이러한 形式的 操作의 未發達 狀態인 具體的 操作은, 大體로 國民學校 兒童의 知的인 行動에 해당되는 데, 그 可逆性이 보다 具體性을 띄고 그 結合性質에 制限이 따르는, 따라서 보다 可動的이 못되는 構造를 이룬다. Piaget 는 그러한 具體的 操作의 構造를 發生中의 群構造란 意味로 'groupement'라고 부르고 있다.[18]

한 편, Piaget 에 따르면 思考는 形象的 側面 곧 schémata 와 操作的 側面 곧 schèmes 로 이루어진다. schémes 란 認識活動의 本質을 이루는 것으로, 行動과 操作을 反復 可能하게 하고 一般化할 수 있게 하는 機能을 갖고 있는 行動과 操作의 一般的 構造를 가리키는 것이며 schémata 란 어떤 特定한 行動이나 操作의 結果의 單純化된 表象 곧 이메지를 가리키는 것이다.[19]

操作의 schèmes 은 그것이 形式的 操作期에 이르면 群構造를 이루며, 그에 이르기 以前의 具體的 操作段階에서는 groupment 이란 構造를 이룬다는 것이다. 그런데 E. Wittmann 이 再形式化한 바에 따르면, groupment 은 對象의 集合 S, 變換의 集合 T, 基本變換으로 이루어진 T 의 部分集合 C, 및 다음과 같은 性質을 갖는 合成 · 으로 이루어진 體系 $(S, T, C, \cdot)$ 이다.[20]

i) $(S, T, \cdot)$ 는 모든 變換이 可換인 category, 곧 grouppoid 이다.

ii) T 는 CUC^{-1} 로부터 ·에 依하여 生成된다.

그러면, 數學化 · 數學的 方法 · 數學的 思考活動의 本質은 무엇인가. 그것은 漸進的인 抽象化 · 形式化이며 抽象化된 概念으로 推理하는 것이다. 代數的 構造의 發達에 포함된 漸進的인 抽象化 過程은 問題의 具體的 特性으로부터의 離脫, 즉 問題에 포함된 對象의 不確定性의 認識과 그 操作的 規則의 重要性에 대한 認識 過程이었다. 歷史的으로 人類는 오랜 期間을 거치면서, 自身들의 算數 操作이 두 가지 基本的인 要素 즉 對象과 操作規則으로 이루어져 있으며 그 가운데 後者가 本質的임을 점차 明確히 認識하게 되었으며 '部分的인 算術' 操作의 構造를 抽象하기에 이르렀다. 이는 "操作의 意識化" 過程이요 "操作의 構造의 意識化" 過程이었다.

더욱이 最近에는 數學에서의 操作的定義가 처음부터 對象과 寫像을 내포하는 傾向을보이고 있으며, 集合보다도 寫像을 重視하는 傾向을 나타내고 있다. Category 理論은 이러

16) J. Piaget, 1972, op. cit.

17) Ibid., p. 124.

18) J. Piaget, The Psychology of Intelligence, Routledge & Kegan Paul Ltd., 1950.

19) B. Inhelder, "Memory and Intelligence in the Child", B. Inhelder and H. H. Chipman(ed.), Piaget and His School, Springer-Verlag, 1976, p. 102.

20) E. Wittmann, "Piagets Begriff der Gruppierung", G. Steiner(hrsg.), Piaget und die Folgen, Die Psychologie des 20. Jahrhunderts, Band Ⅶ, S. 219～234.

한 것을 一般化한 것이다.

Category 理論의 創始者인 Eilenberg와 MacLane은 이 理論의 基本 아이디어에 대하여 다음과 같이 말하고 있다.

"이 理論은 또한 다음과 같은 것을 强調하고 있다. 새로운 抽象的인 對象이 어떤 特定한 方法으로 주어진 對象으로부터 構成될 때에는 언제나 그에 對應하여 야기된 그러한 새로운 對象에 關한 寫像을 그들의 定義의 한 統合된 部分으로 看做하는 것이 바람직하다. 이러한 프로그램의 追求는 對象과 그 寫像의 동시 考慮를 포함한다. (우리의 用語로 이는 個別的 對象이 아닌 category의 考慮를 의미한다.) 使用된 寫像의 形態를 詳細化하는 것을 이렇게 强調하면 포함된 여러가지 槪念의 不變性의 程度를 보다 더 잘 洞察할수 있게 된다. …이는 變換群을 가진 幾何學的 空間이 寫像의 代數를 가진 category로 一般化된다는 意味로 Klein의 Erlanger Programm의 繼續으로 看做될 수 있다."[21]

