韓國軍事運營分析學會誌
第9卷, 第2號, 1983, 12

벡터利得 對自然게임의 解法

(Methods for Solving the Game against Nature with Vector Payoffs)

金 汝 根*

Abstract

The traditional theories of games are based on an assumption that the payoffs have a single dimension. In reality, any alternative is likely to imply more than one payoff.

This paper deals with the game against nature with vector payoffs. The purpose of this paper is to develop methods for finding the practical optimal strategy in the game against nature with vector payoffs. Under the assumption that a prior probability over the stats of nature is given, this paper shows that a practical optimal strategy in this game can be obtained by applying a entropy method in order to assess the payoff weight and by employing the concept of compromise solutions in order to reduce the non-dominated solutions.

When subjective payoff weights are unknown as well as known, these methods can be used. A numerical example is given.

I. 序 論

意思決定 및 게임模型은 흔히 하나의 利得에 대하여 다루어왔다. 그러나 現實社會에 있어서 意思決定 및 게임模型은 利得이 하나인 경우 보다는 相對的 價値를 區分하기 힘든 多數基準(多目的)의 백터로 종종 이루어진다. 이러한 게임을 벡터利得게임(vector payoffs game)이라 한다. 예를 들어 전투기 기종선택에 있어서 최대속도, 항속거리, 최대적재량, 구입비용, 신뢰성, 기동성 등이 고려될 수 있으며 외교테이블에서는 서로 내어놓는 대안들이 단순히 經濟에 미치는 영향을 고려한 다든지, 또는 政治的인 面만을 고려한 대안이기 보다는 政治, 經濟, 文化 등에 미치는 영향을 전반적으로 考慮한 代案이 다.

多目的을 갖는 벡터利得의 意思決定 및 게임 모형은 벡터利得을 하나의 利得으로 바꾸기 위하여 적절한 加重値나 總括效用函數를 求해야 하는 어려운 問題點이 발생하며 이로써 풍부한 情報의 손실을 가져온다.

벡터利得게임의 硏究는 Shapley [10]에 의

* 全南大學校 工科大學

하여 強平衡點 및 弱平衡點의 개념이 정의되었으며, Zeleny [14]는 媒介變數벡터를 導入하여 벡터利得게임을 媒介變數 線型計劃法 (multiparametric linear programming)으로 模型化 하였다. Cook [1]은 벡터利得의 各 基準들에 대한 加重値와 解에 대한 目標値가 주어질 경우 그 目標値에 대한 總未成就度를 最小化하는 問題로 접근하여 이를 線型計劃問題로 변환시켜 풀었다. 朴淳達[17]은 Cook의 目標値 대신 각 目的의 最適解를 사용하여 같은 方法으로 풀었다. 金汝根[16]은 加重値를 Interactive 數理劃計法으로 찾아 解를 求하였다.

벡터利得對自然게임(Game against Nature with Vector payoffs)에 대해 Zeleny[14]는 自然의 각 狀態(states)에 대한 事前確率(prior probability)이 주어졌을 때 각 基準의 중요성의 加重値를 媒介變數를 사용하여 풀었으며 이는 單純戰略으로 주어짐을 보여 주었고 朴淳達[17]은 自然의 각 狀態에 대한 事前確率과 각 基準의 加重値를 특정한 값으로 주어지고 目標値를 각 基準의 최대값으로 보고 總未成就度를 最小化하는 문제로써 線型計劃問題로 풀었다. Zeleny의 解에서는 平衡點이 唯一하지 않고 많은 非支配解(nondominated solution)을 갖으며 朴淳達의 解에서 각 基準의 중요성의 加重値를 모를 때가 문제가 된다.

