韓國 軍事運營分析 學會誌
第 9 卷 第 1 號, 1983. 6

確實性下의 順次的 投資過程에서의 PV/FI 投資代案 決定 模型
(PV/FI Model in Sequential Investment Process under Certainty)

閔 啓 了 *

ABSTRACT

In sequential capital allocation processes, the information on the future availability (flexibility) of invested funds provides a decision maker with additional insight into the characteristics of alternatives.

The investment decision with consideration of flexibility and profitability results in more wealth accumulation than the decision without considering flexibility does in sequential investment processes. To utilize the information on the flexibility under certainty, the PV/FI decision model is developed.

1. 序 論

內部에서 調達되는 資金만으로 順次的 投資決定이 이루어지는 경우에, 資本回收期間前에 나타날 수 있는 有利한 投資機會를 捕捉하기 위하여 最初 投資費用을 빨리 回收하는 것이 바람직스럽다. 投資된 資金의 將來 利用 可能性에 대한 寄與度 즉, 融通性(flexibility)이 새로히 나타나는 投資機會를 捕捉하는데 必要한 情報를 提供한다. 投資代案의 收入形態에 關한 情報를 效果的으로 利用하기 위해 計量化한 尺度로 融通性指數(Flexibility Index : FI)를 開發하였다.(1)

投資代案을 選定함에 있어 收益性要素 外에 FI를 고려하는 것이 과연 順次的投資過程에서 計劃期間(planning horizen) 말에 資本集積量(Wealth Accumulation, Horizon Value : HV)을 最大化 할 수 있는지 立證할 必要가 있다. 이를 위해 本論文 投資代案의 收入이 確實한 경우에, 順次的投資過程에서 資本集積量을 最大化 할 수 있는 PV/FI 投資代案決定模型을 提示한다.(2)

* 國防大學院

(1) : 參考文獻 [7] 및 [8] 參照
(2) 危險性下의 投資代案 選定模型은 參考文獻 [8] 參照

資本集積量은 代案의 收入흐름形態(FI)와 再投資收益率(Reinvestment Rate of Return : RROR)의 影響을 받고 있음을 알 수 있다. 第3節에서는 收益性이 같으면서 收入흐름形態가 다른 投資代案 3가지를 定義하고 各代案의 FI를 比較한다. 順次的 投資過程에서 收益性外에 FI를 고려하는 것이 資本集積量을 最大化하는 것을 보이기 위하여 再投資收益率이

① 時間의 增加函數인 경우
② 一定한 경우

그리고 比較되는 投資代案의

① 收益性이 같고 FI가 相異한 경우
② 收益性과 FI의 選好順位가 相反된 경우

로 區分하여 分析한다. 第4節은 再投資收益率이 時間의 增加函數인 경우에 FI가 資本集積量 最大化에 미치는 效果를 分析하고, 第5節은 再投資收益率이 一定한 경우, FI가 資本集積能力에 미치는 影響을 分析한다.

끝으로 第6節에서는 確實性下의 順次的 投資에서 投資代案을 選定하는 規則으로 PV/FI 投資決定模型을 提案한다.

2. 確實性下의 順次的 投資過程

順次的 投資過程의 槪念을 例를 들어 설명한다. 初期費用이 C, 豫測經濟壽命 N인 投資代案에서 生成되는 年間 純收入(f_t, $t=1, 2, \cdots, N$) 흐름이 그림1의 첫번째와

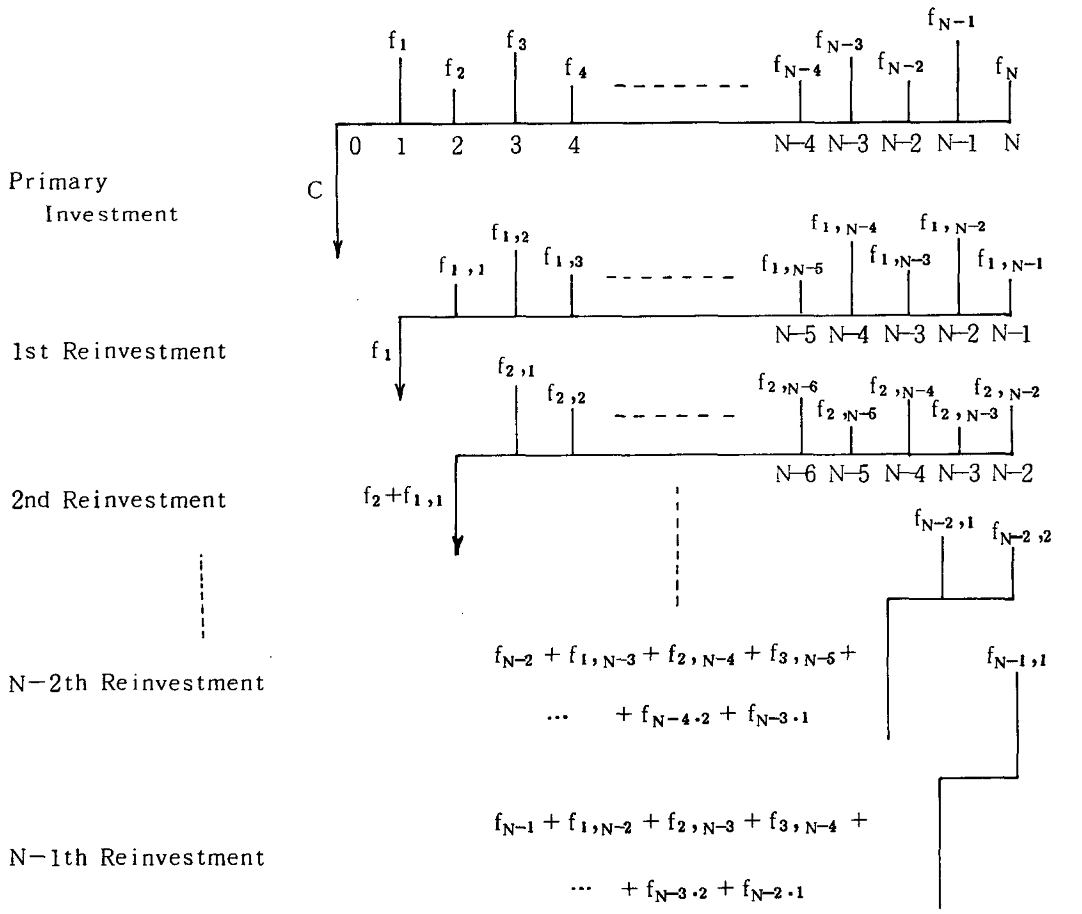

그림 1. 順次的 投資過程

같다고 하면 順次的 投資는 다음과 같이 이루어진다.

