

# 食品工學 計算法

卞 裕 亮

〈延世大 工大 食品工學科 教授〉

## 2. 收支計算<sup>1,4,5)</sup>

### 2-1. 物質收支

食品의 加工工程에서는 2종류 이상의 재료를 혼합하거나 어떤 재료로부터 불필요한 성분을 제거하는 조작이 많다. 이와같은 조작에서 물질들의 量的 關係를 계산하는 기초는 質量保存의 法則으로 이 法則을 裝置 또는 工程의 임의의 부분에 적용시키는 것을 物質收支(material balance)라 한다. 物質收支는 裝置, 工場設計, 操作의 計算 이외에도 裝置內의 현상을 조사하거나 微量成分의 測定, 製品의 開發 등 광범위하게 사용된다.

전체 질량과 임의의 성분  $j$ 의 질량에 대하여 각각 다음의 物質收支式이 얻어진다.

▲ 전체 물질 수지 : (계에 들어간 총질량) = (계에서 나오는 총질량) + (계에 축적되는 총질량) (1-1)

▲ 성분  $j$ 의 물질수지 : (계에 들어가는 성분  $j$ 의 질량) = (계에서 나오는 성분  $j$ 의 질량) + (계에 축적되는 성분  $j$ 의 질량) ± (계內에서 성분  $j$ 의 反應에 의한 消失 또는 生成질량) (1-2)

式(1-2)의 제 3 항의 부호는 成分  $j$ 가 消失되는 경우에는 正이고 生成하는 경우에는 負이며, 反應이 없는 경우에는 제 3 항은 삭제된다. 또한 定常狀態의 경우에는 系內에 축적되는 量=0이므로 式(1-1) 및 式(1-2)의 第2項이 각각 없어진다.

물질수지식은 간단하게 보이지만 多成分으로 구성된 흐름이 여러개 있는 경우에는 복잡하므로 다음과 같이 체계적인 절차를 밟아 혼란을 피하는 것이 좋다.

(1) 工程圖를 block 그림으로 그리고 각 흐름과 알고 있는 量(流速, 組成 등)을 각각 표시 한다.

(2) 系를 선택하여 系의 境界를 點線으로 나타내고 적당한 계산의 基準을 선택한다.

(3) 이미 알고 있는 量과 未知量으로 각 성분들의 物質收支式을 쓴다.

(4) 獨立式의 數와 未知量의 數가 같은 가를 검토하고 未知量에 대하여 푼다.

물질수지식을 계산하는 데는 두가지의 기본 단계가 있다. 하나는 系(system)의 선택이며 다른 하나는 基準(basis)의 선택이다. 먼저 계산에 편리하게 系를 선택하고 境界(boundary)를 정하여 系와 系의 外(surrounding)을 나누

고 系에 出入하는 물질의 유속, 온도, 압력, 조성 등을 표시한다. 복잡한 문제인 경우에는 系를 몇가지 부분으로 나누어 선택하고 각 부분에 대하여 독립된 물질수지를 취할 필요가 있다.

系를 정한 다음에는 계산의 基準을 명확히 할 필요가 있다. 기준으로는 원료 또는 제품의 單位質量 또는 工程중에 변하지 않는 成分의 單位質量을 선택하거나 單位時間當의 質量을 선택한다. 화학반응을 동반할 경우에는 mol基準을 사용한다. 單位로서는 回分操作에서는 [kg], 連續操作에서는 [kg/s]를 사용한다. 系와 基準의 선택은 연습문제를 통하여 좀더 상세히 살펴본다.

[예제 1-13] 증발기에 10, 20 및 30% 설탕 물을 각각 10, 15 및 20 kg/s로 공급하여 50%의 설탕물을 얻었다. 50% 설탕물량과 증발수분량을 구하라.

(풀이) Block 그림을 그림 1-1에 나타내었다. 이와같이 block 그림을 그리는 습관을 부처두면 물질수지식을 푸는데 편리하다.

전체 물질수지식 :

$$10+15+20=F_1+F_2$$

설탕의 물질수지식 :

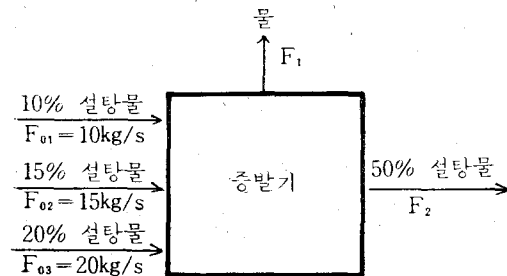


그림1-1. 예제1-13

$$(0.1)(10)+(0.2)(15)+(0.3)(20) \\ = (0.0)F_1+(0.5)F_2$$

윗 두식을 풀면  $F_1=25 \text{ kg/s}$ ,  $F_2=20 \text{ kg/s}$ 이다.