벡터利得게임에서는 각 基準(目的)들의 加重値를 어떻게 해결하느냐가 문제가 된다. 加重値를 결정하는 方法에는 Interactive 數理計劃法[2, 3, 12, 15]에 의한 방법 이외에도 각 効用의 雙들을 비교하여 결정하는 固有벡터法(eigenvector method)[5, 8], 가중최소자승법(weighted least square method) [5, 8]등이 있으며 LINMAP (LINear programming techniques for Multidimensional Analysis of preference)[11]이 있다. 固有벡터法, 가중최소자승법과 多目的 문제에 있어서 Interactive 數理計劃法은 決定權者가 각 目的에 대하여 비교할 수 있어야 한다. 그러나 현실적으로 비교해야 하는 목적들이 많아지면 비교가 어렵게 되고, 또 決定權者가 비교를 못하는 경우도 발생할 수 있다.

따라서 本 研究에서는 각 目的들의 加重値를 아는 경우는 물론 모르는 경우에도 利用할 수 있는 벡터利得對自然게임의 解法을 개발하고자 한다. 벡터利得對自然게임에서 自然의 각 狀態(states)에 대한 事前確率이 주어졌을 때, 旣存한 벡터利得 對自然게임의 解를 보완하여 객관적인 각 基準의 加重値를 찾는 方法으로 entropy 方法[5, 13]을 사용하며, 單位가 다른 基準을 正規化시켜 最適戰略을 찾는다. 또한 折衷解(compromise solution) [4, 13]의 개념을 導入하여 非支配解를 줄여 決定權者에게 제시하고자 한다.

본 논문의 절차는 3절의 解法에 대한 이해를 돕고져 2절에서 加重値의 決定을 위한 엔트로피法(entropy method)과 折衷解에 대하여 論하고 3절에서는 벡터利得對自然게임의 解法을 제시하며 4절은 例와 그 分析을 다룬다.

Ⅱ. 엔트로피法과 折衷解

1. 엔트로피法(Entropy Method)

情報理論에서 엔트로피는 離散確率에 의해 표현되는 不確實性의 程度(量)를 나타낸다. 不確實性의 척도인 엔트로피의 개념은 여러 代案들이 있고 거기에 따른 기준이 있을 때 代案들 사이에서 각 基準의 변동程度를 측정하는데 이용할 수 있다. 이는 代案들이 어떤 기준의 변동폭이 작으면 엔트로피는 크고 변동폭이 크면 엔트로피는 작다. 따라서 엔트로피가 0과 1사이의 값을 갖을 때 1에서 엔트로피의 값을 뺀 값은 기준의 多樣性의 程度를 나타낸다.

例로써 전투기 기종 선택문제에서 기준들로는 최대속도, 항속거리, 구입비용, 신뢰성, 이동성등을 고려할 수 있는데 이중 비용에 관하여 최우선 순위를 둔다고 하자. 그러나 대상에 오른 모든 기종의 비용이 같다면 최우

선 순위라도 비용 기준은 무시해 버릴 수 있다.

m개의 代案과 n 개의 基準이 있다고 하고 이때 決定行列 D는

$$D = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} C_1 & C_2 & \cdots & C_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & \cdots & Z_{mn} \end{pmatrix} \end{array} \cdots\cdots\cdots(1)$$

基準 j 의 結果値 p_{ij} 는

$$p_{ij} = \frac{Z_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} Z_{ij}}, \quad \text{모든 } i, j \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

라 定義하자. Shannon 〔9〕에 의한 基準 j 의 엔트로피 E_j 는

$$E_j = -k\sum_{i=1}^{m} p_{ij}\,\ell_n\, p_{ij}, \quad j = 1, \cdots\cdots, n \cdots(3)$$

여기서 $k = 1/\ell_n m$

로 주어진다. 情報가 주는 다양성(diversification)의 정도 d_j 는

$$d_j = 1 - E_j, \quad j = 1, \cdots\cdots, n \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

이다.

앞의 例 전투기 기종선택에서 모든 기종의 비용이 같다면 엔트로피의 최대값 E_j 는 1이 되고 정보가 주는 다양성 d_j 는 0이 된다.