期間 1 에서 可用資金 f_1 이 再投資되고, 그 經濟壽命이 N − 1 이면, 純收入 ($f_{j,k}$) 形態는 그림 1 의 두번째와 같이 表示할 수 있다. 여기서 $f_{j,k}$ 는 j 번째 再投資를 하여 k 時點에서 生成된 純收入을 意味한다. ($j = 1, \cdots N-1,\ k = 1, \cdots, N-j$)

또한 期間 2 에서는 可用資金, $f_2 + f_{1,1}$ 이 再投資되고, 經濟壽命이 N − 2 이면, 그림 1 의 세번째와 같이 表示된다. 이러한 再投資가 N − 1 期間까지 順次的으로 繼續된다.

順次的 投資를 通해 N 時點에서 얻을 수 있는 資本集積量 즉, N 時點에서의 將來價 (Future Value : FV) 는 式(1)과 같이 表示된다.

$$HV = f_N + f_{1,N-1} + f_{2,N-2} + f_{3,N-3} + \cdots + f_{N-3,3} + f_{N-2,2} + f_{N-1,1} \quad (1)$$

여기서 式(1)의 資本集積量은 各時點에서의 再投資收益率이 一定한가 또는 時間의 增加函數인가에 따라 그 값이 다르다. (再投資收益率이 時間의 減少函數인 경우는 一般的으로 可用資本에 比하여 投資機會가 적은 狀況을 意味하므로, 資本이 制約된 投資狀況을 假定한 本硏究에서 이를 除外한다)

먼저 再投資收益率(年), i,가 一定한 경우의 HV 는 다음과 같이 計算된다.

$$f_N = f_N$$

$$f_{1,N-1} = f_1(1+i)^{N-1} - \sum_{k=1}^{N-2} f_{1,k}(1+i)^{N-1-k}$$

$$f_{2,N-2} = f_2(1+i)^{N-2} + f_{1,1}(1+i)^{N-2} - \sum_{k=1}^{N-3} f_{2,k}(1+i)^{N-2-K}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$f_{N-2,2} = f_{N-2}(1+i)^2 + (f_{1,N-3} + f_{2,N-4} + f_{3,N-5} + \cdots + f_{N-4,2} + f_{N-3,1})(1+i)^2 - f_{N-2,1}(1+i)$$

$$f_{N-1,1} = f_{N-1}(1+i) + (f_{1,N-2} + f_{2,N-3} + \cdots + f_{N-3,2} + f_{N-2,1})(1+i)$$

上記式들의 左邊과 右邊을 各各 合하면 式(2)와 같이 整理된다.

$$HV = f_1(1+i)^{N-1} + f_2(1+i)^{N-2} + f_3(1+i)^{N-3} + \cdots + f_{N-3}(1+i)^3 + f_{N-2}(1+i)^2 + f_{N-1}(1+i) + f_N = \sum_{t=1}^{N} f_t(1+i)^{N-t} \quad (2)$$

즉, 再投資收益率, i, 가 一定하면, 順次的 投資過程에서 얻는 資本集積量은 源投資 (primary investment) 에서 生成된 純收入 (f_t) 만을 고려한 源代案의 FV 와 同一하다. 여기서 만일 各時點에서 再投資收益率, i, 가 源代案의 收益率 i_0 와 같으면, $FV = C(i + i_0)^N$ 이므로, 式(3)과 같이 源收益率, i_0, 와 再投資로 인한 收益까지 包含한 複合收益率 (Integrated ROR : IROR) 은 같다.

$$C(1+i_o)^N = \sum_{t=1}^{N} f_t(1+i_o)^{N-t}$$

$$= C(1+IROR)^N \quad (3)$$

그러나, $i_o > i$ 이면,

$$C(1+i_o)^N > \sum_{t=1}^{N} f_t(1+i)^{N-t} = C(1+IROR)^N$$

따라서 $i_o > IROR$
또한 $i_o < i$ 이면

$$C(1+i_o)^N < \sum_{t=1}^{N} f_t(1+i)^{N-t} = C(1+IROR)^N$$

따라서 $i_o < IROR$ 이다.
다음 再投資收益率 (i_t) 이 式(4)와 같이 時間의 增加函數인 경우에 HV는 다음과 같이 誘導된다.

$$i_t = i + tg, \quad t = 0, 1, \cdots, N-1 \quad (4)$$

g =單位時間當 再投資收益 增加率, $g > 0$, 그리고 $1+i=r$ 이라고 하면, $1+i+tg = r+tg$ 로 表示된다.

$$f_N = f_N$$

$$f_{1,N-1} = f_1(r+g)^{N-1} - \sum_{k-1}^{N-2} f_{1,k}(r+g)^{N-1-k}$$

$$f_{2,N-2} = f_2(r+2g)^{N-2} + f_{1,1}(r+2g)^{N-2} - \sum_{k=1}^{N-3} f_{2,k}(r+2g)^{N-2-k}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$f_{N-2,2} = f_{N-2}[r+(N-1)g]^2 + (f_{1,N-3} + f_{2,N-4} + \cdots + f_{N-4,2} + f_{N-3,1})[r+(N-2)g]^2 - f_{N-2,1}[r+(N-1)g]$$

$$f_{N-1,1} = f_{N-1}[r+(N-1)g] + (f_{1,N-2} + f_{2,N-3} + \cdots + f_{N-3,2} + f_{N-2,1})[r+(N-1)g]$$

上記式들의 左邊과 右邊을 各各 合하면 다음과 같이 整理된다.

$$HV = f_1(r+g)^{N-1} + [f_2(r+2g)^{N-2} + f_{1,1}[((1+2g)^{N-2} - (r+g)^{N-2})] \\ \vdots \\ + [f_{N-1}[r+(N-1)g] + \sum_{\substack{j=1 \\ j+k}}^{N-2} \sum_{\substack{k=1 \\ =N-1}}^{N-2} f_{j,k}[(r+(N+k)g] - (r+jg)] + f_N$$

$$= \sum_{t=1}^{N} f_t(r+tg)^{N-t} + \sum_{j=1}^{N-2} \sum_{\substack{k=1 \\ N-1 \geq j+k \geq 2}}^{N-2}$$

$$f_{j,k}\,[(r+(j+k)g)^{N-(j+k)} - (r+jg)^{N-(j+k)}] \quad (5)$$

즉, 順次的 投資過程에서 再投資收益率이 時間의 增加函數인 경우에, 式(5)에서 보는 바와 같이 N時點에서 얻는 資本集積量은 源投資에서 生成된 純收入, f_t, 外에 各時點에서 再投資 可用資金의 크기를 左右하는 內部調達資金, $f_{j,k}$,의 값의 影響을 받고 있음을 알 수 있다. 다시 말하면, 資本集積量은 投資代案의 收入흐름形態(FI) 및 g의 影響을 받는다. 그리고 再投資로 인한 收益까지 包含한 複合收益率(IROR)은 式(6)과 같이 計算된다.

$$C(1+IROR)^N = \sum_{t=1}^{N} f_t(r+tg)^{N-t} + \sum_{j=1}^{N-2}\sum_{k=1}^{N-2} f_{j,k}\,[[r+(j+k)g]^{N-(j+k)} - (r+jg)^{N-(j+k)}] \quad (6)$$

式(6)에서 계산된 IROR은 式(3)과 比較하여 보면, 源收益, i_o보다 크다.