Piaget의 操作的 構成主義의 또 하나의 要旨는 다음과 같다.[22]

「數學의 歷史的 發生의 메카니즘과 個人에 있어서의 數學의 心理的 發生의 메카니즘과의 사이에는 平行性이 있지만 그 發生의 順序는 逆이다. 왜냐하면 心理的으로 最初에 構成된 것은 論理的 反省的 分析에서는 最後에 나타나기 때문이다.」

例를 들어, 變換群 아래에서의 圖形의 不變性으로서, 曲線의 開閉性·內部·外部·境界點·順序·連結性—곧음·凹凸·平行性·길이의 比—角의 測度—길이등을 생각해 볼 때, 이들은 차례로 位相變換群, 射影變換群, 아핀變換群, 닮음變換群, 合同變換群 아래에서의 不變性으로 포개어져 들어간다. 그런데, Piaget의 實驗結果에 따르면 兒童의 圖形 認識은 위에서 提示한 順序로 發達되며 이는 幾何의 歷史的 發達의 逆順이 되는 것이다.[23]

또한, 函數 槪念의 歷史的 發生은 比例關係, 變數, 特殊한 對應關係의 順序로 이루어져 왔는 데, 兒童의 函數 槪念의 發達을 硏究한 Piaget는 函數槪念의 心理的 發生은 歷史的 發生의 逆順으로 이루어짐을 主張하고 있다.[24]

Piaget의 數學認識論은, 결국, '反映的 抽象化'에 依한, 말하자면 心的 考古學으로써의 數學의 發達像을 提示하고 있다고 볼 수 있다. 行動과 操作의 schèmes이 無意識 속에 깊히 묻혀있어 아주 當然한 것으로 여겨지는 것일수록 그것을 意識的으로 數學的 思考面에 '反映'하는 데 오랜 時間이 걸린다는 생각이다. Piaget는 Cantor가 一對一 對應操作을 바탕으로 集合論을 建設한 것을 行動과 操作의 schèmes으로부터 反映的 抽象化에 依한 數學의 構成의 두드러진 例로 들고 있다. 一對一 對應 操作은 具體的 操作 段階에서 構成되는 基本的 操作이다. 그러나 그 操作에 注目하여 數學的 意味를 부여함으로써 現代數學의 發達에 決定的 契機를 마련한 것은 19世紀 末에 이르러서이었다.

P. Boutroux는 數學의 歷史를 다음과 같이 三段階로 區分하고 있는 데 이에 대한 Piaget의 解釋은 매우 興味롭다.[25] 第一段階는 원래의 Platonism에 대응하는 그리이스 時代의 '瞑想的인 理想'을 追求하던 段階이고, 第二段階는 西歐的인 代數學·解析幾何學·解析學이 싹트면서 數學을 構成한다는 인상을 가졌던 '綜合의 理想'을 追求하던 段階이다. 第三段階는 19世紀에 들어 와 보다 豊富하고 複雜한 構造를 대하게 되면서 數學者들은 더 以上 自身이 數學을 構成한다는 느낌을 갖지 못하게 되었으며 그 自身의 法則을갖

21) S. Eilenberg, S. MacLane, "General Theory of Natural Equivalences", Transactions, Am. Math. Soc., 58, 1945, pp. 236～237.

22) E. W. Beth et J. Piaget, op. cit.

23) J. Piaget, & B. Inhelder, The Child's Conception of Space, Routledge & Kegan Paul, 1967.

24) J. Piaget, et al, Épistémologie et psychologie de la fonction, Presses Universitaires de France, 1968.

25) E. W. Beth & J. Piaget, op. cit., pp. 310～315.

는 무한한 世界 가운데에서 選擇한다는 인상을 갖게 되어 결과적으로 Platonism에 復歸하여 '本質的인 客觀性'의 理想을 追求하게 된 段階이다.

Piaget는 求心的인 過程을 따르는 意識의 法則, 곧 自身의 操作을 意識하기 前에 그 外的인 結果를 意識하며 操作의 內面的 構造의 認識은 最後에 온다는 法則에 근거하여 Boutroux의 見解를 다음과 같이 解釋하고 있다. 그리이스 數學의 '瞑想的' 性格은 操作의 意識의 缺如를 뜻한다. 이는 Euclid가 變換을 거듭 사용하면서도 그것을 幾何學的 操作으로 간주하지 못한 사실이나 Pythagoras 學派의 數에 대한 觀念에서 明確히 드러난다. '綜合의 理想'의 時代는 操作의 自覺, Cogito의 自覺의 時代이며, '本質的인 客觀性'의 時代는 充分히 오랜 期間 동안 反映的 抽象化가 거듭된 後에 操作의 가장 深奧한 特性 곧 構造가 發見되기에 이르른 時代이다.