[예제 1-14] 다음의 조성을 가진 프랑크푸르터(frankfurter)소시지를 생산하기 위한 lean beef, pork fat 및 수분의 배합비를 구하라. 원료의 조성은 아래와 같다.

Lean beef : 지방 14%, 수분 67%, 단백질 19%

Park fat : 지방 89%, 수분 8%, 단백질 3%

Frankfurter : 지방 20%, 단백질 15%, 수분 65%

(풀이) 기준 : 100 kg frankfurter

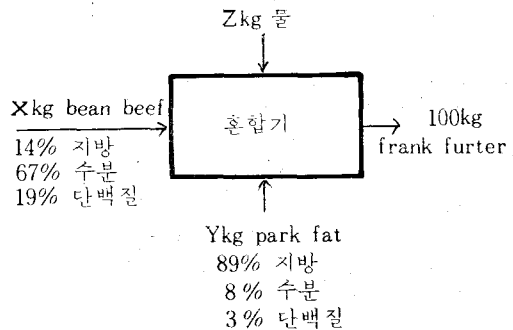


그림1-2. 예제1-14

전체 물질수지 :  $X+Y+Z=100$

지방수지 :  $0.14X+0.89Y=20$

단백질수지 :  $0.19X+0.03Y=15$

위의 연립방정식을 풀면  $X=77.29 \text{ kg}$ ,  $X=10.31 \text{ kg}$ ,  $Z=12.4 \text{ kg}$ 이다.

[예제 1-15] 固形分 12%의 원료 果實을 분리장치에서 固形分 30%의 果肉주우스와 濾過주우스로 분리한다. 여과주우스는 固形分 60%

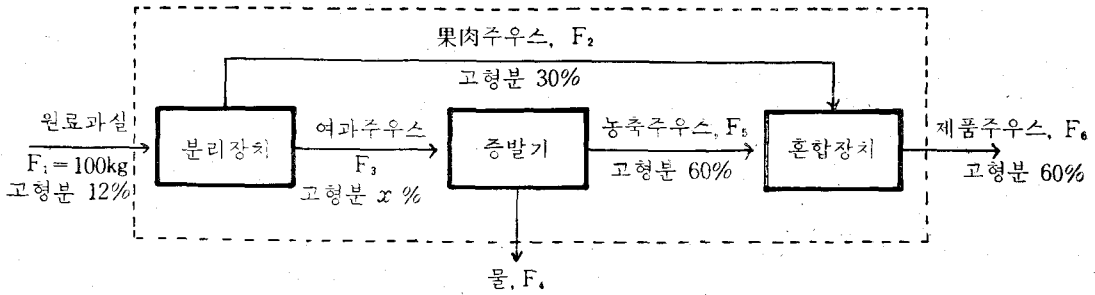


그림1-3. 예제1-15의 주우스 농축과정

까지 농축하여 果肉주우스와 혼합하여 固形分 40%의 제품주우스를 얻는다. 果肉주우스와 濾過주우스의 혼합비를 구하라. 또 여과주우스를 농축하기 위한 증발 수분량을 구하라.

(풀이) (1) 기준: 원료 果實 100kg

먼저 증발 수분량을 결정하기 위하여 그림 1-3의 點線과 같이 系의 경계를 정한다.

전체 물질수지:  $100 = F_4 + F_6$

固形分 수지:  $(100)(0.12) = (F_6)(0.4)$

$F_4 = 70 \text{ kg}, F_6 = 30 \text{ kg}$

(2) 다음 혼합장치를 系로 선택하여 果肉주우스와 농축 주우스의 유량을 구한다.

전체 물질수지:  $F_2 + F_5 = 30$

固形分 수지:  $(F_2)(0.3) + (F_5)(0.6) = (30)(0.4)$

$F_2 = 20 \text{ kg}, F_5 = 10 \text{ kg}$

(3) 여과 주우스의 유량을 구하기 위하여 증발기를 系로 선택하여 전체 물질수지를 취하면

$F_3 = F_4 + F_5 = 70 + 10 = 80$

따라서 果肉주우스와 여과주우스의 혼합비는 1:4이고 과일 100kg당 증발수분량은 70kg이다.