3. 同一한 收益性을 갖는 相異한 收入흐름形態 및 그들의 融通性指數(FI) 比較

投資代案의 初期費用 C, 豫測經濟壽命 N이고, 收益性(Present Value : PV 또는 FV)이 같으면서 收入흐름形態가 다른 경우를 생각한다. 투자대안의 수입흐름형태는 多樣하게 나타나지만, 一般的으로 代表될 수 있는 수입흐름형태로 同一額年次收入(uniform series), 等差級數的 增加收入(increasing gradient series), 그리고 等差級數的 減少收入(decreasing gradient series) 形態로 分類할 수 있다. 本研究는 投資代案의 多樣한 收入形態를 위의 3가지 형태로 近似하게 變形할 수 있다는 假定下에서 進行한다.

投資代案에서 發生하는 各時點의 純收入을 f_t ($f_t > 0$, $t = 1, 2, \cdots, N$), 割引率을 i_d라 하면 代案의 現價, PV, 는,

$$PV = \sum_{t=1}^{N} f_t(1+i_d)^{-t} \text{ 이다.}$$

投資代案의 收益性이 같으면서 수입흐름형태가 다른 3가지 경우를 다음과 같이 導出할 수 있다. 먼저 期間1에서의 純收入이 A_1이고, 每期間 G_1만큼씩 增加하는 等差級數的 增加收入(GI) 形態와 等價의 同一額年次 收入額, A, 는

$$A = A_1 + G_1\left(\frac{1}{i_d} - \frac{N}{(1+i_d)^{N-1}}\right) \text{ 이다.}$$

다음 期間1에서의 純收入이 A_2이고, 每期間 G_2만큼씩 減少하는 等差級數的 減少收入(GD) 形態와 等價의 同一額 年次 收入額 A는

$$A = A_2 - G_2\left(\frac{1}{i_d} - \frac{1}{(1+i_d)^{N-1}}\right) \text{ 이다.}$$

그리고 收益性이 같은 3가지 形態의 割引資本回收期間(discounted payback period : Q)은 $Q_{GD} < Q_U < Q_{GI}$ 이다.

3가지 形態를 갖는 投資代案의 FI를 比較하면 다음과 같다.[3] ($1 + i_d = r$)

$$FI_U = \frac{1}{C}\sum_{t=0}^{Q_u-1} NPB_t = \frac{1}{C}(NPB_0 + NPB_1 + \cdots + NPB_{Q_u-1})$$

(3) FI 算出方法은 參考文獻 〔7〕 參照

$$= \frac{1}{C}[-C(\frac{r^{Q_u}-1}{r-1}) + \frac{A}{r-1}$$

$$[\frac{r^{Q_u}-r}{r-1} - (Q_u-1)]] \qquad (7)$$

$$FI_{GI} = \frac{1}{C}[-C(\frac{r^{Q_{GI}}-1}{r-1}) + \frac{A_1}{r-1}$$

$$[\frac{r^{Q_{GI}}-r}{r-1} - (Q_{GI}-1)]$$

$$+ \frac{G_1}{r-1}[\frac{r}{r-1}[\frac{r^{Q_{GI}-1}-r}{r-1}$$

$$-(Q_{GI}-2)]$$

$$-\frac{(Q_{GI}-2)(Q_{GI}-1)}{2}]] \qquad (8)$$

$$FI_{GD} = \frac{1}{C}[-C(\frac{r^{Q_{GD}}-1}{r-1}) + \frac{A_2}{r-1}$$

$$[\frac{r^{Q_{GD}}-r}{r-1} - (Q_{GD}-1)]$$

$$-\frac{G_2}{r-1}[\frac{r}{r-1}[\frac{r^{Q_{GD}-1}-r}{r-1} -$$

$$(Q_{GD}-2)]$$

$$-\frac{(Q_{GD}-2)(Q_{GD}-1)}{2}]] \qquad (9)$$

式(7)(8) 및 (9)에서 C와 $i_d(r)$은 같고, $Q_{GD} < Q_u < Q_{GI}$ 이므로

$FI_{GD} < FI_u < FI_{GI}$ 이다.

즉, 收益性이 同一한 3가지 形態중에서 前半期에 收入이 많은 GD의 FI가 가장 적고, 前半期에 收入이 적은 GI의 FI가 가장 크다. 이를 그림 2에서와 같이 一般的으로 表示할 수 있다.

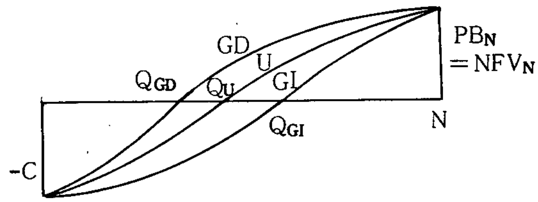

그림 2. 收入形態別 事業殘額의 윤곽

4. 再投資收益率이 時間의 增加函數인 경우

順次的 投資過程에서 再投資收益率이 時間의 增加函數인 경우에, (1)收益性은 同一하고 FI가 相異한 投資代案들의 資本集積能力 (2) 收益性과 FI가 相異한 投資代案들의 資本集積 能力을 比較한다.

4.1 收益性이 同一하고 FI가 相異한 投資代案의 資本集積量 比較

等差級數的 增加收入形態를 갖는 投資代案과 等價의 同一額 年次 收入 形態를 갖는 代案의 PV 및 FV 그리고 任意의 時點에서의 FVt는 항상 같다. 그러므로 두형태의 收入額이 같은 時期인 $t = M_1 + 1$ 에서도 두대안의 FV는 同一하다.

즉,

$$HV_{GI,M_1+1} = FV_{GI,M+1} = \sum_{t=1}^{M_1+1}[A_1+(t-1)G_1]$$

$$r^{(M_1+1)-t} + \sum_{t=M_1+2}^{N}[A_1+(t-$$

$$1\,)\,G_1\,]\,r^{t-(M_1+1)} \tag{10}$$

$$HV_{u,M_1+1} = FV_{u,M_1+1} = \sum_{t=1}^{M_1+1} A r^{(M_1+1)-t} + \sum_{t=M_1+2}^{N} A r^{t-(M_1+1)} \tag{11}$$

단, $r = 1 + i$, i =再投資收益率 , $i = i_d$
式(10) = 式(11) 이며, 이를 그림 3에서 보면 다음과 같이 表示된다.