만약 決定權者가 모든 기준의 중요성의 정도를 같이 생각하거나 모르면 그가 기대할 수 있는 가장 좋은 기준들의 加重値는 같은 加重値가 아니라

$$w_j = d_j / \sum_{j=1}^{m} d_j, \quad j = 1, \cdots\cdots, n \quad \cdots\cdots\cdots(5)$$

로 두는 게 합리적일 것이다.

만약 決定權者가 사전에 기준들에 대한 주관적인 중요성의 가중치 λ_j $(j = 1, \cdots\cdots, n)$를 가지고 있다면 새로운 각 기준에 대한 加重値 w_j° 는

$$w_j^{\circ} = \lambda_j w_j / \sum_{j=1}^{n} \lambda_j w_j, \quad j = 1, \cdots\cdots, n \cdots(6)$$

로 둘 수 있다.

2. 折衷解(Compromise Solutions)

折衷解의 개념은 Zeleny 〔13〕에 의해 多目的 線型計劃法을 위해 개발되었다. 多目的 線型計劃法의 解로써 많은 非支配解를 얻는데 이 많은 非支配解를 좀더 줄여서 決定權者에게 제시하여 보고자 했다. 그래서 각 目的에서의 최대값을 구하여 각 목적을 최대화하는 값들의 집합을 理想的인 解(ideal solution)로 보았다.

이러한 理想的인 解는 일반적으로 非可解(infeasible solution)이다. 따라서 非支配的 解로부터 理想的 解에 가장 가까운 解를 구하여 多目的 問題의 解 영역을 줄여 보고자 하였다.

이러한 개념을 m개의 代案과 n 개의 基準을 갖는 D行列에 적용하여 보고자 한다. D行列에서 큰 값일수록 더 바람직 하다고 보자.

$$f_j^{*} = \operatorname*{Max}_{i} Z_{ij}, \quad j = 1, \cdots\cdots, n$$

$$f_j^{\circ} = \operatorname*{Min}_{i} Z_{ij}, \quad j = 1, \cdots\cdots, n \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

$$f^{*} = (f_1^{*}, f_2^{*}, \cdots\cdots\cdots, f_m^{*})$$

로 定義하자. 만약 D 行列에서 非支配解의 集合을 X라 할 때

$f(A^{*}) = f^{*}$ 이고 $A^{*} \in X$ 이면 A^{*} 는 理想的인 解이다. 그러나 일반적으로 이러한 解는 존재하기 어렵다.

$$q_j(A_i) = \frac{f_j(A_i) - f_j^{\circ}}{f_j^{*} - f_j^{\circ}} \equiv q_{ij} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

로 정의하자. q_{ij} 는 전략 A_i가 基準j에 관하여 가까운 정도를 나타낸다. 즉, $0 \leq q_{ij} \leq 1$로써 q_{ij}의 값이 커지면 A_i 전략이 基準 j 의 最適解에 가까워 진다. 基準 j 에 대해 A^{*} 와 A_i 의 거리(distance)를

$$\bar{q}_j(A_i) = 1 - q_j(A_i) \equiv \bar{q}_{ij} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

라 하자. 理想的인 解에 접근 정도를 기하학적 척도로써 $L_p(A_i)$를 사용하고

$$L_p(A_i) = \Big[\sum_{j=1}^{n} (\bar{q}_{ij})^{p}\Big]^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty \cdots(10)$$

라 하자

$$\operatorname*{Min}_{A_i \in X} L_p(A_i) = L_p(A_s) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