Piaget는 以上과 같은 그의 數學認識論을 根據로, 序論에서 言及한 두 論文 가운데에서 다음과 같은 數學敎授學的 原理를 提示하고 있다.

첫째, 數學的 槪念의 發達은 어린 兒童의 實際的인 行動의 調整을 바탕으로 한 反映的 抽象化에 의한 連續的인 構成 過程이므로 操作期의 문턱에 와 있는 幼稚園 및 國民學校 入學 初期의 數學敎育에서는 具體物을 직접 다루는 活動을 하는 가운데 兒童 自身의 行動을 反省하여 論理—數學的 槪念이 形成되는 소위 '論理—數學的 經驗(expérience logico-mathématique)'이 이루어지도록 해야한다.

둘째, 모든 知的 活動의 本質은 操作이며, 操作은 行動의 調整과 內面化의 産物이므로 具體的 操作 段階에 있는 國民學校 兒童에 대한 數學敎育은 活動的 敎授法에 따르지 않으면 안된다.

셋째, 發達의 初期부터 現代 數學的인 '自然스런' schèmes을 갖고 思考할 수 있도록 數學敎育의 本質的인 體質 改善이 要望된다. 그를 爲해서는 兒童 自身의 自發的이면서도 無意識的인 行動과 操作의 構造를 反省의 對象이 되도록 하는 敎授學的 問題가 提起된다. 이러한 問題를 解決하기 爲해서는 發見的 敎授法, 小集團 活動, 適切한 對話를 통한 意識化 方法, 直觀的 敎授法등의 敎授原理를 考慮해야 한다.

또한 Piaget의 가장 親密한 共同硏究者 가운데 한 사람인 B. Inhelder는 유명한 Woods Hole 會議에 提出한 報告書 가운데에서 前操作段階에 있는 幼稚園이나 國民學校 入學 初期의 數學敎育에서의 論理—數學的 經驗의 必要性에 대한 Piaget의 要求를 '事前敎育課程 (pre-curriculum)'으로써 施行할 것을 提案하였으며, 위에서 詳述한 心理 發生的 順序에 따라 敎育課程을 構成할 것을 提案하고 있다.[26)]

Ⅲ. Piaget의 數學敎育觀의 具顯 方案

Piaget의 數學敎育觀은 B. Inhelder가 記述하고 있는 바와 같이 '自主的 行動 및 操作의 敎授學(eine Didaktik des selbsttätigen Handelns und Operierens)' 이라고 불리울 수 있는 것이다.[27)] 그러나 Piaget는 一般的인 敎授學的 原理를 提示하는 데 그치고 그 具體的인 方法까지는 論하고 있지 않다.

Piaget 理論이 數學的 思考의 本質을 操作이라고 보고 그 發生 過程을 分析 提示한 點은 學習者의 活動을 통한 數學的 思考의 發達이라고 하는, Pestallozzi 以來의 偉大한 諸敎育者들의 理想의 當爲性을 明確히 함으로써 活動主義的 數學敎育 理論의 構成에 큰 寄與를 하였음은 論議의 여지가 없다.

26) J.S. Bruner, The Process of Education, Vintage Books, 1963, pp. 33∼54.

27) B. Inhelder, "Ein Beitrag der Entwickelungspsychologie zum mathematischen Unterricht", Der machematische Unterricht für die sechs bis funfzehnjahrige Jugend in der Bundesrepublik Deutschland, Drenkhahn (hrsg), Vanderhoeck & Ruprecht, 1958, S. 87∼100.