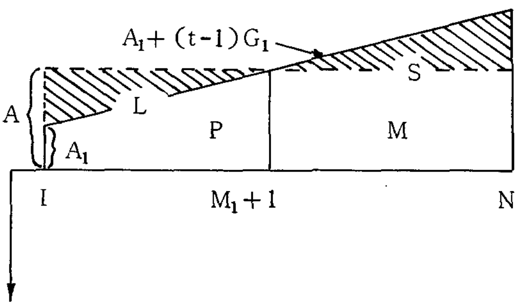

그림 3. 等次級數的 增加收入形態와 等價의 同一額 年次 收入形態

P의 FV+S의 PV = L의 FV +M의 PV
이를 다시 정리하면,
L의 FV − P의 FV = S의 PV − M의 PV
따라서 그림 3에서, $t = M_1 + 1$에서의 左側斜線部分(三角形)에 대한 FV와 右側斜線部分(三角形)에 대한 PV값은 같다.
즉, 式(10)과 (11)에서

$$\sum_{t=1}^{M_1+1} [A - [A_1 + (t-1)G_1]]\, r^{(M_1+1)-t} = \sum_{t=M_1+2}^{N} [[A_1 + (t-1)G_1] - A]\, r^{t-(M_1+1)} \tag{12}$$

(1) 그러면 再投資收益率이 式(4)와 같이 時間의 增加函數인 경우, 두가지 形態를 갖는(FI가 相異한) 代案중에서 어느 쪽이 順次的 投資過程에서 資本集積量을 最大化하는가를 比較한다. 再投資收益이 增加하는 경우, 再投資로 인하여 生成된 內部調達資金 f_t 및 $f_{j,k}$가 다시 再投資되여 얻는 收入形態도 역시 源投資의 收入形態와 같다고 假定하면, 式(5)의 첫번째項 즉, 源投資에서 生成된 收入 f_t만을 가지고 두代案의 資本集積能力을 比較할 수 있다. 그리고 式(10), (11) 및 (12)에서 본바와 같이 $t = M_1 + 1$時點에서 두代案의 FV를 比較함으로써 資本集積能力을 評價할 수 있다.

$$HV_{GI,M_1+1} = \sum_{t=1}^{M_1+1} [A_1 + (t-1)G_1]\,(r+tg)^{(M_1+1)-t} + \sum_{t=M_1+2}^{N} [A_1 + (t-1)G_1]\,(r+tg)^{t-(M_1+1)} \tag{13}$$

$$HV_{u,M_1+1} = FV_{u,M_1+1} = \sum_{t=1}^{M_1+1} A\,(r+tg)^{(M_1+1)-t} + \sum_{t=M_1+2}^{N} A(r+tg)^{t-(M_1+1)} \tag{14}$$

式(13)과 式(14)의 比較는 결국 그림3 및 式(12)에서 본바와 같이 $t = M_1 + 1$時點에서 두개의 斜線部分의 PV와 FV를 比較하는 것과 같다. 즉,

$$\sum_{t=1}^{M_1+1} [A - [A_1 + (t-1)G_1]]\,(r+tg)^{(M_1+1)-t} \tag{15}$$

$$\sum_{t=M_1+2}^{N} [[A_1 + (t-1)G_1] - A]\,(r +$$

$$tg)^{t-(M_1+1)} \qquad (16)$$

그런데 再投資收益率, i,가 一定한 경우에는 (g = 0), 式(12) 와 같이 $t = M_1 + 1$ 에서 斜線部分의 FV와 PV는 同一하지만, 再投資 收益率이 時間의 增加函數인 경우에는 그값이 같지 않다.

一般的으로 投資代案의 收入 ft가 ft ≥ 0 인 單純投資(simple investment)代案의 PV函數는 割引率(再投資收益率, i 〉－1)의 減少函數(strictly decrearing function) 이고, FV函數는 複利率(再投資收益率, i 〉－1) 의 增加函數(strictly increasing function)이다. 그러므로 式(15) 의 값(FV) 은 式(12) 의 값보다 크고, 式(16) 의 값(PV) 은 式(12) 의 값보다 적다. 따라서

式(15) 〉式(16) 즉,

$HV_{u,M+1} > HV_{GI,M1+1}$ 이다.

다시 말하면, FI가 相對的으로 적은 同一額 年次收入 形態를 갖는 代案이, FI 가 相對的으로 큰 等差級數的 增加收入 形態를 갖는 代案보다 順次的 投資過程에서 資本集積量을 最大化한다.

(2) 다음 等差級數的 減少收入形態를 갖는 代案과 等價의 同一額 年次收入形態를 갖는 代案의 資本集積能力을 比較하여도 다음과 같이 同一한 結果를 얻는다.

$$HV_{GD,M2+1} = \sum_{t=1}^{M2+1} [A_2 - (t-1)G_2] (r+tg)^{(M2+1)-t} + \sum_{t=M2+2}^{N} [A_2 - (t-1)G_2](r+tg)^{t-(M2+1)} \qquad (17)$$

$$HV_{u,M1+1} = \sum_{t=1}^{M2+1} A(r+tg)^{(M2+1)-t} + \sum_{t=M2+2}^{N} A(r+tg)^{t-(M2+1)} \qquad (18)$$

式(17) 과 式(18) 값의 크기 比較는 그림 4 에서 斜線部分의 $t = M_2 + 1$ 에서의 FV와 PV를 比較하는 것과 같다. 즉,

$$\sum_{t=1}^{M2+1} [[A_2 - (t-1) G_2] - A] (r + tg)^{(M2+1)-t} \qquad (19)$$

$$\sum_{t=M2+2}^{N} [A - [A_2 - (t-1) G_2]] (r + tg)^{t-(M2+1)} \qquad (20)$$

여기서 再投資收益率이 增加하는 경우에는

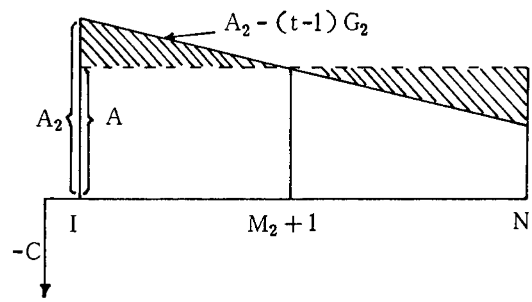

그림 4 · 等差的 減少收入形態와 等價의 同一額 年次 收入形態

위에서 본바와 같이 ($HV_{GI,M1+1}$ 과 $HV_{u,M1+1}$ 의 比較) 式(19) 의 값이 式(20) 의 값보다 크다. 즉,

$HV_{GD,M2+1} > HV_{u,M2+1}$

FI가 相對的으로 적은 等差級數的 減少收

入形態를 갖는 代案이 FI가 相對的으로 큰 同一額 年次 收入形態를 갖는 代案보다 資本集積量을 最大化한다.