[예제 1-16] 지방함량 20%인 肉類(단백질 15%, 지방 20%, 수분 64%, 불활성 고형분 1%)를 그 무게의 5倍量의 용매로 추출한다. 이 용매는 수분과 어떤 비율로도 혼합되며 모든 지방이 용해될 정도로 용매량이 충분하다고 가정한다. 충분히 혼합한 다음 여과하여 液相과 固相으로 분리하고 固相은 모든 휘발성물질이 제거될 때까지 건조한다. 건조케이크의 무게는 여과기에서 배출되는 케이크의 50%이다. 건조 케이크중의 지방함량을 구하라.

(풀이) 기준: 100kg 肉

모든 지방은 용매와 물의 혼합물에 용해되므로 여액중의 지방의 질량분율은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{여액중의 지방의 질량분율} = \frac{\text{지방}}{\text{지방} + \text{용매} + \text{물}} = \frac{20}{20 + 64 + 500} = 0.034246$$

여과기와 건조기를 系로 선택하여 물질수지를 취하면

지방 收支:  $F(0.034246) + D(x) = 20$

단백질과 불활성 고형분 收支:

건조고체 D는 지방+단백질+불활성고형물로 구성되어 있으므로  $15 + 1 = D(1 - x)$

용매와 수분 收支:  $64 + 500 = F(1 - 0.034246) + V$

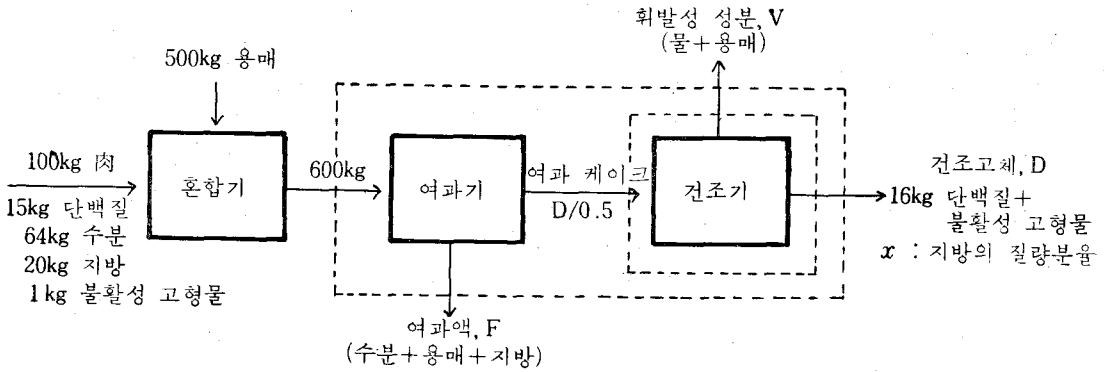


그림1-4 육류의 지방추출 공정

건조기만을 系로 선택하여 물질수지를 취하면

$$D/0.5 = D + V$$

위의 4식을  $x$ 에 대하여 풀면

$x = 0.03549$  즉 건조케이크 중의 지방함량은 3.549%이다.

[예제 1-17] 반지름  $R=1$ m인 上部가 開放된 원통형 탱크에 우유가 높이  $H=2$ m정도 들어 있다. 밑부분에 반지름  $r=2.76 \times 10^{-2}$ m의 流出管이 붙어 있으며 여기서의 流出 저항은 무시할 수 있다. 우유 전부가 流出될 때까지의 소요시간을 구하라.

(풀이) 非定常狀態의 物質收支의 문제이므로 다음과 같이 微小時間을 생각하여 물질수

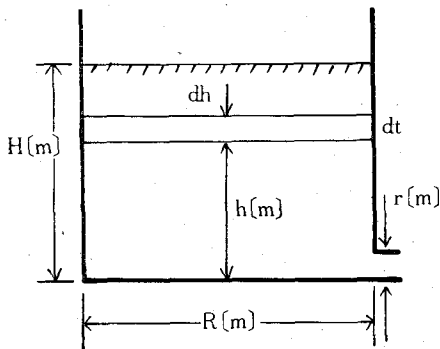


그림1-5, 예제1-17의 block diagram

지식을 표현하고 적분한다.

시간  $t[s]$ , 높이  $h[m]$ 의 點에서 微小時間  $dt$  사이에 높이가  $dh$  만큼 내려왔다고 하면

$$-\pi R^2 dh = \pi r^2 u dt \quad (1)$$

여기서  $u$ 는 流出管에서의 流速[m/s]으로서 위에서 기술하는 기계적 에너지수지에 의하여 다음 식으로 나타내진다.

$$u = \sqrt{2gh} \quad (2)$$

$g$ 는 중력가속도로  $9.8 \text{m/s}^2$ 이다. 식(1)을 식(2)에 대입하면

$$-R^2 dh = r^2 \sqrt{2gh} dt \quad (3)$$

$$-\int_H^h \frac{dh}{\sqrt{h}} = \sqrt{2g} \frac{r^2}{R^2} \int_0^t dt \quad (4)$$

$$t = \sqrt{2/g} (R^2/r^2) (\sqrt{H} - \sqrt{h}) \quad (5)$$

전부 流出하는데 걸리는 시간  $t_e$ 는 식(5)에서  $h=0$ 로 하면 된다.

$$t_e = \sqrt{H/4.9} R^2/r^2 = \sqrt{2/4.9} (1)^2 / (2.76 \times 10^{-2})^2 = 839[s]$$

즉, 전부 流出하는데 14분이 소요된다.