그러면 Piaget 理論이 옹호하는 活動主義的 數學敎育의 具顯 方案은 무엇인가. 이는 무엇보다도 數學的 思考活動의 內面的 메카니즘에 대한 Piaget의 解釋을 바탕으로 한 數學의 學習指導 方案이어야 한다면, 소위 '反映的 抽象化'의 本質에 根據하지 않으면 안된다. Piaget에 따르면 反映的 抽象化는 보다 높은 水準에의 '反射(refléchissement)'와 거기서의 '反省(réflexion)' 이라고 하는 分離할 수 없는 두 要素로 이루어진다. 反射된 內容은 反省에 의한 새로운 '形式'의 構成을 必然化하며, 反射와 反省의 사이클, 따라서 內容, 形式, 보다 洗鍊된 內容, 새로운 形式의 사이클이 중단 없이 행하여진다. 이러한 螺旋的인 過程은 절대적인 시작도 끝도 없는 채로 繼續되어 概念領域이 점점 增大하여 간다.[28] 여기서 注意해야 할 點은 단지 '反省'이 問題가 아니라 '兒童 自身의 行動이나 操作에 對한 兒童 自身의 反省'이 問題라고 하는 것이다. 이 點이 바로 Piaget 理論을 다른 活動主義 理論과 區別짓는 核心的인 點이며, Piaget 理論을 근거로 數學敎育을 論할 때 看過해서는 안되는 點이다.

그런데 이러한 數學的 思考의 本質은 van Hiele의 學習水準 理論에서 보다 具體的으로 明確히 드러난다. van Hiele는 數學的 思考의 特質은 考察의 手段이었던 것을 새로이 考察의 對象으로 해 나아가는 것, 곧 手段의 對象化에 있다고 보고 이를 圖形의 學習에 適用하여 다음과 같은 模型을 提示하고 있다.[29]

水準 / 考察	第 0 水 準	第 1 水準	第 2 水準	第 3 水準	第 4 水準
對　象	우리周邊의事物	圖　形	性　質	命　題	論　理
手　段	圖　形	性　質	命　題	論　理	

한 편, Z.P. Dienes는 이러한 數學的 思考의 本質을 패턴化(構造化)와 對象化의 끊임없는 反復으로 把握하고, 이를 文法의 用語로써, 述語의 主語化, 새로운 述語의 發明과 그 主語化의 끝없는 連鎖로 說明하고 있다.[30]

Dienes는 Piaget가 提示하고 있는 數學的인 概念의 發生에서의 3段階, 이를테면 數의 保存概念의 發生에서의 非保存期, 移行期, 操作的 保存期와 같은 3段階를 다음과 같은 數學的 概念形成의 一般的인 '心理力學(psycho-dynamics)'으로 받아들이고 있다.

第一段階는 아무런 意識的인 目的도 없는 놀이와 같은 活動에 따른 恣意的인 反應을 하는 段階이다. 여기서 놀이는 基本的인 經驗이 되며 그로부터 窮極的으로 概念이 形成된다. 第二段階는 놀이 經驗의 그 어떤 構造化가 必要한 것을 理解하기 시작하여 概念의 部分的 構成이 이루어지며, 아직 知覺되지 않는 最終段階를 향한 一層 目的 指向的인 段階이다. 第三段階는 最終的으로 概念이 形成되는 段階이다. 모든 構成 部分에 대한 바른 Gestalt가 把握된다. 다시 말하면 각 部分이 全體를 이루고 있는 樣相이 파악되어 그 構造가 理解된다. 이와 같은 段階를 거쳐 概念이 形成되면 다음에 그것이 定着되는 時期가 온다. 그것은 內省的 活動에 의한 分析 檢討 및 外的 狀況에의 應用의 形態로써 행하여진다. 그 結界 概念에 보다 精通하게 된다. 그런데, 이와 같은 狀態가 되면, 形成된 概

28) J. Piaget, et al, Recherches sur L'abstraction Réfléchissante, Presses Universitaires de France, 1977, pp. 303～307.

29) P.M. van Hiele, "Piagets Beitrag zu unserer Einsicht in die kindliche Zahlbegriffsbildung", Rechenunterricht und Zahlbegriff, Westermann Taschenbuch, 1970, S. 105～131.

30) Z.P. Dienes, Building up Mathematics, Hutchinson Publishing Group Ltd., 1960.

念은 이미 보다 높은 水準의 새로운 槪念形成을 위한 資料, 즉 '놀이'의 對象으로서 利用되고 있는 것이며 보다 높은 水準에서의 보다 客觀的인 槪念 形成의 사이클이 시작된 것이다.

Dienes는 이와 같은 槪念 形成의 사이클을 '開閉連續體(open-closed continuum)'라고 부르고 있다.[31] 앞에서 말한 槪念形成의 세 段階를 거쳐서 일단 形成된 數學的 槪念은 '閉 (closed)'의 狀態로 되지만 內省的 分析과 適用의 過程에서 이미 '開(open)'의 狀態로 變해 보다 客觀的이고 보다 높은 水準의 再構成이 이루어져 數學的 槪念은 人格 形成에 寄與하게 된다는 것이다. Dienes는 以上과 같이 數學 學習 活動을 '놀이'를 통한 構成的 活動이라고 보고, 數學的 槪念의 學習 指導 過程을 自由놀이, 게임, 共通性의 探究, 表現, 記號化, 形式化의 6段階로 設定하고 있다.