다시 말하면, 順次的 投資過程에서 再投資收益率이 式(4)와 같이 時間의 增加函數일때, 收益性이 同一한 投資代案중에서 FI가 적은 代案이 資本集積量을 最大化한다. 즉, 比較되는 投資代案 1과 2가 $PV_1 = PV_2$ 이고, $FI_1 < FI_2$ 이면,

$\frac{PV_1}{FI_1} > \frac{PV_2}{FI_2}$ 이고, 이고, $HV_1 > HV_2$ 이다.

이러한 現象은 $PV_1 > PV_2$ 이고, $FI_1 < FI_2$ 인 경우에도 當然히 適用된다.

4.2. 收益性 및 FI의 選好順位가 相反된 投資代案의 資本集積量 比較

그러나 보다 중요한 문제는 收益性이 낮고 FI가 적은 投資代案이 과연 收益性이 높고 FI가 큰 代案보다, 順次的 投資過程에서 資本集積能力이 優秀한가를 檢討하는 것이다.

投資代案 E는 初期費用 C가所要되고, 豫測經濟壽命이 N이고, 等差級數的 增加收入形態를 갖고, $t=1$ 에서의 純收入이 A_1 이고, 年期間 G_1 만큼씩 增加한다고 假定한다. 그리고 投資代案 E와 等價의 同一額 年次收入 A는,

$$A = A_1 + G_1 \left(\frac{1}{i} - \frac{N}{(1+i)^N - 1} \right)$$ 이 된다.

만일 代案 F가 同一額 年次 收入形態를 갖되, 그 收入 A^*가 $A_1 < A_{GI} < A^* < A$ [4]라고하면, 投資代案 E와 F의 期間別 事業殘額(Project Balance;PB) 形態는 一般的으로 그림 5와 같이 表示된다. 이는 本節에서 分析하고자 하는 代表的 投資代案의 形態가 된다. 즉, $PV_E(NFV_E) > PV_F(NFV_F)$, $FI_E > FI_F$ 이다.

再投資收益率 i가 一定하고, $i_d = i$ 인 경우에는 그림 5에서 보는 바와 같이 $t \leq M$(비김점)에서 $PB_{E,t} \leq PB_{F,t}$ 이지만, 再投資收益率이 式(4)와 같이 時間의 增加函數이면, 第4.1 第에서 分析한 바와 같이 $PB_{E,M} < PB_{F,M}$(그림 5의 점선 표시)이다. 그러므로 두 대안의 PB가 같아지는 時點은 그림5에서 M以後에 있다는 것을 意味한다. 이 時點을 M'이라고 할때 M' 값은 $PB_{E,M'} = PB_{F,M'}$ 關係에서 求한다.

$$PB_{E,M'} = -Cr^{M'} + \sum_{t=1}^{M'} [A_1 + (t-1)G_1]$$

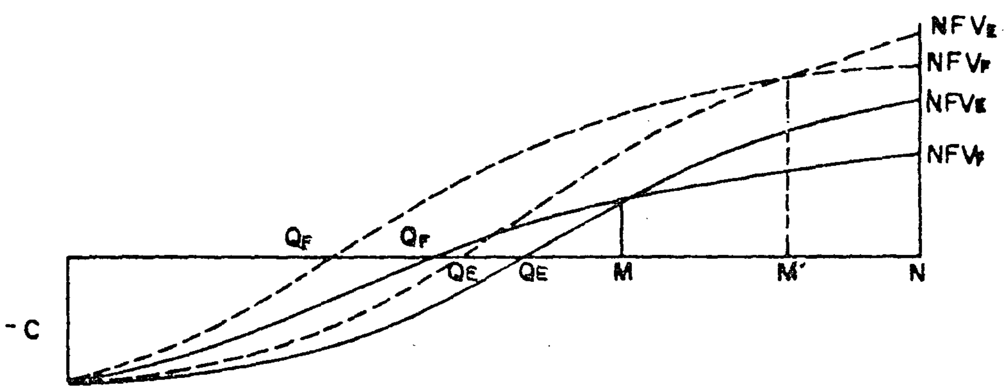

그림 5. 投資代案E와 F의 期間別 事業殘額形態

(4) A_{GI}는 代案E의 PB_Q와 等價인 同一額 年次 收入額 즉,

$$A_{GI} = A_1 + G_1 \left[\frac{r^{Q_{GI}} - r}{(r-1)(r^{Q_{GI}} - 1)} - \frac{Q_{GI} - 1}{r^{Q_{GI}} - 1} \right], \quad r = 1 + i_d, \ i = i_d$$

$$(r+tg)^{M'-t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (21)$$

$$PB_{F,M'} = -Cr^{M'} + \sum_{t=1}^{M'} A^* (r+tg)^{M'-t} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (22)$$

式(21) 및 (22)에서 보는 바와 같이 M' 값은 再投資收益率의 增加率 g 그리고 收入흐름形態 즉, FI값을 左右하는 A^*, A_1 및 G_1 값에 의하여 M' >N이거나 M <M'≤N이 될 수 있다.

먼저 M' >N인 경우는, 計劃期間(經濟壽命)末까지 FI가 적은 대안 F의 PB_t, t=1,2,………,N 즉, 資本集積量이, FI가 큰 대안 E보다 많다는 것을 意味한다. 그러므로 이는 第4.1節에서 分析한 경우와 같이 (順次的 投資過程에서 再投資收益柴이 時間의 增加函數일때) FI가 적은 代案 F가 資本集積量을 最大化한다.

한편 M'이 M < M'≤N일 때에는, t ≤M'에서 $PB_{E,t}$ < $PB_{F,t}$ 이다. 그런데 投資代案의 經濟壽命이 不確實한 狀態 즉, 天災地變, 經濟事情의 急變으로 事業이 中斷될 때를 고려한다면, 그 時點까지 얻을 수 있는 資本集積量은 重大한 관심사가 된다. 그러므로 事業이 中斷된 경우, 代案 F의 資本集積量이 代案 E보다 큰 期間을 말해주는 M' 값이 순차적 투자과정에서 g 및 FI (A^*, A_1 및 G_1에 의하여 결정됨) 變化에 따라 어떻게 變動되는 가를 分析할 必要가 있다.