## 2-2. 에너지收支

에너지의 형태는 변하지만 전체 에너지량은 변하지 않는다는 열역학 제 1법칙을 단위 장치 또는 공정에 적용하여 出入하는 에너지 관

계를 밝히는 것을 에너지收支(energy balance)라 한다. 식품공업에서 취급하는 에너지의 종류는 주로 열에너지, 내부에너지 및 기계적 에너지(위치 및 운동)이다. 식품공업에서의 조작은 주로 定壓過程으로 기계적 에너지가 無視될 때 定常狀態에서 에너지收支는 다음 식과 같이 엔탈피收支(熱收支라고도 함)가 된다.

$$\Delta H = Q$$

즉, 어떤 物質系의 엔탈피변화는 그 系를 出入하는 열량  $Q$ 와 같아진다. 엔탈피  $H$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$H = \int_1^2 C_p dT + \Delta H_f \div \bar{C}_p \Delta T + \Delta H_f$$

여기서  $C_p$ 는 定壓비열,  $\bar{C}_p$ 는 평균定壓比熱,  $\Delta H_f$ 는 狀態變化에 의한 엔탈피변화이다. 액체수송의 에너지 수지에서는 열의 出入을 고려하지 않고 기계적 에너지만을 생각하는 것이 보통이다. 기계적 에너지收支式에 대해서는 유체의 수송에서 다루는 것이 편리하므로 여기서는 생략한다.

[예제 1-18] 열교환기를 사용하여 80°C의 채종유 1 kg/s를 20°C의 냉각수로 40°C까지 냉각하였다. 냉각수의 流出온도를 60°C라 하면 필요한 냉각수는 얼마인가? 斷熱系라 가정하고 채종유와 냉각수의 평균 비열은 각각  $2.06 \times 10^3$ ,  $4.12 \times 10^3$  J/kg·K이다.

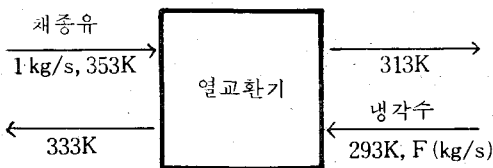


그림1-6. 열교환기에서 열수지

(풀이)

$$(1) (2.06 \times 10^3)(353 - 313) + (F)(4.12 \times 10^3)(293 - 333) = 0$$

$$F = 0.5 \text{ kg/s}$$

[예제 1-19] -20°C의 물을 130°C의 수증기로 만드는데 필요한 열에너지를 구하라. 또한 斷熱系에서 2 kg의 얼음을 전기히터를 사용하여 1시간에 수증기로 만들자면 전기히터의 電力은 얼마 필요한가?

(풀이) 순서적으로 현열과 잠열을 구하여 합하면 된다.

-20°C의 얼음 → 0°C의 얼음

$$\Delta H_1 = C_p \Delta T = (2.09 \times 10^3)(273 - 253)$$

$$= 4.18 \times 10^4 \text{ J/kg}$$

0°C의 얼음 → 0°C의 물

$$\Delta H_2 = 80 \text{ cal/g} = 3.35 \times 10^5 \text{ J/kg}$$

0°C의 물 → 100°C의 물

$$\Delta H_3 = (4.12 \times 10^3)(373 - 273)$$

$$= 4.12 \times 10^5 \text{ J/Kg}$$

100°C의 물 → 100°C의 수증기

$$\Delta H_4 = 540 \text{ cal/g} = 2.23 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

100°C의 수증기 → 130°C의 수증기

$$\Delta H_5 = \int_{373}^{402} (a + bT + cT^2) dT$$

$$= a(T_2 - T_1) + \frac{b}{2}(T_2^2 - T_1^2)$$

$$+ \frac{c}{3}(T_2^3 - T_1^3)$$

$$= 1.659 \times 10^3(402 - 373) + (0.6137/2)$$

$$(403^2 - 373^2) + (1.067 \times 10^{-5}/3)$$

$$(403^2 - 373^2) = 5.73 \times 10^4 \text{ J/kg}$$

$$Q = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 + \Delta H_4 + \Delta H_5$$

$$= 3.11 \times 10^6 \text{ J/kg}$$

$$\text{필요한 電力} = (3.11 \times 10^6)(2)/(3600)$$

$$= 1.73 \times 10^3 = 1.73 \text{ kW}$$

[예제 1-20] 비열이 3,559J/kg·K인 어떤 식품에 직접 수증기를 붙여 넣어 4.44°C에서 82.2°C까지 가열하려고 한다. 식품 100 kg에 대해 취입해야 할 121.1°C의 수증기량을 구하라.