E. Wittmann은 위에서 言及한 數學的 思考活動의 本質에 비추어 그 再發明 過程으로서의 數學學習은 다양한 보기와 모델에 對한 操作的 探究를 통한 直觀的인 活動 段階, 直觀的인 活動의 反省을 통한 패턴의 發見 段階, 패턴의 分析을 통한 소위 '局所的 數學化'의 段階를 거칠 必要가 있다고 보고 學校 數學의 主要 課題는 앞의 두 段階의 活動의 開發 즉 '非形式的인 數學'의 開發이며 이것이야말로 數學的 思考의 '自然스런' 樣相이며 '眞正한' 數學이라고 말하고 있다.[32]

以上과 같은 學習 指導 過程은 G. Polya가 提示한, 探究 段階, 形式化 段階, 同化 段階를 빠짐없이 거쳐야 한다는, 소위 '飛躍 없는' 段階의 原理와 根本的으로 다를 바 없는 것이다.[33]

結局, 兒童들이 '數學化(mathematizing)'를 學習하도록 指導해야 할 것이다.[34]數學化 없는 數學은 없으며, 公理化 없는 公理도, 形式化 없는 形式도 있을 수 없다. 위에서 論議한 活動主義 數學敎育 理論에 따르면, 結局, 數學은 그러한 活動을 遂行하게 함으로써 가장 適切하게 學習될 수 있다. 이는 數學을 數學化로, 公理系를 公理化로, 形式體系를 形式化로 學習하도록 해야 함을 뜻한다.

兒童들이 非數學的인 現實 狀況을 數學化하는 것, 數學的으로 現實 狀況을 解釋하고 組織하는 것을 學習하도록 指導해야 할 것이다. 空間的 形態를 圖形으로 把握하는 것은 空間을 數學化하는 것이며, 平行四邊形의 性質을 整理하여 平行四邊形을 定義하는 것은 平行四邊形의 槪念을 數學化하는 것이고, 平行四邊形의 性質에 關한 여러가지 命題를 論理的 關係에 依해서 構造化하는 것도 數學化이며, 幾何學 全體의 公理體系化도 數學化이다. 兒童들에게 여러 水準의 數學化 곧 '局所的 數學化'가 螺旋的으로 이루어지도록 學習指導를 하는 것이 數學의 適用 可能性을 保證하는 길이며 數學을 참으로 理解시킬 수 있는 길이다.

數學敎育은 旣成의 産物로서의 數學이 아니라 數學을 '하는' 過程의 本質에 비추어 構想되어 實踐되어야 한다. 여기서 우리는, 數學的 思考 活動의 本質을 그것이 初步的인것 이건 發達된 形態의 것이건 category로써 把握될 수 있으며 그것은 다음과 같은 4水準으로 區分될 수 있다는 H.B. Griffiths와A.G. Howson의 생각에 注目할 必要가 있다.[35] 그들은 數學的 思考 活動을, 具體的인 對象에 대한 操作, 具體的인 對象의 이름과 記號에 對한 操作, 記號 體系의 操作, 體系 사이의 寫像에 대한 操作의 4水準의 category로

31) Z. P. Dienes, Concept Formation and Personality, Leicester University Press, 1959.

32) E. Wittmann, "The Complementary Roles of Intuitive and Reflective Thinking in Mathematics Teaching", Educational Studies in Mathematics, Vol. 12, No3, 1981, pp. 389~397.

33) G. Polya, Mathematical Discovery, Vol. Ⅱ, Wiley & Sons, Inc., 1965, pp. 102~106.

34) H. Frendenthal, Mathematics as an Educational Task, D. Reidel Publishing Company, 1973, pp. 131~146.

35) H. B. Griffiths, A. G. Howson, Mathematics Society and Curricula, Cambridge University Press, 1974, pp. 210~212.

써 把握하고 있다. 이러한 생각을 받아 들이고, 最近의 數學의 寫像을 重視하는 傾向에 注目한다면, E. Wittmann이 groupement을 category로써 再形式化한 것은 當然한 歸結이며, 現代 數學의 本質과 調和되는 數學教育 理論을 構想함에 있어서 Piaget 理論이 큰 潛在力을 갖고 있음을 認定하지 않을 수 없는 것이다.