投資代案 E의 A_1 = 1,000萬원, G_1 = 20萬원, i = 15% (年)이고, A^*는 174.51萬원에서 2.5萬원씩 增加하는 14個의 $F_1, F_2, \cdots\cdots, F_{14}$ 代案들의 FI를 구하고 (i_d = 10%), 再投資收益率의 期間當(年) 增加率 g = 0.1%~0.7%인 순차적 투자과정에서 FI와 g의 變化에 따라 M' 값의 變動推移는 그림 6과 같다 (15個 대안의 초기비용은 각각 1,000萬원이고, 경제수명은 20년이다). 그림 6에서 보는 바와 같이 FI가 적은 代案일수록 M' 값이 커져서 N (經濟壽命)에 가까워지며, g가 클 수록 同一한 FI를 갖는 代案의 M' 값이 커져서, FI가 적은 代案 F_k (k=1,2,………,14)의 資本集積量이 代案 E보다 큰 期間이 길어진다. 例를 들어, FI=5인 代案이 g=0.1%일 때는 M'이 約 15年이지만, g=0.3%이면, M' = 18年이 된다. 그리고 g=0.4% 以上이면, M' >20年 (N)이 되어, 이 代案은 代案 E보다 資本集積量이 크다. 또한 그림 6에서 비교되는 投資代案의

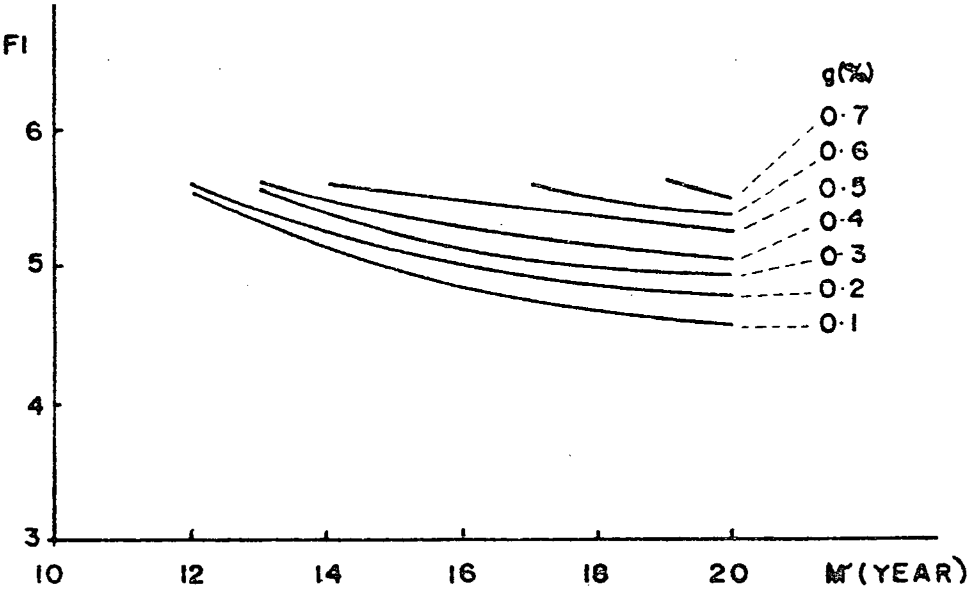

그림 6. FI 와 g의 變化에 따라 비김점 M'의 變動推移

FI의 差異가 크거나, 再投資收益率의 增加率 g의 값이 커지면 $M' > 20(N)$ 이 되며 計劃期間末에서의 資本集積量은 대안의 收益性 要素보다도 融流性 要素의 영향을 크게 받고 있음을 알 수 있다. 특히 上記例에서 최초의 收益率이 15 %이고, 年期間 (年) 마다 增加率 g 가 再投資收益率의 約 $\frac{1}{21}$인 0.7 %만 되어도 대안의 收益性要素는 無視하고 FI가 적은 代案을 選擇하는 것이 資本集積量을 最大化한다.

다시 말하면, 2個의 投資代案 E와 F가, $PV_E > PV_F$ 이고, $FI_E > FI_F$ (收益性과 融通性의 選好가 相反된 경우) 이면, 반드시 $PB_E = PB_F$ 되는 비김점 M이 있으며, 순차적 투자과정에서 再投資收益率이 增加하는 경우에 $PB_E = PB_F$ 가 되는 점을 M' 이라고 할때

(1) $M' > N$ 이면, $\frac{PV_{E,M'}}{FI_E} < \frac{PV_{F,M'}}{FI_F}$ 이고,

$HV_E < HV_F$ 이다.

(2) $M' \leq N$ 이면, $\frac{PV_{E,M'}}{FI_E} < \frac{PV_{F,M'}}{FI_F}$ 이고,

$HV_{E,t} < HV_{F,t}$, $t = 1,2, \cdots\cdots, M'$

이다.

5. 再投資收益率이 一定한 경우

5.1 收益性이 同一하고 FI가 相異한 投資代案의 資本集積量 比較

投資代案의 收益性이 같으면 어떠한 收入흐름形態를 갖던, 각 대안의 投資價値는 같다. 또한 順次的 投資過程에서도 再投資收益率이 一定한 경우에는, 式(2)에 의하여 再投資 可用資金 ($f_{j,k}$) 의 크기에 關係없이, 3가지 收入흐름形態를 갖는 代案들은 同一한 投資價値 즉, 同一한 資本集種量을 갖는다. 그러나 天災地變, 經濟事情의 急變等으로 經濟壽命前에 事業이 中斷될때에, 그 時點에서 얻는 資本集積量은 投資代案의 收入흐름形態 즉, FI의 크기에 따라 다르다 (그림 2 參照) .