라 하면 A_s는 p에 관한 折衷解(Compromise Solution)라 한다. p가 커짐에 따라 거리가 먼 값에 더 큰 가중치가 주어진다. 결국 $p=\infty$일 때

$$L_\infty = \max_j (\bar{q}_j(A_i)) \quad \cdots\cdots (12)$$

로 주어진다. 이는 L_∞는

$$\min_i \max_j \bar{q}_{ij}$$

의 값이다. 따라서 L_∞는 Mini Max 기준에 의해 선택된 전략이다. Zeleny [13]는 折衷解의 集合은 $p=1, 2, \infty$의 값 만으로 충분히 구할 수 있음을 제시하였다. 만약 決定權者가 각 基準의 중요성을 같다고 보지 않고 주관적인 加重値 λ_j($j=1, \cdots\cdots, n$)를 갖는다면 (10)式을

$$L_p(\lambda, A_i) = \left[\sum_{j=1}^{n} (\lambda_j \bar{q}_{ij})^p\right]^{1/p},\ 1 \leqq p \leqq \infty \quad \cdots\cdots (13)$$

로 변형하여 (11)式에 의해 구해진다.

Ⅲ. 解 法

決定權者에게 m개의 戰略(代案)이 있고 狀態가 n개 있으며, 각 戰略과 狀態에 따라 ℓ개의 基準이 있을 때 벡터 利得을 갖는 對自然게임(game against nature with vector payoffs)이 된다.

이러한 벡터利得을 갖는 對自然게임은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A = (a_{ij})\ (i, j) \in I \times J$$

이때 I는 決定權者의 戰略集合, $i = 1, 2, \cdots, m$이고 J는 自然의 狀態集合, $j = 1, 2, \cdots, n$을 나타낸다. a_{ij}는 ℓ次 유크리드 空間벡터 즉

$$a_{ij} = (a_{ij}^1, a_{ij}^2, \cdots, a_{ij}^\ell)$$

이다. 그리고

$$A^k = (a_{ij}^k)\ (i, j) \in I \times J,\ k = 1, 2, \cdots, \ell$$

로 定義하자. 狀態의 事前確率이

$Y = (y_1, y_2, \cdots y_n)$, $\sum_{j=1}^{n} y_j = 1$로 주어졌다 하자.

1. 解法 1

각 基準에 따른 중요성의 加重値를 엔트로피法에 의해 결정하여 解를 구하는 方法이다. 그 절차는 아래와 같다.

단계 1. 각 戰略에 따른 基準들의 期待値를 (14)式에 의해 구한다.

$$A_i^k = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}^k y_j,\quad {k=1, \cdots, \ell \atop i=1, \cdots, m} \quad \cdots\cdots (14)$$

A_i^k는 i 전략의 k 기준의 期待値이다. A_i^k, $i=1, \cdots, m$, $k=1, \cdots, \ell$에 의해 만들어진 행렬을 $B = (b_{ij})\ (i, j) \in I \times K$, 즉 $b_{ij} = A_i^j$이라 하자. K는 基準들의 集合이다.

단계 2. 엔트로피法에 의하여 각 基準의 加重値 w_k, 또는 w_k° $k = 1, 2, \cdots, \ell$를 구한다.

단계 1.에서 구한 B行列를 (1)式의 D行列로 보고 (2), (3), (4)式을 利用하여 主觀的 加重値를 모르는 경우 (5)式에서 w_k, $k=1, \cdots, \ell$을 구하고, 아는 경우는 (6)式을 이용하여 w_k°, $k=1, \cdots, \ell$을 구한다.

단계 3. B行列을 正規化(normalization)시킨다.

각 基準들의 單位가 다르므로 이를 正規化시켜야 한다. 正規化하는 方法은 여러 方法이 있으나 아래와 같이 0과 1사이의 값으로 正規化하자.

어떤 基準 j가 큰 값일 수록 바람직 하면

$$r_{ij} = (b_{ij} - b_j^\circ) / (b_j^* - b_j^\circ),\ i = 1, \cdots, m \quad \cdots\cdots (15)$$

로 하고 기준 j가 작은 값일 수록 바람직하면

$$r_{ij} = (b_j^* - b_{ij}) / (b_j^* - b_j^\circ),\ i = 1, \cdots, m \quad \cdots\cdots (16)$$

단 $b_j^* = \max_i b_{ij}$, $b_j^\circ = \min_i b_{ij}$이다. (15)式과 (16)式에 의하여 만들어진 行列 $R = (r_{ij})$ $(i, j) \in I \times K$을 얻는다.