結局, 局所的 數學化를 指向하는 數學의 學習 指導에서 教師는 自己自身과 兒童에게 「狀態와 操作은 무엇이며 그들 사이에 어떤 關係가 成立하고 있는가」하는 質問을 하면서 주어진 指導內容에 대해 操作과 그 作用을 뚜렷이 하면서 活動 指向的인 指導가 이루어지도록 해야 한다.

學習 活動을 통해, 그러한 操作의 適用으로 어떤 새로운 對象이 생기며 操作의 合成으로 어떤 새로운 操作이 생기는가 하는 것과 對象에 대한 操作의 作用은 어떤 效果를 갖는가 하는 것이 反省되어 狀況 가운데의 法則性이 再發明 되도록 하여야 할 것이다.

다음에는 兒童의 無意識的인 行動과 操作의 構造를 反省하여 意識化시키는 教授學的 問題에 對하여 論議해 보기로 한다. 이에 對해 R. Thom은 매우 辛辣한 反論을 提起하고 있다.[36)]

Piaget에 따르면, 現代 數學의 母構造는 兒童의 行動과 操作의 schèmes 가운데 潛在的인 形態로 存在한다. 의러한 內在的인 思考의 메카니즘을 意識化 시킴으로써 과연 數學教育이 革新的인 契機를 맞이할 수 있을 것인가 하는 것은 커다란 教育心理學的인 問題이다. 그러나 그것이 言語學習에서 文法이나 語彙를 注入시켜 言語의 表層構造를 가르치려는 것과 같으며, 걸음마를 배우려는 兒童이나 過食한 것을 消化시키려는 兒童에게 다리의 解剖學的 構造나 消化 器官의 生理를 가르치려는 것에 比喩될수 있는가. 더구나 自身의 行動이나 精神活動 構造의 形式的 定義에 대한 意識的인 知識을 갖게 되면, 마치 文法을 너무 많이 알기 때문에 言語 使用을 주저하게 되는 것과 같이, 도리어 자연스러운 行動이나 精神 活動을 망쳐버리는 해로운 影響을 초래할 것인가.

앞에서 考察한 바와 같이, 數學的 思考 및 그에 內在되어 있는 構造를 意識化하는 것은 數學의 歷史的 發達 過程에서 必然的으로 나타난, 人類 全體의 數學의 學習 過程의 메카니즘이 아니었던가, 問題는 長期間에 걸친 '自然스러운' 漸進的인 意識化 過程을 급격히 短縮하려는 데에서 發生한다. 數學的 思考의 胎兒가 成熟되도록 充分한 期間을 주는 것이 數學의 意味를 開發하는 것이요 精神 世界에서의 數學的 思考의 生存을 附與하는 것이라면 그 期間은 어느 程度이어야 하는가. 教師의 任務가 産婆의 役割이라고 하여도 教育은 待機主義的 立場을 취할 수는 없는 것이다. Piaget에 依하면, 成熟은 認知發達의 可能性을 넓혀 주지만 그러한 可能性의 實現은 經驗, 教育的 社會的 傳達, 특히 均衡化라고 하는 自己調整 要因에 依한 것이다. Piaget 理論은 分明히 成熟論이 아니며, Rousseau의 그늘에서 벗어나 社會的 教育的 役割의 重要性을 論하고 있다.

그러나 Piaget는 指導에 依한 學習의 促進이란 思考 方式을 典型的인 'American question' 이라고 꼬집고 그에 對해 疑問을 提起하고 있다. Piaget에게 있어서 참다운 學習은 schèmes의 變容이라고 하는 漸進的인 內的 構成過程이다. 따라서 '自然스런' 發達의 메카니즘과 調和된 指導 方法만이 바람직한 것이며, 무리한 早期 意識化를 위한 試圖는 兒童의 自己構成을 不可能하게 하는 것이다.

다음에는 좀 더 長期的인 數學 指導計劃의 作成이나 教育課程의 構成에서 Piaget가 主張하는 數學의 心理的 發生의 順序가 어느 程度로 考慮되어야 할 것인가에 對하여 論議해 보기로 한다. 既成의 數學的 知識을 '傳達'하는 것과 反對되는 再發明 過程으로 數學의 學習 指導를 規定하고 이의 實現을 위해 努力하는 것을 '發生的 原理'라고 한다. 말하자면 數學의 發生을 學習過程에서 再成就하도록 하려는 것이 發生的 原理인 것이다.