(풀이)  $x$ =요구되는 수증기의 kg  
수증기표로부터 수증기와 82.2°C 물의 엔탈피를 구하면

$$121.1^\circ\text{C 수증기의 엔탈피 } h_g = 2.70705 \text{ MJ/kg}$$

$$82.2^\circ\text{C 물의 엔탈피 } h_f = 0.34417 \text{ MJ/kg}$$

$$\text{수증기의 열손실/kg} = 2.70705 - 0.34417$$

$$= 2.36288 \text{ MJ/kg}$$

엔탈피수收支 : 식품이 얻은열 = 수증기에 의한 열손실

$$100 \text{ kg}(3559 \text{ J/kg} \cdot \text{K})(82.2 - 0.44) \text{K}$$

$$= (x \text{ kg})(2.36288 \text{ MJ/kg})$$

$$x = 11.71 \text{ kg}$$

즉 수증기 11.71 kg이 필요하다.

[예제 1-21] 펙탕가수분해효소를 不活性化시키기 위하여 토마토 펄프에 직접 수증기를 취입하여 초기 고형분 함량이 5.1%인 토마토 펄프를 21°C에서 88°C까지 가열하였다면 가열된 뜨거운 펄프의 고형분 함량은 얼마인가? 이 조작은 대기압상태에서 하고 펄프 중의 고형분의 비열은 0.5이다.

(풀이) 토마토 펄프를 100kg. 기준으로 선택하고 각 흐름의 엔탈피는 다음과 같이 계산된다.

토마토 펄프 :

$$21^\circ\text{C의 물 (94.9kg), } H = 21.03 \text{ kcal/kg}$$

(수증기표로부터)

$$21^\circ\text{C의 고형분 (5.1kg), } H = c_p(T - T_0) =$$

$$0.5(21 - 0) = 10.5 \text{ kcal/kg}$$

$$\text{수증기 : 1기압의 포화수증기 (xkg), } H =$$

$$638.8 \text{ kcal/kg}$$

$$\text{제품 : } 88^\circ\text{C의 물} [(94.9 + x) \text{ kg}] H = 88 \text{ kcal/kg}$$

$$88^\circ\text{C의 고형분 (5.1kg), } H = 0.5(88 - 0) =$$

$$44 \text{ kcal}$$

엔탈피 수지 :

$$21.03(94.9) + 10.5(5.1) + 638.8x =$$

$$88(94.9 + x) + 44(5.1)x = 13.29 \text{ kg}$$

$$\text{제품중의 총수분} = 94.9 + 13.29 =$$

$$108.19 \text{ kg}$$

$$\text{고형분 농도} = 5.1 [(100 / (108.19 + 5.1))] = 4.5\%$$

### 2-3. 經濟收支

원료를 구입하여 각종 加工處理를 거쳐 製品을 생산하고 이를 판매하여 企業으로서 성립되기 위해서는 利潤이 얻어지지 않으면 안된다. 經濟收支式(economic balance equation)의 計算은 製品의 販賣價格 결정과 經濟性을 評價하는데 絶對적으로 필요하다.

$$(\text{원료비}) + (\text{장치의 감가상각비}) + (\text{動力, 用水費 등 운전조작비}) + (\text{勞務費}) + (\text{保險, 세금, 金利, 기타}) = \text{製品原價}$$

$$(\text{製品原價}) + (\text{광고, 판매경비}) + (\text{利潤}) = \text{製品販賣原價}$$

이에 대해서는 많은 전문서적이 있으므로 참고하기 바람에 예제는 생략한다. ■

### 참 고 문 헌

1. 久保田清 : 食品工學(日本), 3下, 41(1981)
2. 久保田清 외 : *New Food Industry*, 21(3), 33, 21(4), 36(1979)
3. 化學工學會編 : 食品化學工學, 槓書店, 東京(1980)
4. Toledo, R.T. : *Fundamentals of Food Process Engineering*, AVI, Westport(1980)
5. 변유량 : 食品공학, 탐출판사(1980)