단계 4. 最適戰略을 결정한다.

1) 主觀的 加重値(subjective weight)를 모르는 경우

(5)式을 利用하여 단계 2.에서 결정한 加重値를 사용한다.

$$\max\left\{\sum_{j=1}^{\ell} w_j r_{ij},\ i=1,\cdots,\ m\right\}=\sum_{j=1}^{\ell} w_j r_{sj} \quad \cdots\cdots(17)$$

이면 A_s가 最適戰略이 된다.

2) 主觀的 加重値를 아는 경우

(6)式을 利用하여 단계 2.에서 결정한 가중치 w_j°, $j=1,\cdots,\ \ell$를 사용한다.

$$\max_i\left\{\sum_{j=1}^{\ell} w_j^\circ r_{ij},\ i=1,\cdots,\ m\right\}=\sum_{j=1}^{\ell} w_j^\circ r_{sj} \quad \cdots\cdots(18)$$

이면 A_s가 最適戰略이다.

2. 解法 2

折衷解의 개념을 벡터利得對自然게임에 적용하여 각 基準의 主觀的 加重値를 아는 경우는 물론 모르는 경우에도 非支配解의 영역을 줄인 實用的인 解를 구할 수 있다. 그 절차는 아래와 같다.

단계 1. 각 戰略에 따른 基準들의 期待値를 (14)式에 의해 구한다.

解法 1의 단계 1.과 같다. 解法 1에서 처럼 A_i^k에 의하여 결정되는 B 行列을 구한다.

단계 2. B 行列을 (15)式과 (16)式을 利用하여 正規化한다.

解法 1과 같이 正規化한 行列을 $R=(r_{ij})(i,\ j)\in I\times K$라 하자.

단계 3. 折衷解를 구한다. 단계 2에서 구한 R 行列로 (7), (8), (9)式을 利用하여 q_{ij}를 구한다. 主觀的 加重値를 모르는 경우에는 (10)과 (11)式으로 折衷解를 구할 수 있고, 主觀的 加重値를 아는 경우에는 (13)式을 利用하여 折衷解를 구한다.

Ⅳ. 例와 分析

戰略이 다섯가지이고 狀態가 셋이며 이에 따른 基準이 셋이 있는 벡터利得對自然게임을 보자. 戰略은 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5이고 狀態는 S_1, S_2, S_3이며 基準은 C_1, C_2, C_3라 하자. 그리고 狀態의 事前確率 $Y=(0.3,\ 0.5,\ 0.2)$로 주어졌다 하자.

軍 장비의 선택에 있어서 基準 C_1은 최대속도, 이동성, 최대적재하중, 이동거리 중의 하나이고, 基準 C_2는 구입비용, 보수비용등의 費用의 基準이며, 基準 C_3는 신뢰성, 임무수행능력, 보수성등의 確率로 주어지는 基準이라 하자. 狀態는 장비가 임무를 수행하는 환경이 세가지로 구분된다고 할 때, 그에 따라 表 1.과 같이 주어진다 하자.

표 1. 백터利得對自然게임의 行列

대안 \ 상태 / 기준	S_1			S_2			S_3		
	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
A_1	(2.0	55	0.98)	(1.5	60	0.95)	(1.4	65	0.80)
A_2	(2.5	65	0.93)	(2.3	70	0.90)	(2.2	70	0.90)
A_3	(1.8	45	0.99)	(1.8	45	0.90)	(1.5	50	0.80)
A_4	(2.2	50	0.96)	(1.8	60	0.80)	(1.8	80	0.70)
A_5	(1.6	42	0.95)	(1.6	42	0.85)	(1.5	45	0.80)

表 1.의 例로써 解法 1과 解法 2를 풀어보자.