36) R. Thom, "Modern mathematics : does it exist?", A. G. Howson (ed.), Developments in Mathematical Education, Cambridge University Press, 1973, pp. 194~209.

結局, 지금까지는 Piaget 理論에 根據한 '微視的인' 觀點에서의 發生的 原理에 대해 考察한 結果가 되었다.

'巨視的인' 觀點에서의 發生的 原理는 일찌기 F. Klein[37]과 H. Poincaré[38]에 의해 主張된 바 있다. 이들은 Darwin 主義者인 E. Haeckel이 形式化한 生物學的인 發達法則인 '再現의 法則'을 數學教育에서도 따라야 한다고 主張하였다. 이들은 學習者는 數學의 歷史發生의 主要段階를 다시 밟음으로써 效果的인 學習이 이루어질 수 있다고 하여 歷史發生的 原理를 擁護한 것이다. 興味로운 것은 構造 數學을 指向한 소위 「새 數學」을 形式主義로 拒否한 代表的인 數學者인 R. Thom이 陳腐한 生物學的 原理에 바탕을 둔 歷史 發生的 原理를, 數學의 '意味'를 開發하고 數學的 思考의 '生存'을 可能하게 하는 方案으로 提起하고 있는 點이다.

生物學者이기도 한 Piaget는 그의 認識論의 生物學的 根據를 보다 斬新한 理論인 C. Waddington의 '漸生說(epigenesis)' 가운데에서 찾고 있다.[39] 그러나 우리는 여기서 Piaget의 主張이 그의 發生的 認識論의 基本 假說이며 哲學이라는 點에 注目하지 않으면 안된다. 科學的인 發生的 認識論의 建設을 目標로 한 소위 'Piaget 理論'은 지금까지 그의 假說을 뒷받침 할만한 많은 證據를 提示하여 왔지만 그의 主張을 文字 그대로 받아들일 수는 없는 狀態이다.

Piaget의 發生的 數學 認識論의 基本 前提에 따르면, 數學이 그 歷史的 發達過程을 통해 그 構成의 基礎를 보다 깊게 探究해 감에 따라 人間 精神의 基本的 構造와 보다 緊密하게 連結되게 된다. 이 見解에 따르면 '現代'數學의 基本的인 思考方式에 따라 數學教育의 根本的인 改革을 繼續的으로 企圖하여 早期教育을 試圖하는 것이 바람직하다. 또한 Piaget 理論에 따르면, 全體性, 一般性 곧 構造를 單純性으로 把握하고 演繹的 展開 順序로 教材를 構成하는 것이 兒童의 心理的 發達과 調和되는 '自然스런' 길이다.

發生的 原理는, G. Polya가 指摘하고 있듯이[40] 確固한 法則이 아니라, 教授學的 問題의 判斷을 위한 길잡이로써의 意味를 갖는 것으로 보는 것이 妥當할 것이다. 어느 경우이건 數學 教育에서 追求해야 할 것은 形式的인 旣成 數學의 傳達에서 비롯되는 精神的인 不毛現象을 打開하고 優雅하고 强力한 數學的 思考 樣式을 充實히 開發해 가는, 소위 數學的 思考의 生存 發達의 問題이다. 教育者는 數學을 發生시킨 人類의 經驗을 再現하도록 努力함으로써만이 이를 보다 '自然스럽게' 成就할 수 있으며 Piaget 理論에 따른 反歷史發生的인 展開順序, 超現代的인 數學의 展開方法은 學校數學에서 '教授學的 顚倒'라는 速斷은 拋棄되어야 한다.

Ⅳ. 結 言

우리 社會는 단적으로 學力 社會라고 말할 수 있다. 그러한 社會 體制의 矛盾과 病弊는 入試 準備로 因한 '教育不在'로, 나아가 亡國 課外로 일컬어 진 막다른 골목에 까지 치닫게 하였음은 周知의 事實이다. 그런데 數學教育은 實際的으로 그러한 亡國的 課外의 主犯의 하나가 되어 왔음을 否定할 수 없을진데, 이는 종래의 數學教育의 不適切性이 무엇보다도 컸음을 雄辯해 주고 있다.

數學教育의 目的은 무엇인가. 大學의 專門 教育의 準備 段階로서의 學校數學은 수 많은 斷片的인 情報와 規則의 暗記를 當然한 것이며 또한 價値있는 것으로 받아들이는 傳

37) F. Klein, Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus, Erster Band, Verlag von Julius Springer, 1933, S. 289.

38) H. Poincaré, 1953, p. 135.