만약에 $t = N-1$ 에서 事業이 中斷되었다고 할때, 相異한 收入흐름形態를 갖는 3개 代案들이 $t = N-1$ 時點에서 얻는 資本集積量을 比較한다 ($i = i_d$, $1 + i = r$).

$$HV_{GI,N-1} = PB_{GI,N-1} = -Cr^{N-1} + \sum_{t=1}^{N-1} [A_1 + (t-1)G_1] r^{(N-1)-t} \quad \cdots\cdots (23)$$

$$HV_{U,N-1} = PB_{U,N-1} = -Cr^{N-1} + \sum_{t=1}^{N-1} Ar^{(N-1)-t} \quad \cdots\cdots (24)$$

$$HV_{GD,N-1} = PB_{GD,N-1} = -Cr^{N-1} + \sum_{t=1}^{N-1} [A_2 - (t-1)G_1] r^{(N-1)-t} \quad \cdots\cdots (25)$$

그런데 $t = N$ 에서는, $PB_{GI,N} = PB_{U,N} = PB_{GD,N} = NFV_N = HV_N$, 즉,

$$PB_{GI,N-1} \cdot r + [A_1 + (N-1)G_1] = PB_{U,N-1} \cdot r + A = PB_{GD,N-1} \cdot r + [A_2 - (N-1)G_2] \quad \cdots\cdots (26)$$

式 (26) 에 r^{-1} 를 곱하면,

$$PB_{GI,N-1} + [A_1 + (N-1)G_1] r^{-1} = PB_{U,N-1} + Ar^{-1} = PB_{GD,N-1} + [A_2 - (N-1)G_2] r^{-1} \quad \cdots\cdots (27)$$

여기서 收入흐름 形態에 의하여

$[A_1 + (N-1)G_1] > A > [A_2 - (N-1)G_2]$ 이므로 $[A_1 + (N-1)G_1] \cdot r^{-1} > Ar^{-1} > [A_2 - (N-1)G_2] r^{-1}$ $\cdots\cdots (28)$

式 (27) 과 (28) 에 의하여 式(26)은

$$PB_{GI,N-1} < PB_{U,N-1} < PB_{GD,N-1} \cdots (29)$$

위와 같은 方法으로 $t = 1,2, \cdots\cdots, N-2$

에서도 同一한 結果를 얻는다. 즉,

$HV_{GI,t} < HV_{U,t} < HV_{GD,t}$, $t = 1, 2, \cdots\cdots, N-1$

한편 事業中斷 時點이 $t > N$인 경우는 N時點 이후에 새로운 事業을 始作하는 것으로 看做하여 本節에서와 같은 方法으로 分析할 수 있다.

5.2 收益性 및 FI 의 選好順位가 相反된 投資代案의 資本集積量 比較

그림 5에 있는 投資代案 E와 F는 $PV_E > PV_F$ 이고, $FI_E > FI_F$ (收益性과 融通性의 選好가 相反된 경우)이며, 再投資收益率이 一定한 경우에 ($i = i_d$), $t \leq M$에서 $PB_{E,t} \leq PB_{F,t}$ 이다. 그러므로 豫測못한 사유로 事業이 中斷되는 時點이 $t \leq M$이어야만 FI가 적은 代案F의 資本集積量이 FI가 큰 代案E 보다 많다. 즉,

$t \leq M$에서

$\frac{PV_{E,t}}{FI_E} < \frac{PV_{F,t}}{FI_F}$ 이고, $HV_{E,t} < HV_{F,t}$,

$t = 1, 2, \cdots\cdots, M$이다.

順次的 投資過程에서 代案E와 F의 PB가 비기는 點 M는 다음과 같이 計算된다 ($1+i=r$).

$$PB_{E,M} = -Cr^M + \sum_{t=1}^{M} [A_1 + (t-1)G_1] r^{M-t}$$
$$= -Cr^M + [A_1 \frac{r^M-1}{r-1} + \frac{G_1}{r-1} [\frac{r^M-r}{r-1} - (M-1)]] \quad \cdots\cdots\cdots (30)$$

$$PB_{F,M} = -Cr^M + \sum_{t=1}^{M} A^* r^{M-t}$$
$$= -Cr^M + A^* \frac{r^M-1}{r-1} \quad \cdots\cdots\cdots (31)$$

式 (30)과 (31)에서, $A_1 < A_{GI} < A^* < A$ 이므로

$$\frac{G_1}{r-1} [\frac{r^M-r}{r-1} - (M-1)] = \frac{(A^*-A_1)(r^M-1)}{r-1}$$

이를 정리하면,

$$M = 1 + \frac{r^M-r}{r-1} - \frac{1}{G_1} [(A^*-A_1)(r^M-1)] \quad \cdots\cdots\cdots (32)$$

式 (32)에서 M값은 一定한 再投資收益率 i, 그리고 收入흐름形態 (FI)를 나타내는 A^*, A_1 및 G_1 값에 의하여 決定되는 것을 알 수 있다.

投資代案E와 F의 初期費用이 各各 1,000萬원, 經濟壽命 $N = 20$年이고, 再投資收益率 (RROR)이 $i = 19\%$(年)로 一定할 때, 等差級數的 增加 收入形態를 갖는 代案E의 $A_1 = 100$萬원, $G_1 = 20$萬원이고, 同一額 年次 收入形態를 갖는 代案F_1의 $A^* = 174.51$萬원, F_2의 $A^* = 179.51$萬원, F_3의 $A^* = 184.51$萬원, F_4의 $A^* = 189.51$萬원이라고 假定한다. 이들 F_k의 FI를 求하고 ($i_d = 10\%$), 代案E와 F_k의 PB가 비기는 點 M를 求하면 그림 7과 같이 表示된다. 그림 7에서 $i = 19\%$일 때, 曲線은 FI가 減少함에 따라 M값이 增加하는 것을 나타내고 있다. 즉 FI가 적은 代案(F_k)일수록 代案E보다 PB값이 큰 期間이 길어진다는 事實을 알 수 있다. 또한 再投資收益率 i가 源收益率(19%)보다 적은 $i = 15\%$, $i = 17\%$, 그리고 源收益率 보다 큰 $i = 21\%$, $i = 23\%$일 때의 代案F_k의 FI와, 代案F_k와 代案E의 PB가 비기는 點 M와의 關係를 그림 7과 같이 表示하였다. 그림 7에서 同一한 FI를 갖는 代案이라도 再投資收益率이 源收益率보다 적은 경우에는 M값이 적어지고, 再投資收益率이 源收益率보다 큰 경우에는 M값이 커진다. 例를 들어 $FI = 4.75$인 代案이 $i = 19\%$일때, $M = 19$年이고, $i = 15\%$ 일때, $M = 16$年, $i = 21\%$ 일때, $M = 20$年(N), $i = 23\%$ 일때, $M > 20$年(N)이다. 이런 現象은 第4.2節의 分析結果와 같다.