1. 解法 1

단계 1. 基準들의 期待値를 (14)式에 의하여 구한다. 즉 B 行列을 구하여 보면

$$B=\begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1.63 & 59.5 & 0.926 \\ 2.34 & 68.5 & 0.909 \\ 1.74 & 63.4 & 0.907 \\ 1.92 & 61.0 & 0.828 \\ 1.58 & 42.6 & 0.870 \end{pmatrix} \end{array}$$

이다.

단계 2. 엔트로피法에 의하여 각 基準의 加重値 w_j, $j=1,\ 2,\ 3$을 구한다.

(2)式에 의한 $[p_{ij}]$의 行列을 구하면

$$[p_{ij}]=\begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.1770 & 0.2017 & 0.2086 \\ 0.2541 & 0.2322 & 0.2047 \\ 0.1889 & 0.2149 & 0.2043 \\ 0.2085 & 0.2068 & 0.1865 \\ 0.1715 & 0.1444 & 0.1959 \end{pmatrix} \end{array}$$

이다. 이를 利用하여 (3), (4), (5)式의 E_j,

d_j, w_j, $j=1, 2, 3$을 구하면 表 2.와 같다.

표 2. 基準의 加重置 w_j

	C_1	C_2	C_3
E_j	0.9933	0.9927	0.9995
d_j	0.0067	0.0073	0.0005
w_j	0.4621	0.5034	0.0345

각 基準의 결과가 代案에 있어서 비슷한 값을 가지면 加重値가 작고 상대적 차이가 크면 加重値가 크다.

단계 3. B 行列을 正規化(normalization) 시킨다.

각 基準들의 單位가 다르므로 이를 0과 1 사이의 값으로 (15), (16) 式을 利用하여 正規化 시킨 R 行列을 구한다.

$$R = \begin{array}{c} \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} C_1 & C_2 & C_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.0658 & 0.3475 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.0000 & 0.8265 \\ 0.2105 & 0.1969 & 0.8061 \\ 0.4474 & 0.2896 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.4286 \end{pmatrix} \end{array}$$

단계 4. 最適戰略을 決定한다.

1) 主觀的 加重値를 모르는 경우

(17) 式에 의하여

$$\max_i \left\{ \sum_{j=1}^{3} w_j r_{ij}, \ i = 1, 2, 3, 4, 5 \right\}$$
$$= \max\{0.2398, 0.4906, 0.2242, 0.3525, 0.5182\}$$
$$= 0.5182.$$

그러므로 A_5 가 最適戰略이다.

2) 主觀的 加重値를 아는 경우

主觀的 加重値가 $\lambda = (0.1, 0.1, 0.8)$로 주어졌다면 (6)式에 의하여 $w_j^\circ = (0.3722, 0.4045, 0.2223)$로 주어지고 (18) 式에 의해

$$\max_i \left\{ \sum_{j=1}^{3} w_j^\circ r_{ij}, \ i = 1, 2, 3, 4, 5 \right\}$$
$$= \max\{0.3875, 0.5559, 0.3372, 0.2837, 0.4998\}$$
$$= 0.5559$$

로 되어 A_2 가 最適戰略이다.

흔히 사용하는 한 方法으로

$$\max_i \left\{ \sum_{j=1}^{3} \lambda_j r_{ij}, \ i = 1, 2, 3, 4, 5 \right\}$$
$$= \max\{0.8413, 0.7612, 0.6856, 0.0737, 0.4429\}$$
$$= 0.8413$$

로 되어 A_1이 最適戰略이 된다.

이를 정리하여 보면 表 3.과 같이 된다.