39) J. Piaget, Biology and Knowledge, The University of Chicago Press, 1971.

40) G. Polya, Mathematical Discovery, Vol. Ⅱ, John Wiley & Sons, Inc., 1965, pp. 132~133.

統的 觀念을 밑바탕으로 하고 있지 않은가. 그러한 敎育의 不適切性이 오래 前부터 指摘되어 오면서도 여전히 그러한 敎育에 열심인 것은, 비록 그것을 意識하지는 못한다고 하더라도 그러한 敎育의 價値를 重視하는 '敎育課程 理論'이 숨어있는 것이다. "敎育의 傳統은 살아 있는 '敎育課程 理論'이다."[41] 우리는 우리 敎育에 살아 움직이는 참다운 數學敎育 理論을 정립해 가야 할 것이다.

여기서 提起되는 자연스런 歸結은 數學敎育을 '人間化'하는 問題이다. 過重한 非人間的인 機械的인 學習과 旣成의 論理體系를 傳達하는 形式主義 偏重의 傾向에서 벗어나 人間의 數學的 活動 그 自體의 本性을 直視하고 그에 따른 學習을 시킴으로써, 理解와 問題解決 能力 및 創造性의 開發을 强調하는 人間的인 모습을 向해 나아가야 한다.

H. Winter는 人間의 特性과 그러한 人間의 文化的 營爲로써의 數學의 基本的인 性格을 對比시키고 그에 비추어 數學敎育의 一般 目標로써, 數學化, 探究와 發見을 通한 創造的 行動과 推論·證明등의 能力 및 態度의 開發, 그리고 分類·整列·一般化·類推·形式化 등의 精神的 技能의 開發등을 들고 있다.[42]

이러한 立場에서 생각해 보면, 數學敎育은 단순한 數學的 知識, 곧 know-that의 解說과 傳達에 급급해서는 안된다. 數學敎育은 學生들에게 創造的으로 思考할 수 있는 餘裕있는 機會를 마련해 주어야 하며, 合理的인 論證을 練習할 수 있는 機會를 주어야 하고, 數學의 實際的인 사용 可能性을 經驗하는 機會를 주어야 하며, 數學化·形式化를 學習할 機會를 마련해 주어야 한다. 곧 know-how의 敎育이 强調되어야 한다.

이러한 問題는 過去부터 敎育硏究의 最大의 課題로, 知識의 本質을 兒童 自身의 自主的 行動에서 찾으려 한 Pestallozzi, Dewey, Piaget로 이어지는 이른바 活動主義 敎育理論의 核心이다.

數學을 人間性과 關聯지워 보다 明確히 파악하고 그를 바탕으로 兒童에게 自然스럽고 餘裕있게 數學的 營養을 供給하는, 이른 바 全人敎育을 위한 數學敎育 理論을 展開하기 위한 努力이 절실히 要望되고 있는 바, 이러한 面에서 Piaget 理論이라고 하는 巨大한 思想的 鑛脈의 發掘은 앞으로 보다 徹底하고 包括的으로 이루어져 나아가야 할 것이다.

참다운 數學敎育은 어떤 主義 主張이나 學者의 權威에 맹종하는 것이 아니라, 學生과의 長期間에 걸친 生活을 통한 생생한 觀察과 探究 끝에 얻어지는 正直한 確信에따라 敎育에의 바른 길을 더듬어 찾는 것이라고 생각된다. 이런 뜻에서 數學敎師 自身은 가장 훌륭한 數學敎育 硏究者이어야 하며, 그렇게 될 수 있도록 보다 强力한 知的인 써포트를 提供하여야 하며, 硏究者로서의 敎師의 潛在力을 존경할 줄 아는 雰圍氣가 造成되어야 하며, 무엇보다도 入試數學의 굴레를 벗겨 주어, 보다 餘裕있고 진지하게 學生들과 人間的인 接觸을 하면서 數學敎育 硏究를 할 수 있는 時間을 보다 많이 마련해 주지 않으면 안될 것이다. 이 길이야 말로 Meder가 指摘한 우리들이 數學敎師로서 數學敎育에 대해 지은 罪를 報贖하는 진정한 唯一한 길이며 Piaget 理論에 根據한 數學敎育改善의 길이 아닌가 생각된다.

(서울大學校)

41) 李烘雨, "글 쓰는 敎育", 교육개발, 제5권 5호, 한국교육개발원, 1983, p. 52.
42) E. Wittmann, Grundfragen des Mathematikunterrichts. Vieweg, 1978, S. 47.