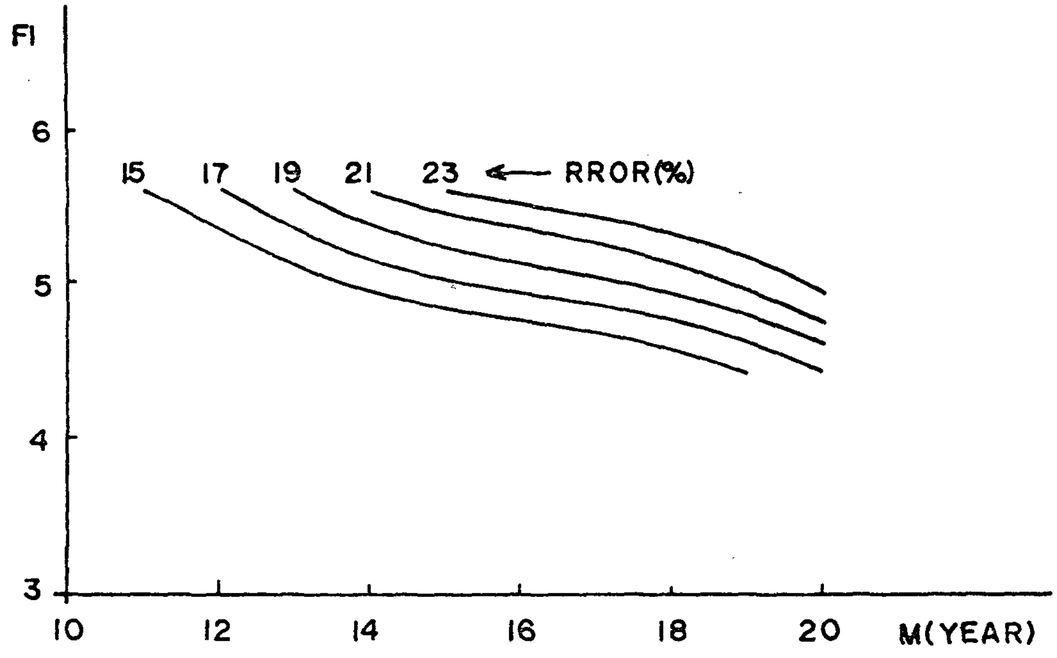

그림 7. FI 와 再投資收益率 (RROR) 變化에 따라 비김점 M의 變動推移

6. PV/FI 投資決定 模型

第 4 및 5 節에서 分析한 結果를 基礎로 하여 順次的 投資過程에서 資本集積量 (혹은 複合收益率) 을 最大化하기 위하여, 各 再投資時點에서 投資代案을 選定하는 投資 選定 規則을 다음과 같이 提案한다.

比較되는 投資代案의 PV 및 FI 를 計算하고, PV/FI 값이 큰 代案을 選定한다. 이를 具體的으로 明示하면,

가. 比較되는 代案의 PV가 同一한 경우

FI 가 적은 代案을 選定한다 ($\frac{PV}{FI}$ 값이 큰 것을 選定한다). $PV_1 = PV_2$, $FI_1 < FI_2$ 이면, $\frac{PV_1}{FI_1} > \frac{PV_2}{FI_2}$ 이므로 代案 1 를 選定한다.

나. 比較되는 代案의 PV가 相異한 경우

(A) 比較되는 代案의 PV 選好順位와 FI 選好順位가 같을 때에는 $\frac{PV}{FI}$ 값이 큰 代案을 選定한다. $PV_1 > PV_2$, $FI_1 < FI_2$ 이면, $\frac{PV_1}{FI_1} > \frac{PV_2}{FI_2}$ 이므로 代案 1 를 選定한다.

(B) 比較되는 代案의 PV 選好順位와 FI 選好順位가 相反될 때는 第 4.2 및 5.2 節에서 分析한 바와 같이 制限된 範圍內에서만 ($t \leq M'$ 또는 M) $\frac{PV}{FI}$ 값이 큰 代案을 選定한다. 그림 6 및 7 에서 본 바와 같이 再投資收益率의 增加幅이 큰 경우에는 M' (혹은 M) $> N$ 이 되어 $\frac{PV}{FI}$ 값이 큰 代案을 選定하는 것이 資本集積量을 最大化한다.

그리고 資本制約條件이 있는 狀況下에서 投資代案을 選定時에는 다음과 같이 0-1 整數 LP 모델이 된다.

$$\text{最大化} : \sum_i \frac{PV_i}{FI_i} X_i \quad \cdots\cdots (33)$$

$$\text{制約條件} : \sum_i C_i X_i \leq B \quad \cdots\cdots (34)$$

단 여기서, X_i = i 投資代案, $X_i = 1$ or 0

C_i = 代案 i 의 初期費用

B = 可用資本

7. 結 論

確實性下의 順次的 投資過程에서 投資代案

의 經濟的 選好는 그 代案의 收益性 뿐만 아니라 그 代案에 投資된 資金의 將來 利用可能性을 表示하는 融通性에 의해서도 영향을 받는다는 事實을 認識하여야 한다. 融通性 槪念을 몇 사람이 論議하였으나, 融通性을 效果的으로 計量化 하는 方法은 開發되지 않았으며, 또한 이들 投資代案을 評價時에 收益性과 區別되는 投資決定要素로 고려하지 않았다.

本論文은 確實性下의 順次的 資本配分過程에서 投資代案을 評價할 때에 融通性에 關한 情報를 利用하는 投資決定模型으로 收益性과 融通性을 고려한 PV／FI 模型을 開發하였다.

本論文에서 고려하지 않았던 投資代案의 收入흐름이 負의 收入額을 갖는 경우 또는 不規則的이어서 3가지 基本形態로 變形할 수 없는 경우에도 融通性을 效果的으로 測定하고 利用할 수 있는 方法에 대한 硏究가 앞으로 있어야 할 것이다.

參 考 文 獻

1. Bierman, H.J., and Hausman, W.H., "The Resolution of Investment Uncertainty through Time," Management Science, Vol. 18, No. 12(Aug. 1972), pp.B-654-662.
2. Kaplan, S., and Barish, N.N., "Decision Making Allowing for Uncertainty of Future Investment Opportunities," Management Science, Vol. 13, No. 10(June 1967), pp.B-569-577.
3. Housman, W.H., "Sequential Decision Problems: A Model to Exploit Existing Forecasters," Management Science, Vol. 16, No. 2(Oct. 1969), B-93-111.
4. Lin, Steven A.Y., "The Modified Interval Rate of Return and Investment Criterion," The Engineering Economist, Vol. 21, No. 4(Summer 1976), pp.237-247.
5. Lockett A.G., and Gear, A.E., "Multistage Capital Budgeting Under Uncertainty," Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 5, No. 1(March 1975), pp.21-36.
6. Meyer, R.L., "A Note on Capital Budgeting Techniques and the Investment Rate," Journal of Finance, Vol. 34, No.5(Dec. 1979), pp.1251-1254.
7. Min, K.R., and Park, K.S., "Flexibility and Sequential Investment Analysis," Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers, Vol. 5, No. 2(Dec. 1979), pp.15-20.
8. Min, K.R., and Park, K.S., "Multiobjective Decision Model with Consideration of Flexibility in Sequential Capital Budgeting," Journal of the Military Operations Research Society of Korea, Vol. 7, No. 1 (June 1981), pp.53-80.