표 3. 각 加重値에 따른 最適戰略

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
$\sum_{j=1}^{3} \lambda_j r_{ij}$	<u>0.8413</u>	0.7612	0.6856	0.0737	0.4429
$\sum_{j=1}^{3} w_j r_{ij}$	0.2396	0.4906	0.2242	0.3525	<u>0.5182</u>
$\sum_{j=1}^{3} w_j^\circ r_{ij}$	0.3875	<u>0.5559</u>	0.3372	0.2837	0.4998

2. 解法 2

앞의 例를 사용하자. 理想的인 解(ideal solution)는 평균期待値로 기준 1은 2.34, 기준 2는 42.6, 기준 3은 0.926이다. 이러한 解는 존재하지 않는다. 그리고 모든 代案들은 非支配的이다.

단계 1. 解法 1에서 단계 1.의 B와 같다.

단계 2. 解法 1에서 단계 3.의 R과 같다.

단계 3. (9)式의 $\bar{q}_{ij}$는 R 行例을 이용하여

$$[\bar{q}_{ij}] = \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \end{array} \begin{pmatrix} 0.9342 & 0.6525 & 0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.1735 \\ 0.7895 & 0.8031 & 0.1939 \\ 0.5526 & 0.7104 & 1.0000 \\ 1.0000 & 0.0000 & 0.5714 \end{pmatrix}$$

를 구한다.

1) 主觀的 加重値를 모르는 경우

(10) 式을 利用하여 $p = 1, 2, \infty$일 때 L_p를 구하면 表 4.와 같다.

表 4.로부터 A_2와 A_3가 最適戰略이다.

2) 主觀的 加重値를 아는 경우

解法 1에서 처럼 $\lambda = (0.1, 0.1, 0.8)$이라면 (13) 式에 의해 L_p는 表 5.와 같다.

표 4. 加重値를 모를 때 L_p의 값

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
L_1	1.5867	<u>1.1735</u>	1.7865	2.2630	1.5714
L_2	1.1395	<u>1.1015</u>	1.1427	1.3454	1.1517
L_∞	0.9342	1.0000	<u>0.8031</u>	1.0000	1.0000

표 5. 加重値 $\lambda = (0.1, 0.1, 0.8)$일때 L_p의 값

	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
L_1	<u>0.1596</u>	0.2388	0.3143	0.9263	0.5571
L_2	<u>0.1139</u>	0.1711	0.1916	0.8989	0.7464
L_∞	<u>0.0934</u>	0.1388	0.1551	0.8000	0.4572

이때 折衷解는 A_1이다.

表 4.에서 L_1의 최소값을 갖는 A_2는 모든 基準에 加重値를 똑같이 주었을 때의 解와 같고, L_∞에서 최소값을 갖는 A_3의 戰略은 선택기준으로 Minimax 基準에 符合되는 解이다. 表 5.에서 L_1의 최소값을 갖는 A_1은 表 3.에서 $\sum_{j=1}^{3} \lambda_j r_{ij}$의 A_1에 符合되는 解이다.

主觀的 加重値를 모를 때 엔트로피法에 의한 최적전략은 A_5이고 折衷解로는 A_2와 A_3이다. 主觀的 加重値를 알 때는 엔트로피法에 의한 최적전략은 A_2, 折衷解는 A_1이다. 이렇게 解가 달리 나오는 것은 엔트로피法은 각 基準들의 변동의 폭에 의해 加重値가 결정되고 折衷解는 모든 加重値를 똑같이 보는 경우와 Minimax 基準에 의해 선택되는 解까지도 고려하기 때문이다.

V. 結 論

앞에서 言及했듯이 벡터利得對自然게임의 解法은 Zeleny [14]에 의해 加重値로 媒介變數벡터를 도입한 媒介變數線型計劃法이나 朴淳達[17]에 의해 각 基準의 加重値를 주고 目標値를 각 基準의 最大値로 보고 總未成就度를 最小化하는 目標計劃問題로 모델화하여 이를 線型計劃問題로 변환하여 풀었다.

그러나 이들 두 方法에서 구한 解는 決定權者가 基準의 加重値를 모를 때는 구할 수 없으며 Zeleny의 解는 많은 非支配解를 제시하여 決定權者가 解를 선택하는 어려운 問題를 다시 남겨 놓는다. 그리고 이 두 解法은 이해하는 데 數理的으로 어렵다.

따라서 本 研究에서 제시한 解法 1과 解法 2는 旣存한 벡터利得對自然게임의 각 解의 短點을 보완하여 決定權者가 基準에 대한 加重値를 아는 경우는 물론 모르는 경우까지도 해결할 수 있으며 解法 1에서는 하나의 이용가능한 最適戰略을, 解法 2에서는 非支配解의 영역을 줄인 折衷解를 제시한다. 本 論文에서 제시된 解法은 理論的으로 이해하기가 쉬우며 解를 구하는 절차 또한 복잡하지 않다. 이런 點에서 실제 問題에 應用하는 데 용이하며 또한 그 應用의 범위를 넓힐 수 있다.

參 考 文 獻

1. Cook, W.D., "Zero-Sum Games with Multiple Goals", Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 23, 1976, pp.615-621.
2. David, E.B., Keeny, R.L., and Raiffa, "Conflicting Objectives in Decisions", pp.76-96, John Wiley and Sons, New York, (1977).
3. Geoffrion, A.M., Dyer, J.S., and Feinberg, A., "An Interactive Approach for Multi-criterion Optimization with an Application to the Operation of an Academic Department", Management Science, Vol. 19, No. 4, 1972, pp.357-368.
4. Hwang, C.L., and Masud, A.S.M., "Multiple Objective Decision Making-Methods and Applications", pp.210-216, Springer-Verlag, Berlin and New York, (1979).
5. Hwang, C.L., and Yoon, K., "Multiple Attribute Decision Making", pp.41-57, Springer-Verlag, Berlin and New York,

(1981).

6. Ignizio, J.P., "The Determination of a Subset of Efficient Solutions Via Goal Programming", Compt. Oper. Res., Vol. 8, 1981, pp.9-16.
7. Philip, J., "Algorithms for the Vector Maximization Problem", Math. Prog., Vol. 2, 1972, pp.207-229.
8. Saaty, T.L., "A Scaling Method for Priorities in Hierarchical Structure", Journal of Mathematical Psychology, Vol. 15, No. 3, 1977, pp.234-281.
9. Shannon, C.E. and W. Weaver, "The Mathematical Theory of Communication", The University of Illinois Press, Urbana, (1947).
10. Shapley, L.S., "Equilibrium Points in Games with Vector Payoffs", Naval Research Logistics Quarterly, Vol. 6, 1959, pp.57-61.
11. Srinivasan, V. and A.D. Shocker, "Linear Programming Techniques for Multidimensional Analysis of Preference", Psychometrika, Vol. 38, No. 3, 1973, pp.337-369.
12. Wallenius, J., "Comparative Evaluation of Some Interactive Approaches to Multicriterion Optimization", Management Science, Vol. 21, No. 12, 1975, pp.1387-1396.
13. Zeleny, M., "Linear Multiobjective Programming", pp.167-182, Springer-Verlag, Berlin and New York, (1974).
14. Zeleny, M., "Games with Multiple Payoffs", Int. J. Game Theory, Vol. 4, 1975, pp.179-191.
15. Zeleny, M., and Wallonius, J., "An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem", Management Science, Vol. 22, No. 6, 1976, pp.652-662.
16. 김여근, "백터利得을 갖는 二人零合 게임의 Interactive數理計劃法에 의한 解法", 전남대학교 공업기술연구지, 22집, 1982, pp. 45~55.
17. 박순달, "벡터이득함수를 가진 게임과 다목적선형계획법", 한국OR학회지, 6권1호, 1981, pp. 71~74.